

「でんじ」仕様書

Copyright (c) 2009-2011 by Kappa v.v.v

1.目的

「でんじ」は、FDTD 法で電磁界解析を行うプログラムです。物理学で言うところのマクロかつ非相対論的な電磁界は、マクスウェル方程式で表現することができます。FDTD 法（有限差分時間領域法）は、磁界と電界のメッシュを半グリッドずらした上でマクスウェル方程式を差分化した電磁界の解析方法です。

「でんじ」では、64x64x64 サイズの等間隔メッシュ内に任意の誘電率・透磁率・導電率を設定できます。グリッドサイズは任意に設定可能です。原理的には電波や光を含む広い帯域の電磁界を解析することができますが、「でんじ」の機能は電子回路を想定して設計していますので、MHz～GHz の帯域の電磁界解析に適しています。

2.背景

近年、電子回路から放射される電磁波が周辺の無線装置に影響を与える問題が増加しており、不必要な電磁波の放射を抑制するための技術が求められています。この電磁波は電子デバイスに出入りする交流電流をエネルギー源とし、電子回路によって構成されるアンテナ構造によって周囲に放射されます。

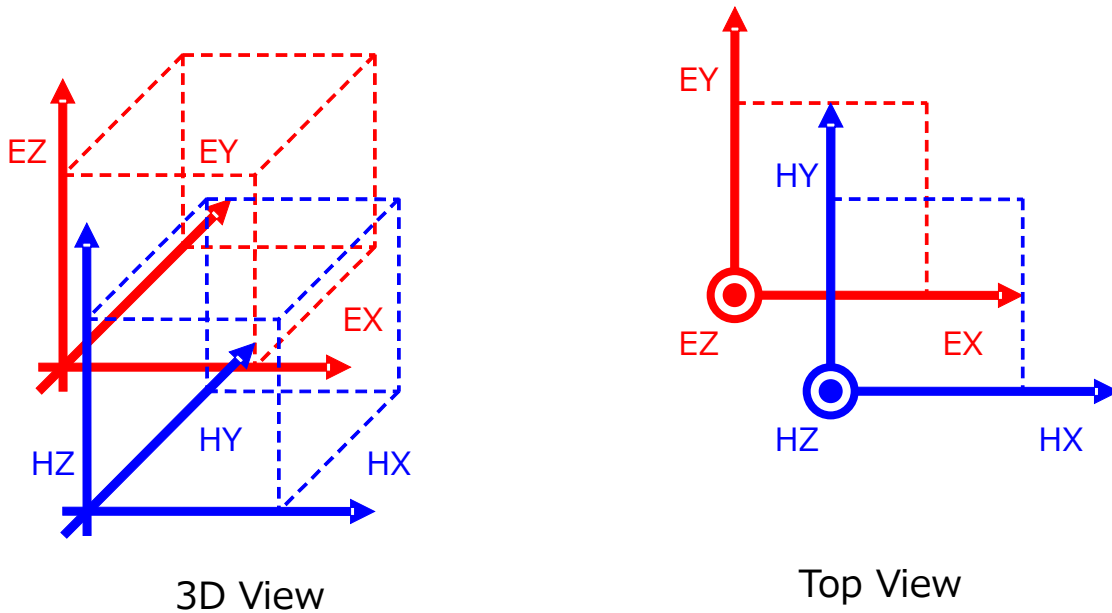
一方、無線装置の設計技術は飛躍的な進歩を続けており、小型アンテナやEBG（Electromagnetic Band Gap）構造など、さまざまな方法が研究されています。電磁界解析はこれらの設計に不可欠な技術であり、さまざまなツールが提案されています。残念なことにこれらツールには専門的な知識が必要であり、結果を見て設計判断を行うプロセスに「経験」を必要としています。

筆者はそういった経験を持っていない人間の一人ですが、それでも「電子回路からどのように電磁波が放射されるのか？」を理解したいと考え、「でんじ」の開発を行いました。3D グラフィック機能を用いて、解析中の電磁界をリアルタイムで表示できることが「でんじ」の特徴です。その際、解析グリッドの中に物理定数を設定することにより、任意の電子回路を記述することができます。ただし、パフォーマンスを考慮して解析グリッド数は少なめに設定し、また処理の高速化のため境界条件も簡単なものを使用しています。解析時間の増加につながる付加機能も、極力付けない方針で開発を行っています。精度や解析結果を得る目的には、市販されているさまざまな電磁界解析ツールをお勧めします。

3.FDTD 法（有限差分時間領域法）

3.1.座標系

FDTD 法は、磁界と電界の各座標系を半グリッドずらして配置します。メインウィンドウは左図の 3D View、編集ウィンドウは右図の Top View のように座標系を定義しています。



また、時間軸は次の式により定義しています。ここで、 dx, dy, dz は電磁界のメッシュサイズ、 dt は時間軸のメッシュサイズ、 C は真空の光速です。位相速度が光速を越える媒体の解析を行う場合には注意が必要です。なお、時間軸についても磁界は電界に対して $1/2$ グリッドずれています。

$$dt = \frac{0.99}{C \sqrt{\frac{1}{dx^2} + \frac{1}{dy^2} + \frac{1}{dz^2}}}$$

3.2.マクスウェル方程式

FDTD 法はマクスウェル方程式を空間と時間に関し差分化して計算を行います。その際に使用するマクスウェル方程式は次の 2 式です。

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$
$$\nabla \times H = \sigma E + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}$$

これを先の座標系に従って差分化すると次の式になります。ここでは磁界と電界の x 成分の式のみ記載します。詳細は市販の文献などを参照してください。

$$H_x(i, j, k, t + \frac{1}{2}) = H_x(i, j, k, t - \frac{1}{2}) + \frac{dt}{\mu} \left[\frac{E_y(i, j, k + 1, t) - E_y(i, j, k, t)}{dz} + \frac{E_z(i, j, k, t) - E_z(i, j + 1, k, t)}{dy} \right]$$

$$E_x(i, j, k, t + 1) = \left[1 - \frac{\sigma dt}{\epsilon + \sigma dt/2} \right] E_x(i, j, k, t) + \frac{dt}{\epsilon + \sigma dt/2} \left[\frac{H_z(i, j, k, t + 1/2) - H_z(i, j - 1, k, t + 1/2)}{dy} + \frac{H_y(i, j, k - 1, t + 1/2) - H_y(i, j, k, t + 1/2)}{dz} \right]$$

また、FDTD 法では時間軸のグリッドを 1/2 ずつ進めながら計算します。まず時間を 1/2 進めて磁界を計算し、つぎに時間を 1/2 進めて電界を計算し、これを繰り返すことで任意の時間まで計算を進めていきます。

3.3.境界条件

FDTD 法は空間をグリッドで表現して、有限の解析領域を解析します。解析領域の周辺部はそのままでは正しく解析が行えないため、解析領域の周囲に境界条件を配置します。「でんじ」では Mur の 1 次吸収境界を使用しています。ここでは z=0 面の Hx 成分の計算式のみ記載します。詳細は市販の文献などを参照してください。

$$H_x(i, j, 0, t + 1) = H_x(i, j, 1, t) + \frac{vdt - dz}{vdt + dz} [H_x(i, j, 1, t + 1) - H_x(i, j, 0, t)]$$

$$\because v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

3.4.電界ソース

FDTD 法では任意のポイントの電界や磁界を時間とともに変化させることで、電磁界解析を実現します。「でんじ」では電界ソースを任意のグリッドに置くことができます。電界値は 2 種類が定義可能ですが、供給する電界の周波数と向きは 1 方向しか定義できません。これはストリップ線路のような近接かつ対向する電界印加（+/-）を想定したものです。電界ソースの波形は DC ソースのほかに、CW（サイン波）・Gaussian パルス・ステップパルス・スイッチング抵抗の 4 種類の中から 1 種類を使用可能です。周波数は DC ソース以外に対して有効です。Material of Source で電界ソース位置の媒体を定義できます。電界ソースを Spice と言うところの電圧源として使用する場合は、ここに導体など導電率の高い媒体を指定します。一方、アンテナを励振する場合には、ここに絶縁体など周辺と同一の媒体を指定します。

(1) DC ソース

DC ソースは Spice で言うところの電圧源に相当するソースです。導体位置には導電率が $10^{10}[\text{S/m}]$ の導体が設定されます。電界値は + 側ソースと同一の値が使用されます。

(2) CW (サイン波) ソース

CW ソースは指定した周波数のサイン波形を発生します。特定の周波数における共振モードの観察を行うのに適しています。

(3) Gaussian パルスソース

Gaussian パルスソースは、次の式に従う Gaussian パルスを発生します。電界ソースの周波数を指定しても無視されます。Gaussian パルスは均一な周波数特性を持っているため、解析対象の周波数特性を解析する際に役立ちます。

$$E_w(t) = m \frac{e^{-\left(\frac{t-T}{0.29T}\right)^2}}{dw} \quad \because T = 0.646 \frac{dw}{dt}$$

(4) ステップパルスソース

ステップパルスソースは、解析 20 ステップもしくは波形周期の 20% のいずれか短い時間で遷移するステップ波形を発生します。指定した電圧によらず時刻ゼロの電界はゼロです。正の電圧を指定したソースは解析開始直後に立ち上がり遷移が始まり、負の電圧を指定したソースは解析開始後半周期経過後に立ち上がり遷移が始まります。デジタル信号の伝送線路解析時に使用します。

(5) スイッチング抵抗

スイッチング抵抗は導電率が変化する素子です。Off 時には導電率 $0.01[\text{S/m}]$ の絶縁体となり、On 時には電界ソース位置の媒体として指定した導電率となります。各導電率間は、解析 20 ステップもしくは波形周期の 20% のいずれか短い時間で遷移します。スイッチング抵抗自身は電界ソースの機能を持っていませんので、DC ソースによって電源を供給しながら使用します。

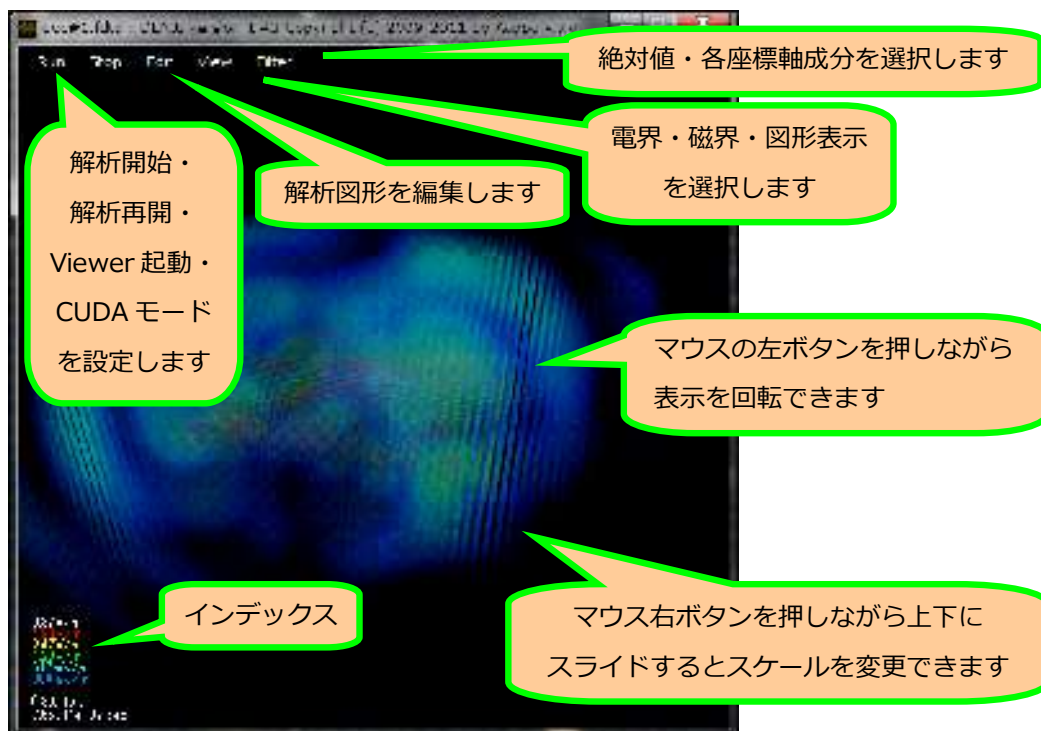
3.5. 波形観測ポイント

「でんじ」には解析領域の中で 1 箇所の電圧および電流をモニターする機能があります。波形観測ポイントの指定は、編集ウィンドウでマウスの中央ボタン（または左右両ボタン同時押し）で行います。波形観測ポイントの電圧および電流は、波形ウィンドウに表示します。波形ウィンドウには時間軸波形と周波数軸波形（時

間軸波形のフーリエ変換波形) を表示します。ただし、電流表示時の周波数軸波形はインピーダンスを表示しています。

4. ウィンドウ

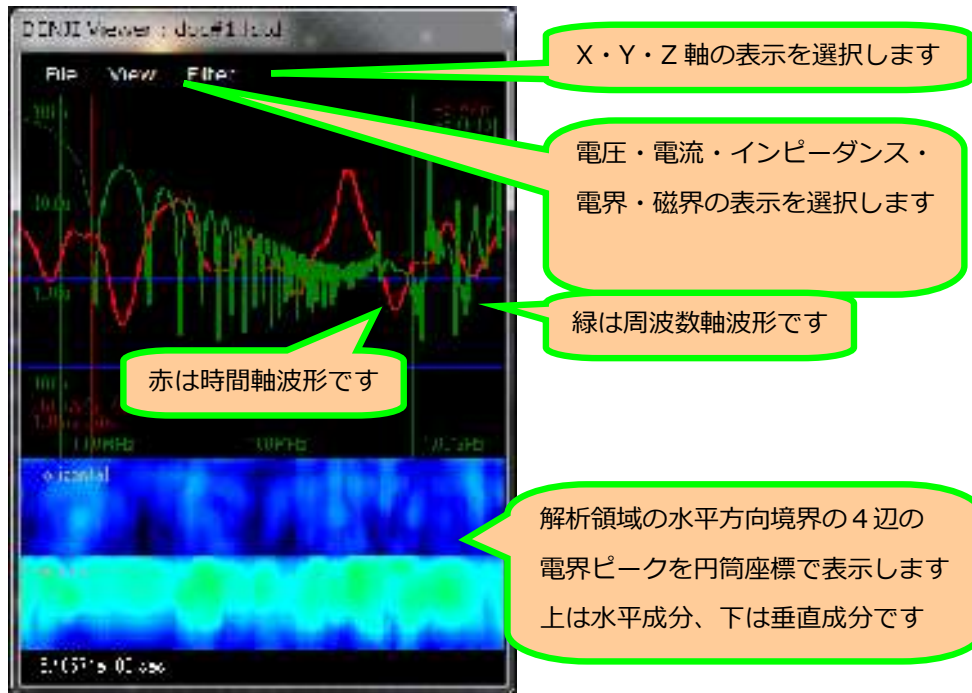
4.1. メインウィンドウ



4.2. 編集ウィンドウ



4.3.波形ウィンドウ



5.ファイル

「でんじ」描画データはバイナリファイルで任意のディレクトリに保存でき、次の起動後に読み込んで解析を再実行することができます。ファイルフォーマットは次の通りです。

5.1.実数フォーマット

実数は4バイト浮動小数のBDC形式で格納します。最初の3バイトは実数部で最後の1バイトが指数部です。

- ・バイト0：実数部の5～6桁目（実数部を10000で割った結果）
- ・バイト1：実数部の3～4桁目
（実数部を100で割った結果を100で割った余り）
- ・バイト2：実数部の1～2桁目（実数部を100で割った余り）
- ・バイト3：指数部（-99～99まで）

5.2.ファイルレコード

ファイルは大きく4つのレコードに分かれています。

（1）媒体定義レコード

6種類の媒体の導電率・誘電率・透磁率を実数で格納しています。最初の媒体は真空のパラメータを格納し、2番から6番に編集ウィンドウに表示される媒体のパラメータを格納します。

（２）各種パラメータレコード

編集ウィンドウに表示されるその他のパラメータを格納します。順に、XY 軸グリッドサイズ、Z 軸グリッドサイズ、電界ソース周波数、電界ソース 1（+）電界値、電界ソース 2（-）電界値、電界ソース向き、電界ソースの媒体（上位 4bit は波形タイプ）、波形観測ポイントの X 座標・Y 座標・Z 座標です。向きは 1 バイトで格納し、0 が X 軸、1 が Y 軸、2 が Z 軸です。波形観測ポイントの座標も各 1 バイトで格納します。それ以外は実数で格納します。

（３）図形情報レコード

64x64x64 の図形情報を各グリッドあたり 1 バイトの媒体インデックスで格納します。媒体インデックスは先の媒体レコードで定義した媒体の順に、0 から 5 の整数で表現しています。

（４）終了レコード

ファイルバージョンを 1 バイトで格納します。読み込み時にバージョン確認を行い、異なっている場合は読み込み結果を放棄してメモリ上のデータを初期化します。

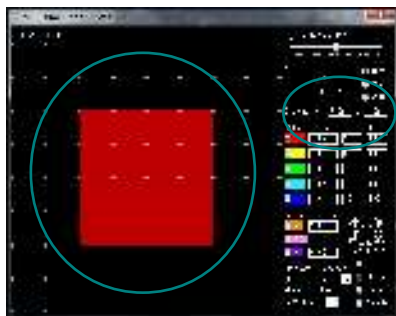
6.使用例

「でんじ」はさまざまな電磁界解析に使用できます。ここでは電子回路解析に使用する一例をご紹介します。

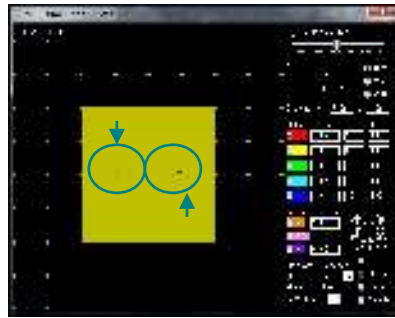
6.1.回路の作成

（１）グリッドサイズを $d_{xy}=5\text{mm}$ 、 $d_z=3\text{mm}$ に設定します。

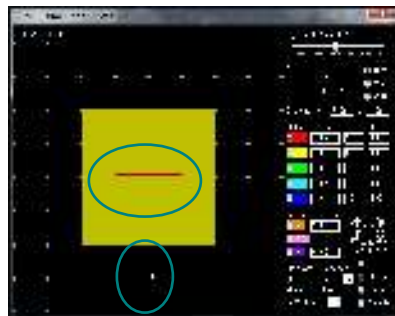
第 32 層に GND プレーンを配置します。



(2) 第31層に電界ソース（Z軸方向、Gaussianソース）を配置します。

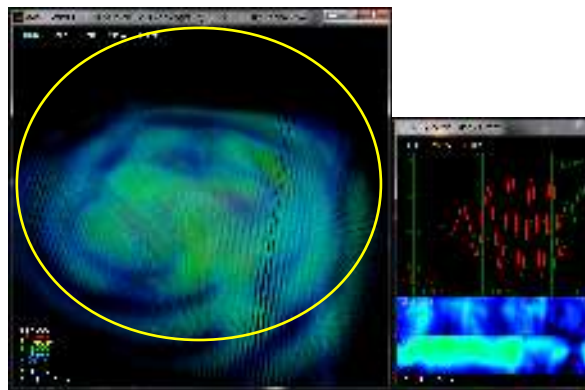


(3) 第30層に信号配線をします。終端は第31層でGNDにショートします。さらに観測ポイントを設定します。

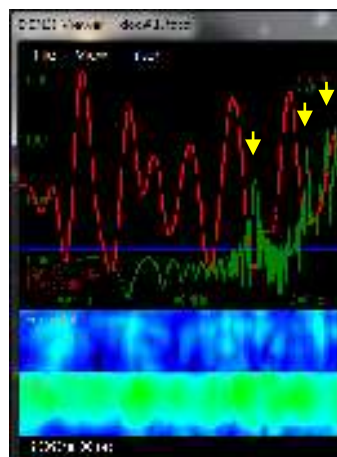


6.2.解析の実行

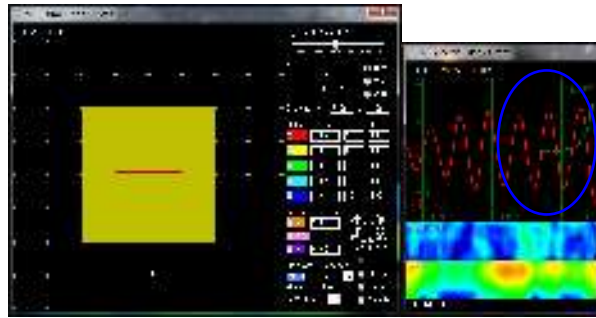
(4) 電磁界解析を実行します。電磁界の変化が表示されます。



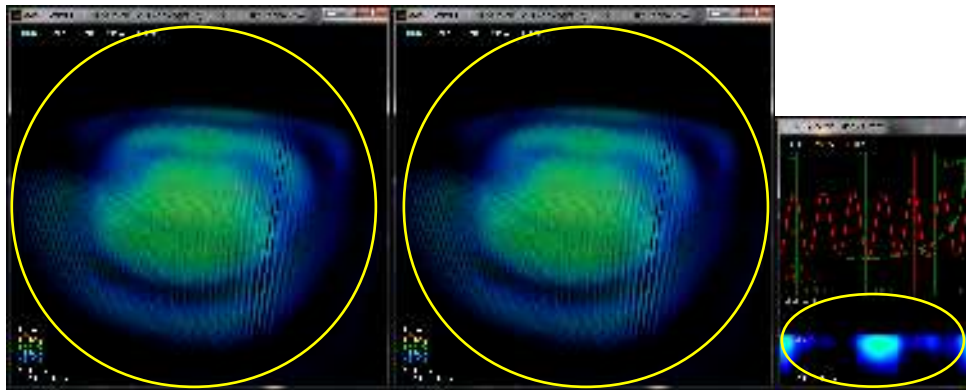
(5) 解析時間が20ns（50MHz）まで進んだので周波数特性を確認します。2.66GHz、1.79GHz、640MHzに共振ピークがあります。



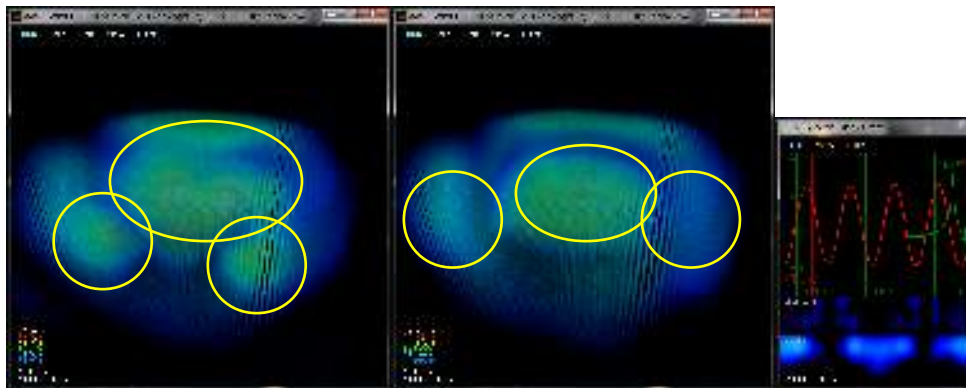
(6) 電界ソースを 2.66GHz の CW に変更して再解析します。しばらく観察すると、共振が発生します。共振が安定するまで待ちます。



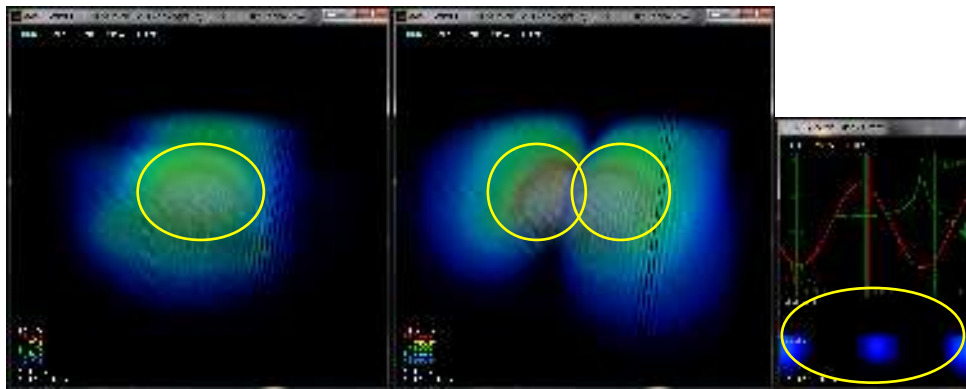
(7) 信号配線と GND プレーンから、複雑な形状の電界（左）と磁界（右）が空間に放出されている様子が観察できます。ピーク表示にも複雑な形状でかつ強い強度が現れます。



(8) 電界ソースを 1.79GHz に変更して観察します。信号配線と GND プレーンの頂点が同期して電磁波を放射している様子が観察できます。

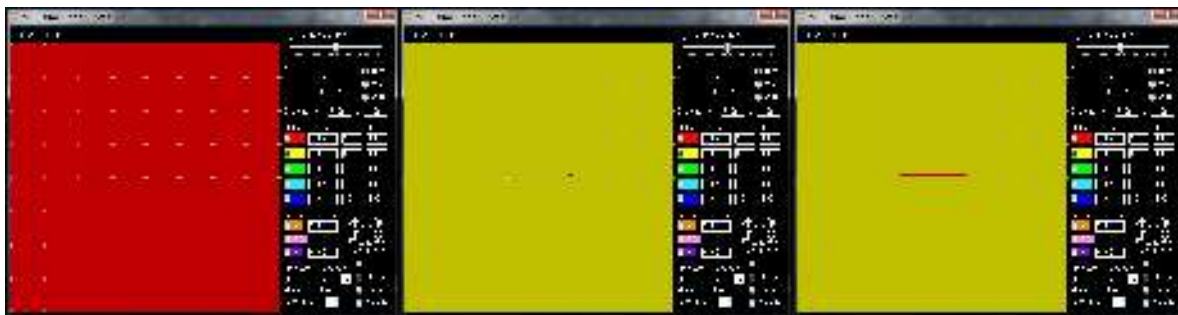


- (9) 電界ソースを 640MHz に変更して観察します。電界（左）は信号配線中央で振動しています。また、磁界（右）は信号配線中央で同期して振動しています。しかし、ピーク表示を見ると空間への放射は最小です。

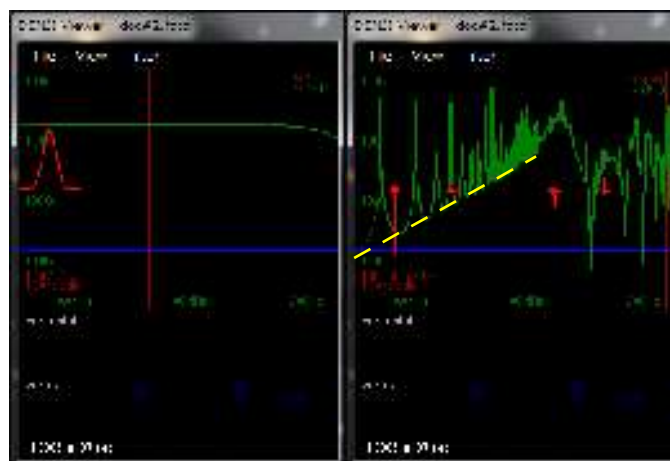


6.3.回路特性の検証

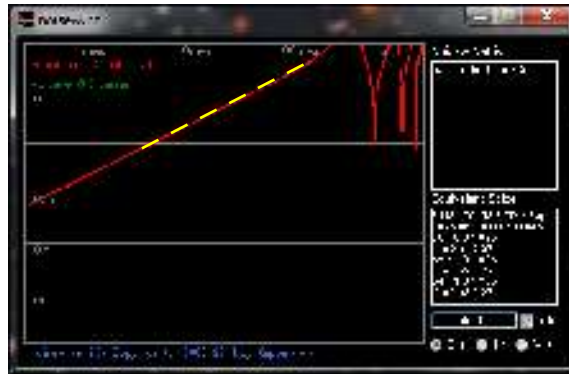
- (10) GND プレーンと誘電体を編集領域いっぱいまで拡大します。解析領域は編集領域よりも 8 グリッド外側まで存在しますが、編集領域最外周部に配置した媒体は、解析領域境界まで同一媒体で埋め尽くします。



- (11) 観測ポイントを電界ソースと同じ位置に変更し、再び Gaussian 入力にします。電圧は 6MHz~3GHz までフラットです（左）。信号配線のインピーダンス特性が観察できます（右）。



(12) のいぜふを用いたマイクロストリップ線路のインピーダンス結果と比較してみます。3GHz 付近の共振点はズレていますが、それよりも低い周波数では結果が一致します。



7. 連絡先

本プログラムに関してご質問などありましたら、お気軽にご連絡ください。なお、諸般の事情により返信できない場合があることを、あらかじめご容赦ください。

秋本 哲也 (kappa.v.v.v@nifty.com)

以上