素数を探索するPrimeFinder(V2.0):機能編

目次　　頁

1 概要 ・・・

1 概要

素数とは、1と**自分**以外の約数を持たない2以上の整数(2,3,5,7,11,13,17,19...)と定義されていますが

・その数は無限にあるがその分布(**整数**n以下の素数の数π(n))には大きな法則性がある

・(5,7),(11,13),(17,19)...等の隣接素数の差が2の素数組(**双子素数**)も無限にあると**予想**されている

・(3,5,7)は**三つ子**と言えるが三つ子はこの組しかない:5.4項参照

・(5,7),(11,13),(17,19)は**双子の3連続セット**だが、このようなセットはこれ以外にない？：5.5項参照

・全ての素数(2を除く)は4で割った除数が1又は3になりこれにより4n+1型か4n+3型に分類されるが
4n+1型の素数pは２個の整数(x,y)の**2乗和**($p=x^2+y^2$)と展開できる：**フェルマーの平方和定理**

・$n=2^k-1$の形の整数(**メルセンヌ数**)が、素数pなら(k=**素数**が必要)$N=2^{k-1}\cdot p$は**完全数**となる
完全数Nの**全因数の和**はNに等しくなります：例：k=2, $p=2^k-1=3$, $2^{k-1}\cdot p=6=1+2+3$(1も因数とします)

・**素数発生はランダム**に見えるが、その巨視的な**発生間隔**には大きな**法則性**がある

・隣接素数間の差分(Gap)**分布**には規則性がある：4.1.3、探索編1項参照

・**双子素数**の先頭素数間差分(Gap)は**6の倍数**になる：5.3項を参照

等等,誠に奇妙で面白い性質があります。本ソフトは素数のこのような**面白い性質**を検証し結果を**数値**と**グラフ**で確認/考察するものであります

1.1 扱う素数の範囲とその生成

無限にある素数を無限に亘って生成/検証することは不可能ですので、本ソフトでは扱う素数/整数範囲を下記の通りとします

・**4バイト**の正の整数$2^{31}-1$=2,147,483,647を**上限**とします

・与えられた**整数**nの素数判定には、$q=n^{0.5}$(=nの**平方根**)までの全ての素数(**素因数**と呼びます)のいずれかで

・割り切れれば**非素数**

・この範囲で割り切る素数がなければ**素数**、と判定します

整数nを増加させながら、**素因数**も追加して次々と素数を生成/追加していきます(**2.1の開発機能**)

・表1.2のNo.0の**素数表X=0**には、104,729までの全ての素数が掲載されていますので、この方法で
$104,729^2$=10,968,163,441($>2^{31}-1$)迄の素数判定が可能です

1.2 生成した素数の管理

本ソフトの起動毎に1.1の素数生成を行うのは長時間を要しますので、生成した素数を下記の如く
ファイル保存して起動時に読みだして、これを基にして、さらに必要情報はその度に生成して使用します

ｉ 3種類の素数表X(=0,1,2)に分けて保存します:表1.2

表1.2 素数表の概要：詳細は4.2, 4.3項を参照

No	素数表名	収容素数	素数範囲	収容個数	記載素数
0	基礎素数表:X=0	連続(全)素数	2～104,729	10,000素数	素数範囲の全素数
1	拡張素数表:X=1	1,000個間隔毎の素数	5～175,584,819	15,000素数	1,000個間隔の間引き素数
2	双子素数表:X=2	1,000個間隔毎の双子素数	5～280,644,389	1,100素数	双子ペアの先頭のみ記載

ⅱ 拡張/双子X(=1/2)の各素数表には、下記情報も合わせて保存されます

・隣接素数間の**間隔(Gap)分布**：全素数対象(1,000間隔でなく)全ての値に対する分布が収録されます

・**4nソート**情報：各1,000素数区間毎の**4n+3型**の所属素数を保存します

・**Gap偏差情報**　：各1,000素数区間毎の隣接素数間のGapのばらつき具合(標準偏差/分布)を保存します

ⅲ ・上記3種類の素数表は**エクセルの.csvファイル**で目視可能ですが、**人手で操作**すると、次からは本ソフトでの入力は不可能になる可能性がありますので、(修正無しでも)**保存は別ファイル名で**保存します

・**拡張/双子**素数表には**1,000個素数**毎の**先頭値**のみが保存されていますが、省略された1,000個区間内の残り999個の個別素数値は必要時に生成して使用されます

ⅳ 以上の関係を図示します:図1.2

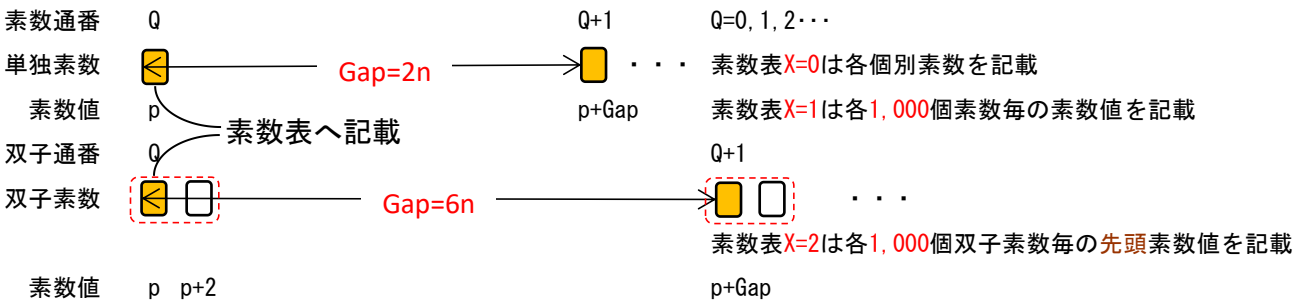


図1.2 各素数表の記載項目:単独/双子の素数間Gap=2n/6nに関しては3.3項を参照

2 本ソフトの主要機能

本ソフトは、探索対象の素数そのものを生成する**開発機能**と生成済素数を探索する**通常機能**に分けられます
本書で説明するのは、**通常機能を中心**にして、操作に就いては**操作説明書**を参照ください

2.1 開発機能

1.2項に記した**素数表の作成/拡張**関連の処理を行います：4.3項も参照

・生成された情報は全て纏めて表1.2、4.3項の3種類の素数表の**暫定ファイル**として保存します
・次の入力時には、本暫定ファイルより一式入力して必要なテストを行い、問題なければ、これを
通常ファイルとして保存し、次の起動からは、この**通常ファイル**からの入力を**既定処理**として行います

2.2 通常機能

2.1項に記した通常ファイル(暫定ファイルについても同様ですが)について目的とする探索機能を実施します
通常機能はファイル保存された情報には一切変更を加えませんので通常処理終了後にファイル保存する必要は
ありません。以下通常機能の概要を記します

2.2.1 素数のミクロ検証

下記の具体的Topicに就いて検証と結果の表示を行います

2.2.1.1 素数検証と素因数分解：詳細は操3.2.1.1

指定された**整数n**の素数性の判定と非素数の場合の**素因数分解**(構成素因数とその重複数のペア)を表示します

・対象整数n≦2,147,483,647(4バイト整数範囲)とします：**素数**指定の場合は**4n分類,平方和分解**等が表示されます
・各素因数は**4n分類値**が合わせて表示されます
・対象整数nが$n=m^2+1$の形の場合はその構成素因数は全て4n+1型であることが知られていますので
その検証ができます：素数2は$2=1^2+1$となりますが、4n+2型となり例外です
・対象整数が**完全数**の場合は、その表示と検証結果を表示します

2.2.1.2 メルセンヌ素数と完全数：文献1-P85：表2.2.1の生成法は操3.2.1.2を参照

・メルセンヌ数$p=2^k-1$が**素数p**になるとき、下記が成立
　・**kは素数**
　・$q=2^{k-1}$として、
　・**n=p･qは完全数**
・nが4バイト整数の範囲での(偶数)の完全数を表2.2.1に要約します
・n=p･qが完全数である為には、1も約数として、
nの全ての約数の和s=nが必要で下記にて確認します

表2.2.1 メルセンヌ素数pと完全数n

k	$p=2^k-1$	$q=2^{k-1}$	n=p･q
2	$3=2^2-1$	$2=2^1$	6
3	$7=2^{3-1}$	$4=2^2$	28
5	$31=2^5-1$	$16=2^4$	496
7	$127=2^7-1$	$64=2^6$	8,128
13	$8,191=2^{13}-1$	$4,096=2^{12}$	33,550,336

$$n = q \cdot p = 2^{k-1} p$$

$$s = \left(2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots 2^{k-1}\right) + \left(2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots 2^{k-2}\right) \cdot p \qquad n\text{の約数の和}$$

$$= \frac{2^k - 1}{2-1} + \frac{2^{k-1} - 1}{2-1} p = 2^k - 1 + \left(2^{k-1} - 1\right) \cdot p = p + \left(2^{k-1} - 1\right) \cdot p = p \cdot 2^{k-1} = p \cdot q \qquad (2.2.1)$$

$$= n \qquad \because \quad p = 2^k - 1 \text{ で素数}$$

2.2.1.3 4n+1型素数の平方和分解(フェルマー)：文献1-P50

全ての**4n+1**型素数pは2つの整数x,yにより、**$p=x^2+y^2$の形に(一意に)分解**される事が知られています

参考：双子素数の連続素数ペアはペアの何れかが4n+1型になります

表示例は3.1項と図3.1.3を参照：操作関連は**操図3.5.4**を参照

2.2.1.4 全ての整数(n≧4)の素数和分解：ゴールドバッハ予想：文献1-P91

ⅰ 整数n=偶数の場合

例：　4=2+2　　6=3+3　　8=3+5　　10=3+7=5+5　　12=5+7　　14=3+11=7+7

100=3+97=11+89=17+83=29+71=41+59=47+53　　**計6組**

の様に**偶数整数は2個の素数の和**に分解されます

また、本分解は一意ではなく、**複数個**あることが判明します。そこで

$n=10^k$(k=1,2,3･･･9)として、各nに対して素数和分解される組数を調べた結果を表2.2.1.4に要約します

表2.2.1.4に於いて

・S(k)=**組数**は,整数$n=10^k=p_0+p_1$を満たす**素数**(p_0,p_1)の組数

・R(k)=S/nはnに対する**組数比率**

・R_m(k)は組数比率R=S/nを下記により**モデル化**したもの

$$R_m(k)=0.2\exp\left(-a\sqrt{\frac{k-1}{8}}\right)$$

$$R_m(1)=R(1)=0.2$$

$$R_m(9)=R(9)=R(1)\exp(-a)\Rightarrow a=Log\left(\frac{R(1)}{R(9)}\right)$$

$$R_m(k)=0.2\exp\left(-b\sqrt{k-1}\right)=0.2\exp\left(-b\sqrt{Log10\left(\frac{n}{10}\right)}\right)$$

$$b=\frac{a}{\sqrt{8}}=\frac{1}{\sqrt{8}}Log\left(\frac{R(1)}{R(9)}\right)=1.58274765$$

表2.2.1.4 整数$n=10^k$の素数和の組数S(k)とモデル化Rm(k)

k	S(k)=組数	R(k)=S/n	Rm(k)	誤差率
1	2	0.2	0.2	0
2	6	0.06	0.041082	-0.315
3	28	0.028	0.021327	-0.238
4	127	0.0127	0.012896	0.015
5	810	0.0081	0.008439	0.042
6	5,402	0.005402	0.005808	0.075
7	38,807	0.0038807	0.004143	0.068
8	291,400	0.00291400	0.003037	0.042
9	2,274,206	0.002274206	0.002274	0
10			0.001733	

-b　-1.58274765

本モデルはk=1,9に於いて誤差が0になるようにパラメータ0.2,a,bを決めたものです

・**誤差率** $=\dfrac{Rm(k)-R(k)}{R(k)}$

・**$n=10^9$**迄の範囲は本モデルは良い近似になっている、と思われます
k=2,3で誤差率が大きくなっていますが、この近辺では組数は少なく量子化誤差が大きく出る為と思われます。k=10以上の検証は長大な計算時間がかかり,更に1.1の4バイト整数範囲を超えます
従って、**k=10**は表2.2.1.4では**Rm**(k)のみ求めてあります

・かくも多数の素数組が存在しながら、**存在自身は証明されていない**、未だ**予想**にとどまっている事は大変**不思議**です

・表2.2.1.4の表示法は,操2.3-注2、図2.3を参照(k=7の例)

ⅱ 奇数整数の素数和分解(ゴールドバッハの弱い予想)：文献1-P93

ⅰのゴールドバッハ予想を前提にするなら,**奇数整数が3組の素数和に分解**される事は容易に了解されます

・任意の奇数整数から適当な**素数P**を引いた残りは**偶数整数**になりますのでこの偶数整数の**2組**の素数和分解と引いた**素数P**と合わせて**3組**(2組にも)**の素数和分解**になります

例：　3=1+1+1=2+1　　5=2+2+1=2+3　　7=2+2+3=2+5　　9=3+3+3=3+5+1=7+2　　11=7+2+2=5+3+3

1も素数とみなし又この前提で**2=1+1**で**2**も**素数和**分解されます

・この弱い奇数整数に関するゴールドバッハ予想を前提にしても、
ⅰの偶数整数に関するゴールドバッハ予想は導けないとのこと

2.2.2 素数情報のマクロ表示-1：形式

本ソフトの主要目的は素数の発生状況をマクロ/個別にビジュアルに表示/検証する事にもありますが、
その表示形式は下記によります

ⅰ **グラフによる表示**

指定された**3種類の素数表毎**に、**全体/部分/個別(区間**とも呼びます)の**3レベルの精細度**のグラフにより選択表示します。グラフ表示される項目は指定された素数表/各グラフの精細度に応じて一部が変わります
多くのグラフにて標本点は一部を除いて**50**ポイントです

表2.2.2-1 グラフ表示の体系:表示例は3章

No	分類	全体(左)グラフ：注1	部分(右)グラフ	個別/区間(右)グラフ
1	目的	全体を見る	指定部分を素数表レベルで見る	個別の素数レベルで見る
2	表示間隔	指定された素数表(0,1,2)記載項目 全体を50ポイントに間引き表示:注2	全体グラフの指定点から 素数表記載項目分を間引き無しで スクロールして表示	全体グラフの指定点から1,000素数分 を間引き無しでスクロールして表示
3	対象	全素数表/表示項目が対象	全素数表/表示項目が対象	素数表X=0と一部項目には存在しない
4	表示内容	素数表記載項目(実態)を間引表示 計算によるモデル化情報を表示	素数表記載項目(実態)を表示 計算によるモデル化情報を表示	必要時に生成して表示(実態) 計算によるモデル化情報を表示
5	備考	ScaleOutしないように全体を調整	ScaleOutが発生	開始点に対する相対表示あり

注1:全体グラフは部分又は個別/区間グラフ(画面右側に表示)とペアで画面左側に表示されます
注2:一部のグラフでは全対象項目をドット表示します。3.3～3.5項

ⅱ **数値による表示**

数値表示はⅰ項の**部分/個別**表示グラフの**標本点**の値に対応して表示します
全体グラフに対応した数値表示は原則ありません
グラフ値をそのまま表示/比/差による表示等、グラフと異なった表示になることがあります

・数値表示は**3行x10標本点**で構成され、**3行目は縦スクロール**により項目を切り替え表示します
・**グラフ**の表示値が**横スクロール**されると、**数値表示も連動して横スクロール**されます

表2.2.2-2 数値表示の体系:表示例は3章

NO	共通	部分表示	個別/区間表示
1	グラフサンプル点の数値を表示 ・グラフで非表示項目も表示 ・比/差分等グラフと異なる表示になる項目もある	開始点は素数表記載点単位に 左右にスクロール可能	素数表でSkipされた1,000項目区間内 の個別数値を表示
2	グラフの最初の10標本点の数値を表示	表示開始点は自由に移動可能	1,000項目区間内で開始点を移動可能

2.2.3 素数情報のマクロ表示-2：様式

グラフ/数値表示される各種項目の表示様式を以下に要約します

ⅰ **生数値**：素数表に表示されている素数に関する生数値そのもの:図1.2を参照

・**素数値**：
　・**拡張**素数表X=1の場合は、1,000毎の標本素数：各1,000個素数区間の先頭素数値
　・**双子**素数表X=2の場合は、1,000個毎の双子素数の標本双子素数区間の先頭双子素数の先頭素数
　・**個別**表示されている場合は、各個別の素数：双子の場合は先頭素数
・**個別素数間Gap**
　・単純に素数間Gap表示する場合は、連続素数(P,Q：双子の場合はペアの先頭)としてQ-Pを表示します
　・素数間Gapの**分布**表示の場合は**正規化Gap**(生Gapを単純/双子に応じて2/6で割る)を用います
・その他：個別の項を参照

ii **基本モデル**：素数発生率に関する**周知モデル**：**文献-1による**

生数値をモデル化することにより、より全体像の理解が深まります

・Log(n)モデル：Log(n)はnの自然対数、常用対数はLog10(n)で表示

整数nが素数になる確率は1/Log(n)に近づく(nが大きくなると)：即ち、素数pの前後の素数間GapはLog(p)

・Li(n)モデル：整数n以下の素数の個数Q(n)は1/Log(x)のx=0～n迄の**積分値**Li(n)になる

$$Q(n) \equiv Li(n) = \int_{x=0}^{n} \frac{1}{Log(x)} dx$$

本積分を実際求めることは困難ですので、文献１-p119にあるnの標本点に対応するLi(n)を既知として他のnについては必要時に必要区間を**数値積分**することにより求めます

・π(n)モデル：整数n以下の素数の個数Q(n)をπ(n)=n/Log(n)と近似する

これは、Li(n)モデルの簡略モデルでπ(n)＜Li(n)となり精度は落ちます

iii **拡張モデル**：双子素数の発生率等,π(p),Ln(p)では評価できないもの含めて下記の如くモデルを拡張しますの形で**直線モデル化**します

$$y_m(p) = a + b \cdot x(p) \qquad x(p) = \begin{cases} Log(p) & p\text{として}gap \\ \dfrac{p}{Log(p)} & \pi(p) \\ \displaystyle\int_0^p \frac{1}{Log(x)} dx & Ln(p) \end{cases}$$

・$y_m(p)$は実際の値$y_a(p)$のモデル値

・a,bは下記の**最小2乗法**で決定します

・y(p)をLog10(y(p))として指数化する事もあります

$$\Delta = \sum_{p=1}^{n} (a + bx(p) - y_a(p))^2$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial a} = 2\sum_{p=1}^{n} (a + bx(p) - y_a(p)) = 0 \qquad \Rightarrow \quad na = \sum_{p=1}^{n} y_a(p) - b\sum_{p=1}^{n} x(p)$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial b} = 2\sum_{p=1}^{n} (a + bx(p) - y_a(p))x(p) = 0 \Rightarrow \quad a\sum_{p=1}^{n} x(p) = \sum_{p=1}^{n} y_a(p)x(p) - b\sum_{p=1}^{n} x^2(p)$$

$$s_y = \sum_{p=1}^{n} y_a(p) \quad s_x = \sum_{p=1}^{n} x(p) \qquad s_{yx} = \sum_{p=1}^{n} y_a(p)x(p) \qquad s_{xx} = \sum_{p=1}^{n} x^2(p)$$ と置くと、

$$na + s_x b = s_y$$

$$s_x a + s_{xx} b = s_{yx}$$

より、 $a = \dfrac{s_y s_{xx} - s_x s_{yx}}{n s_{xx} - s_x{}^2} \qquad b = \dfrac{n s_{yx} - s_y s_x}{n s_{xx} - s_x{}^2}$

iv **モデルの評価**：ii,iiiのモデル含めて下記のm_eでモデルのFitting精度を評価します

$y_m(p) = p$**のモデル値**　$y_a(p) = p$**の実際の値**　**として、**

$$m_e = \frac{\sqrt{\sum_{p=1}^{n} (y_m(p) - y_a(p))^2}}{n \cdot y_a(n)}$$

で評価して,評価結果は該当の数値表示で示されます

v **モデル名の識別表示**：

グラフ/数値表示に於いて、適用モデルを表示するため、下記の略称を用います。

y=MijF(v)の形で表示します

i,j,Fの表示内容を表2.2.3に示します

例：

q=Mqxπ(p)=a+b･π(p)

q=MqxLi(p)=A+B･Li(p)

g=MsoLg(p)=Log(p)

g=MsxLg(p)=A+B･Log(p)

表2.2.3 モデル名の識別表示

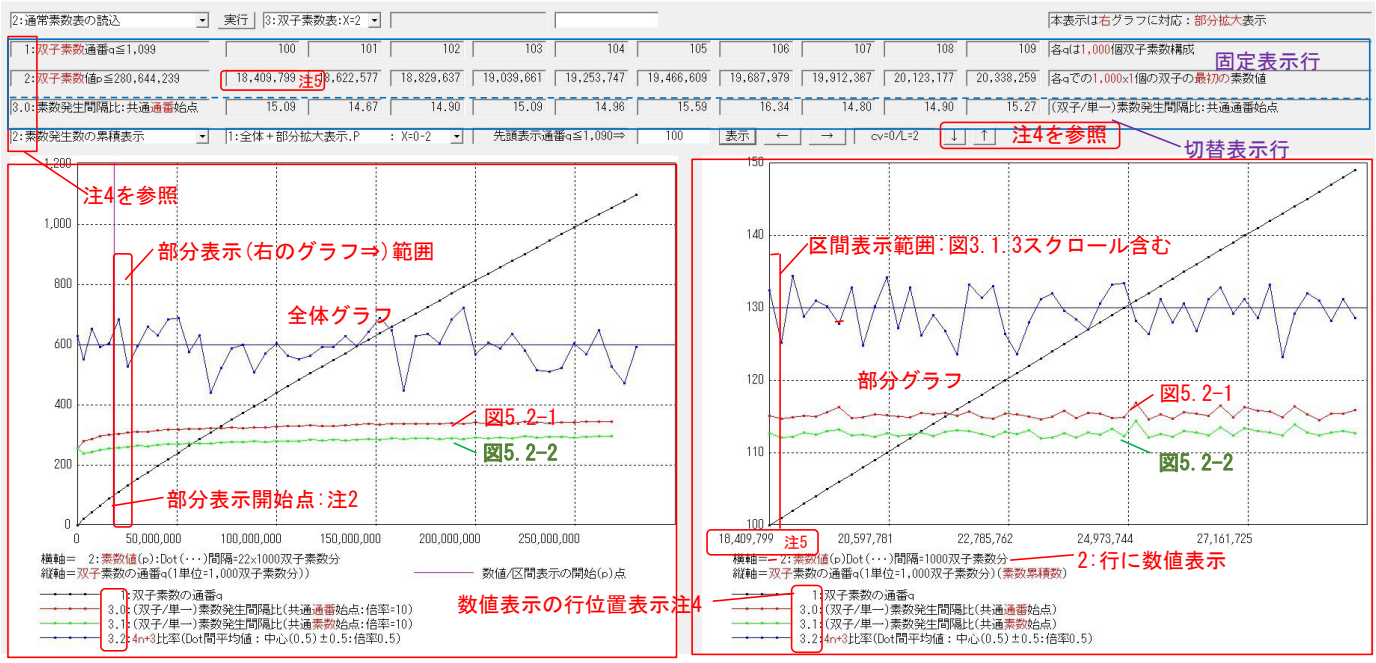
M	モデル名の識別子	
i	類別表示	
	q	素数発生個数,素数の通番
	s	素数間差分値
	v	標準偏差
j	o	基本モデル(ii)に該当：関数系Fのみ
	x	拡張モデル(iii)に該当：a+b･F()の形
F	関数系(ii,iii項)：Log(n),π(n),Li(n)	

3 実表示例：数値表示とグラフ表示

以下主要結果の一例を数値とグラフで示します

3.1 素数発生累積数の表示：M2=2:で表示

双子素数の場合を例に発生状況を図3.1.1～3.1.3に表示します：操作関連は,操3.3、3.4を参照



(1)左グラフ:全体グラフ　　(2)右グラフ:部分グラフと数値表示

図3.1.1 双子素数表X=2の素数発生累積数を表示するグラフと数値表示例

図3.1.2 区間個別双子素数の数値表示：図3.1.3のグラフ対応の数値表示

注

0 本例は素数表X=2(双子素数)を選択した例です
素数表X=0,1も選択できますが、X=0を選択した場合は、
図3.1.3の区間グラフは表示されません

1 横軸記載の整数以下の双子素数の累積数を表示します
表示単位は、
全体表示(左グラフ),右グラフ(部分グラフ,区間グラフ)
で凡例記載の通りに異なります。

2 全体グラフは常時表示され,**部分表示開始点**が部分/区間
グラフの開始点(素数表記載の)開始点になります
・**部分表示**は双子素数表X=2記載の各点が表示されます
・**区間表示**は双子素数表記載の指定(1000素数)区間
内の**各双子素数**の先頭素数が表示されます

3 図3.1.3は個別の素数状態が表示されています

4 図3.1.1～ 3.1.3の凡例部の各表示項目先頭の1:～3.x:
の印は数値表示部の行番号を表示します
3.0:～は可変行で↓,↑のボタンで切り替えます。この凡例表示は以下の全てのグラフ表示に共通です

5 部分/区間グラフでの初期表示項目18,409,799は,**表示**,←,→ボタンで切り替えできます

6 (双子/単一)素数発生間隔比3.0:,3.1:は5.2項を参照

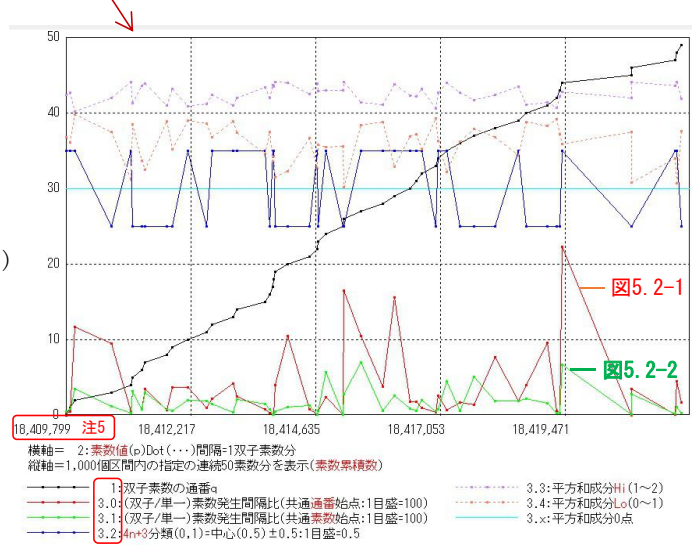
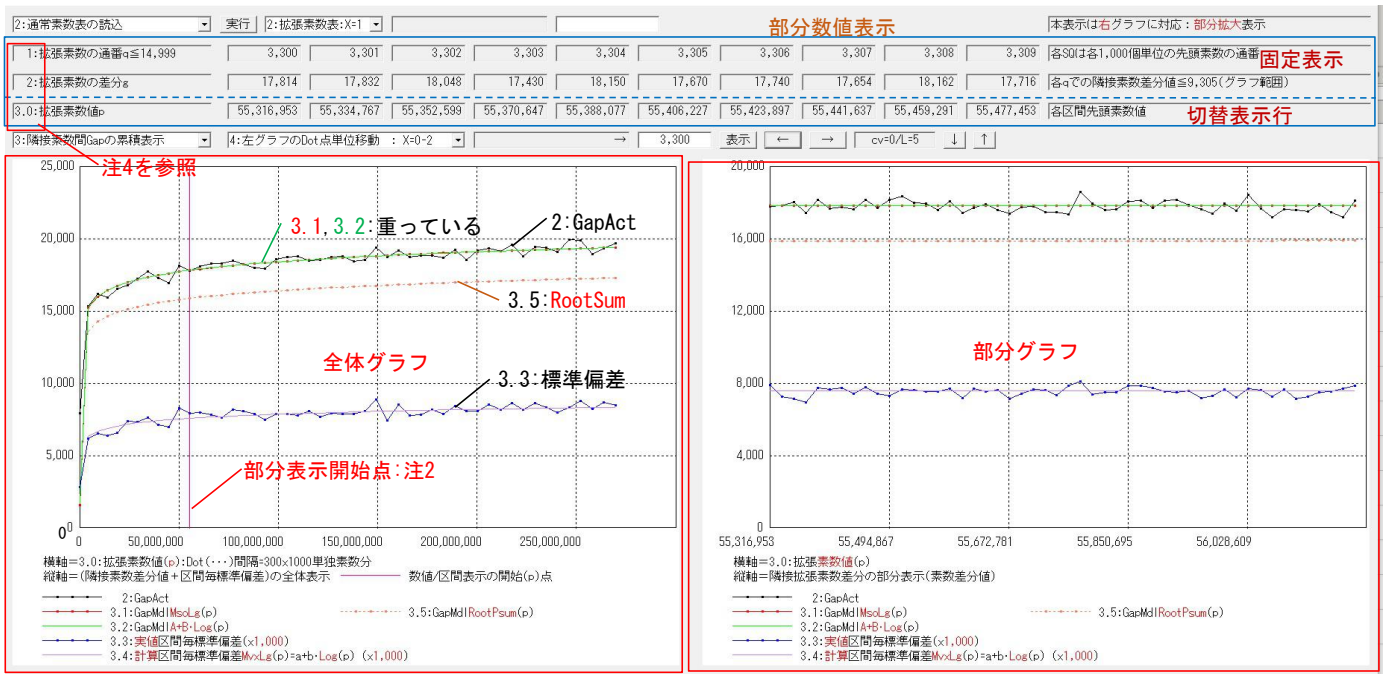


図3.1.3 区間/各素数個別表示グラフ:図3.1.1の右グラフの置替

3.2 素数発生間隔(Gap)の表示：M2=3:で表示(拡張素数表X=1の表示例の全貌を図3.2.1～3.2.3)



(1)左グラフ:全体グラフ　　(2)右グラフ:部分グラフと数値表示

図3.2.1 拡張素数の素数間隔(Gap)の全体表示：Gap値はサンプル点間隔の差分値

図3.2.2 区間/各個別素数間Gapの数値表示：

1 図3.2.1～3.2.3は拡張素数表X=1を表示します
全体の表示形式は3.1項と同じです

2 各グラフは横軸整数に対応する素数間Gap長を表示します。Gap長は各グラフ凡例に示す通り、トビトビの間隔になっています。図3.2.3各は素数間Gapです

3 実Gap値と計算によるモデル値が表示されています
・3.1:MsoLg(p)値がLog(p)モデルによるもの
・3.2:A+B･Log(p)値はその拡張モデルで
何れも精度の良い近似でグラフ上で重なっています

4 図3.2.3は単独素数間のGap変動が示され、
実Gap3.0：が大きく変動していますが、
計算Gapは平均Gapが表示され、1000素数区間内ではほぼ一定になります

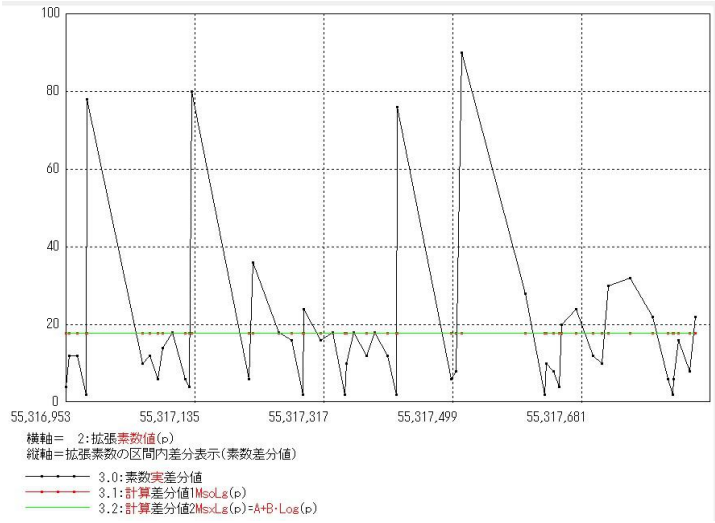


図3.2.3 区間/各個別素数間Gap表示グラフ：5.1項参照

5 1000個素数区間内のGap変動の標準偏差が図3.2.1には表示されています
右グラフは各1000個素数区間の標準偏差が、左グラフは更に300区間毎に纏めた平均値がPlotされています

6 3.5:RootSum含めて,個別の表示項目と各要素の表示名は4.1.2項を参照

3.3 素数発生間隔(Gap)分布の表示：M2=4:で表示：操作関連は操3.6.2を参照

双子素数の隣接素数間のGap長分布(5.3を参照)の状態を図3.3.1、3.3.2に示します
本Gap分布は1000素数単位の素数表ベースではなく個個の素数(5以上)Gap間隔を調べたもので、**双子素数**の場合は、Gapは6の倍数になりますので6で割って正規化しています。**単独素数**の場合は2で割って正規化します

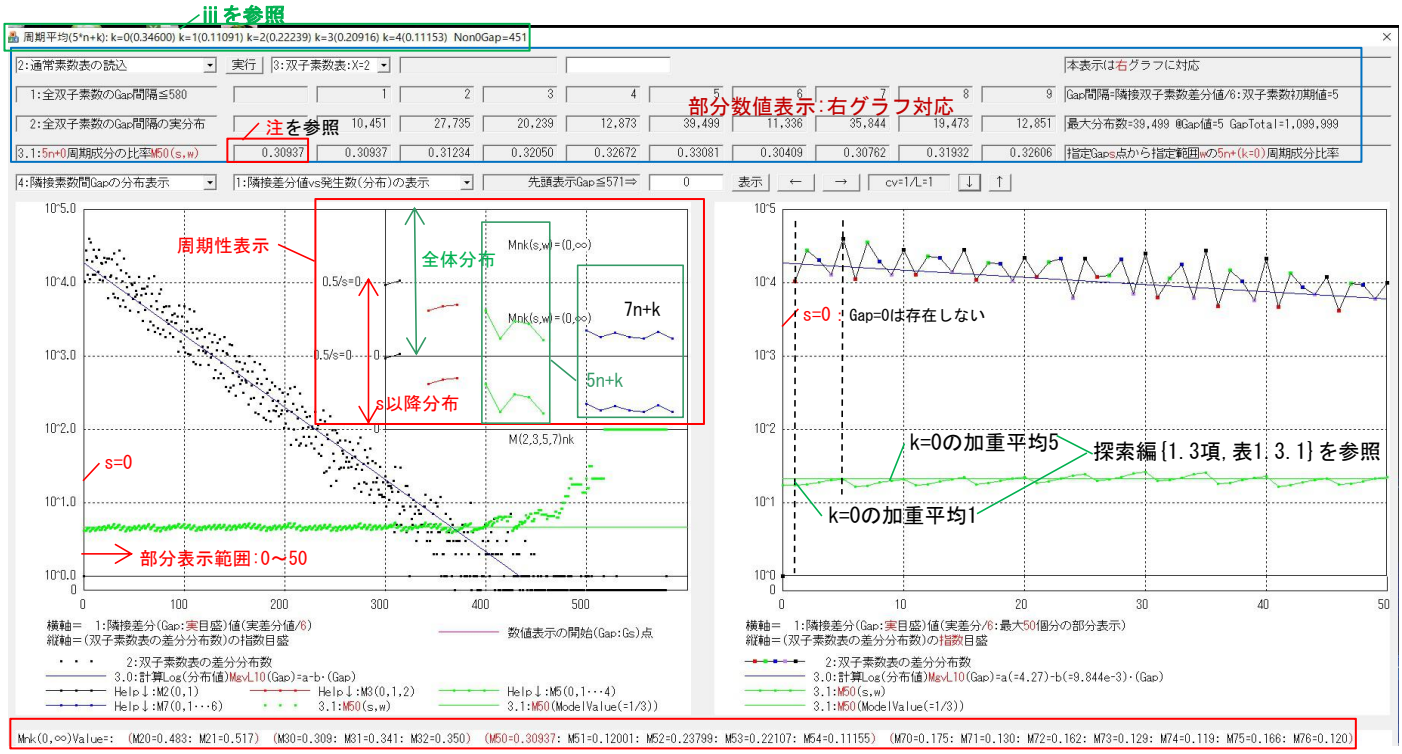


図3.3.1 双子素数間のGap分布：左グラフ(全体),右グラフ(左グラフ50Gap分の拡大表示),数値表示(右グラフの先頭10Gap分)

i **縦軸は横軸の正規化Gap間隔**の発生個数を**指数ベース**で表示しています

・縦軸は、10^n=10^n, 10^0=1は1個発生を、0点は分布0を表示します

・ばらつきはありますが、ほぼ直線近似でき、**指数分布**であることが判明します

ii 左グラフは全体分布を、右グラフは左グラフの指定点(図ではGap長s=0)から各Gap長での分布を表示します

右グラフでは、5n+k(k=1,2,3,4,0,・・・)**周期毎**に色分けされており、

・**黒点**(・)はk=0に相当,**赤点**(・)はk=1に相当,**緑点**(・)はk=2に相当・・・する**周期性**が確認できます

・この状況は**左グラフの赤枠内のミニグラフ**で表示してあります

・**5n+k周期のMnk(s,w)**ミニグラフは、Gap(s～s+w)範囲のGap(s～最大Gap-w)迄の

{**各k毎の分布数の累積値**}の{**全成分(k=0～4)の合計値の累積値**}に対する**比率**で有ります

各周期mのミニグラフでは、**k=0～m-1**迄のこの値を**左から順にドット表示**しています

・**上段が全体**分布でMnk(s,w)=(0,∞)でGap(s=0)から最大Gap(w=∞)迄の周期分布を**固定的**に常に表示

・**下段は部分表示開始点s**(図ではs=0からw=∞で上段と同じ)から最大Gap迄の分布を示しています

このwの値は**M21=6**を指定して**I2**ボックスに**w=7から∞**[-1を入力]して**表示**ボタンを押下により変更できます

・下段ミニグラフの数値は**Help行**に展開されていますが、その先頭部分を図3.3.2に拡大表示します

注を参考

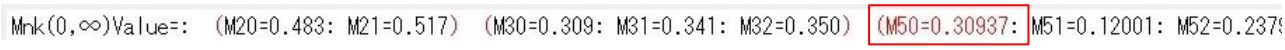


図3.3.2 Gap分布周期性Mnk(s,w)の表示:ミニグラフ下段に対応:M50はG=5n+0分布の5n全分布に対する割合

注：本図M50=0.30937の値が、数値表示部の3.1:行のTop列に表示されている値です

iii 図3.3.1のグラフの3.1:M50(s,w)グラフは、双子素数の周期分布5n+kのk=0のMnk(s,w)**成分の各**sに対する値をプロット(数値表示は3.1:行に)したもので、 **2:の実分布に類似**した動きになっています

図3.3.1の3.1:M50(ModelValue=1/3)の直線は、本M50(s,w)のModel計算値です：探索編1.2項参照

・図3.3.1の3.1:M50(s,w)はk=0に対する値ですが、

s=0,w=∞での**凡てのk(0～4)の対する値**を本図の**Top行**に**各k毎**に表示してあります:周期平均(5*n+k)

このk=0の値(=0.34600)がM50(ModelValue=1/3)に相当する実測値で若干の乖離があります

・本図は**双子素数**間Gap分布ですが、**単独素数間Gap**に就いては**3n周期**が認められます：操3.6.2を参照

・**本周期性発生の原因解析、Model計算**については、**探索編1項**を参照

ⅳ **1000素数区間内のGap分布**：図3.3.2に対象区間sq=400の例を示します。

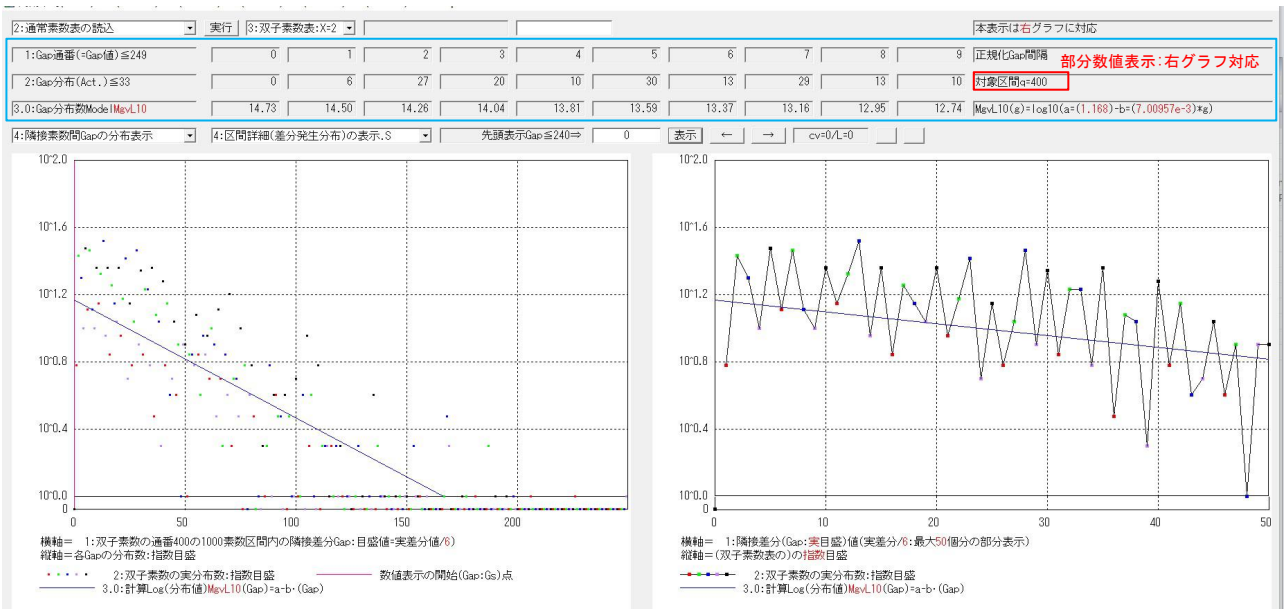


図3.3.2　1,000素数区間内Gap分布：sq=400区間内のGap分布：Gap=0は存在しません

区間(sq)によって変動はありますが、やはり**5n周期**は確認できます

・本区間は最大分布が249で左グラフはその区間の全体分布で、右グラフは分布0～50迄の詳細分布です

・最大Gapが50以下の場合は左右のグラフは一致します

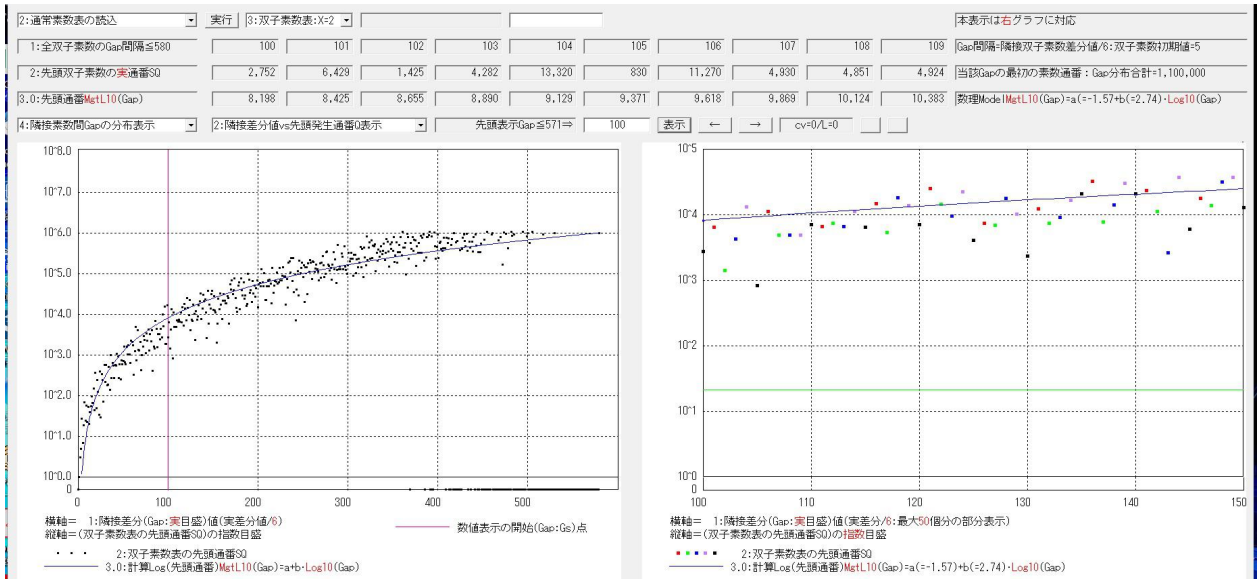
ⅴ **指定Gap長が最初に発生する素数通番sq**：

一般に大きなGap長は大きな素数値の処で発生すると予想されますが、その状態を検証します

a:最初にそのGap長が発生する素数の**通番sq**を表示

b:最初にそのGap長が発生する**素数値Pを**表示

両者は類似した傾向を示しますが、ここではa:の例を図3.3.3に示します



(1)左グラフ:全体グラフ　　**(2) 右グラフ:(2)のGap=100からの拡大と数値表示**

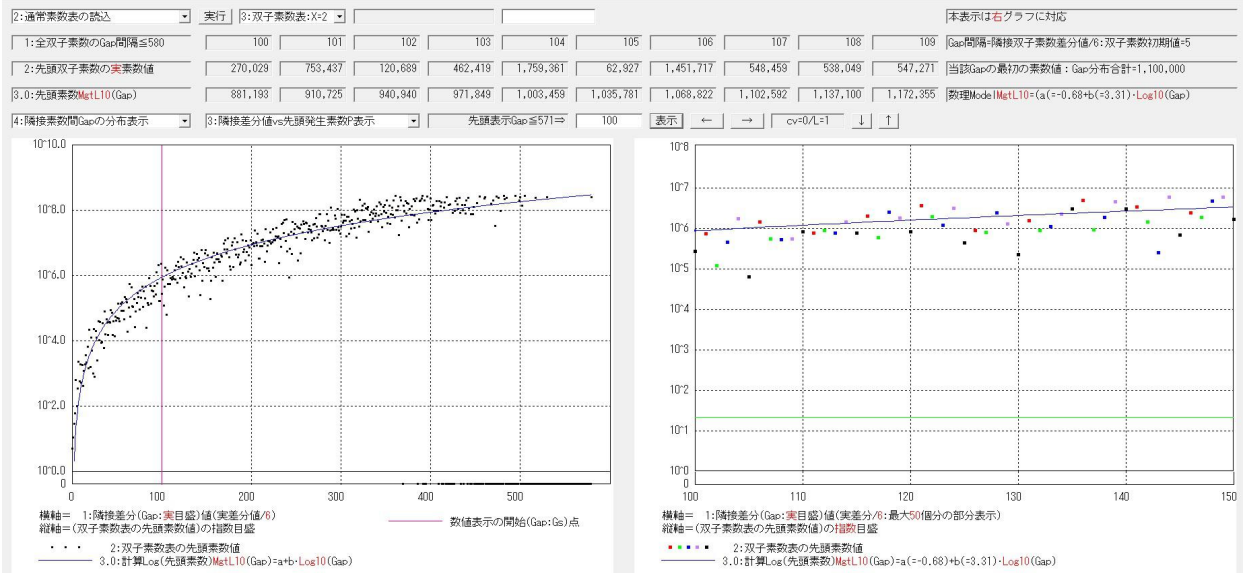
図3.3.3 双子素数の発生間隔(Gap)毎に最初に発生する素数通番sqを表示

・左右グラフの関係はこれまで通りで本図の**右グラフ**は**左グラフのGap長=100からの詳細図**です

・分布にはバラツキがありますが、グラフの中心線は横軸Gap長を**Log**表示にすると

Log(分布値)=a+b*Log(**Gap長**)の直線近似になります

vi 指定Gap長が最初に発生する素数値P：iv-b:の双子素数の場合に就いて図3.3.4にします。



(1)左グラフ:全体グラフ　　(2) 右グラフ:(2)のGap=100からの拡大と数値表示

図3.3.4 双子素数の発生間隔(Gap)毎に最初に発生する素数通番sqを表示

図3.3.3と同様な傾向がみられます

3.4 素数発生の構造-1：全貌：詳細は探索編2.3を参照

比較的小さい連続(単独)素数をr_0, r_1としとして、r_0^2～r_1^2間に存在する素数Pに就いて検討します

i 素因数を共有する素数P

r_0^2～r_1^2間に存在する素数Pは下記2つの条件を満たす事が必要十分です

・$r_0^2 < P < r_1^2$

・Pは2～r_0間の全ての素数(特に素因数と呼びます)と素である

以上の関係を満たす素数Pを素因数r_0を共有する素数と呼び、

逆に素数Pに対して素因数r_0をPを生成する素因数とも呼びます

このような素数Pの発生状況をそのGap長分布を中心に調べます：図3.4.1

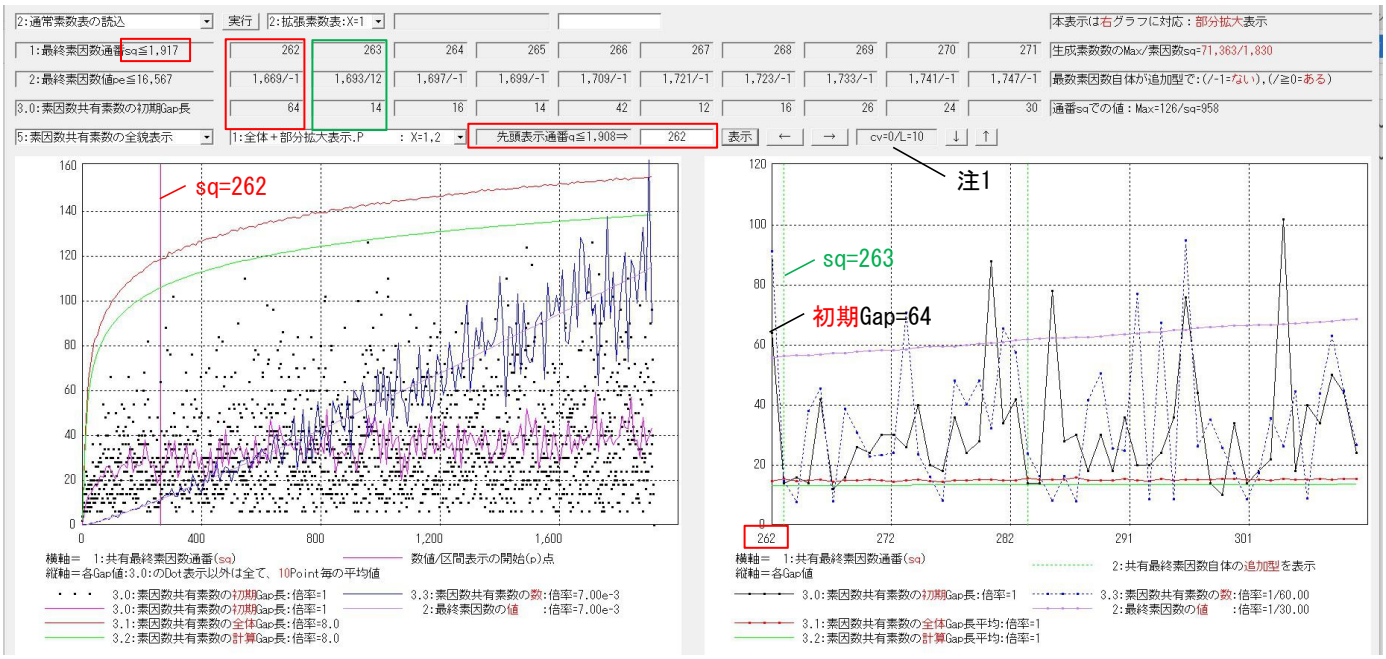


図3.4.1 sq=0～1,917迄の素因数を共有する素数の発生状況：左グラフ=全貌：右グラフ=sq=262からの詳細50sq分

注1:数値表示ではL=10でグラフで非表示の更なる情報が表示されています：4.1.4項を参照、

ii PのGap長を分類：

Gap種類	定義
3.0:初期Gap	[r_0を共有する先頭素数値(P1)]-[r_0の直前の素因数を共有する最終素数値(P0)]：単独Gap
3.1:全体Gap	(P2-P0)/N：ここで,N=r_0を共有する全ての素数数、P2=r_0を共有する最終素数値：平均Gap
3.2:計算Gap	Gc(r_0)=1/h(r_0)でh(r_0)は下記

$h(r_0)=(1-1/2)(1-1/3)(1-1/5)(1-1/7)\cdots(1-1/r_0)$　　探索編3.1を参照

以上を中心に素因数2(通番sq=0)からsq=1,917迄の素因数を共有する素数状態を図3.4.1に示します

iii 判明事項

・**左グラフ**で**初期Gap長**(3.0)は**各素因数sq**に対してDot表示しており大きなバラツキがあります
横軸sqの**10個毎の平均値**を同じ縦倍率で曲線表示(3.0)していますが、これでもバラツキは残っております
これは、初期Gap長が**P1-P0の単一Gap**で有ることにより、当然と思われます

・**全体Gap**(3.1)と**計算Gap**(3.2)は縦軸8倍で表示していますが、全体Gap(3.1)は平均的に**初期Gapの約1/2**で
全体的にバラツキは低減しています。膨大な共有素数の数(3.3)の平均化効果によるものと思われます

・計算Gap(3.2)は全体Gap(3.1)の約10%減となっています：探索編2.2参照

iv **右グラフ**：左グラフの指定sq点(図では262)からの50sq分を拡大して折れ線表示しています
本図で sq=263が 2:**共有最終素因数が追加型**、とあるのはこのsq=263という素因数(=1,693)自体が
本素因数(=1,693)を生成する素因数(=41)を共有する素数の**先頭素数**(ii のP1素数)である事を表示します

・上部の数値表示部の 1:sq=263の素数値は 1,693でこの素数を生成する最終素素数値は**41**($1,693^{0.5}$=41.15)

・その前のq=262の素数値 1,669を生成する最数素因数値は**40**($1,669^{0.5}$=40.85)
より、sq=263の素因数1,693は(12番目の)追加型である、事を示しております

v 本共有区間には素数が5,481個ありますが、その区間の状態を図3.4-2にその数値表示部を図3.4-1に示します

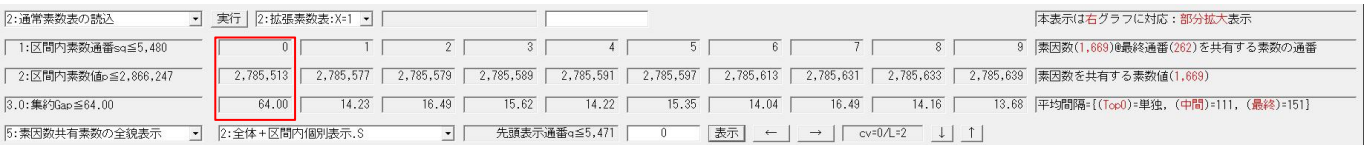


図3.4-1 図3.4-2の数値表示部：素数PのGap長は(Pの次の素数値)-Pで定義します

図3.4-1の 1:行の通番sq=0の欄は通番sq=261の
最終素数(ii のP0)値を表示しています
従って、このGap長64は本sq=262区間の
初期Gapで有ります

・図3.4-2の3.0:の折れ線は本区間の連続Gap
の全貌を下記の様に集約して表示しています

・横軸0点は**初期Gap**単独表示です：図では64

・1以降の値は3.0:の凡例に示す通りに平均化
して表示しています
中間点は111Gap分の平均値になります

・本表示は横軸スクロールしても不動です

・3.1:で**隣接素数間実Gap長**を表示しています
1/2倍率で各素数毎表示しています
単独Gapの為大きな変動がみられます

・ 2:**区間内素数値**はこのレベルでは変化は見れません

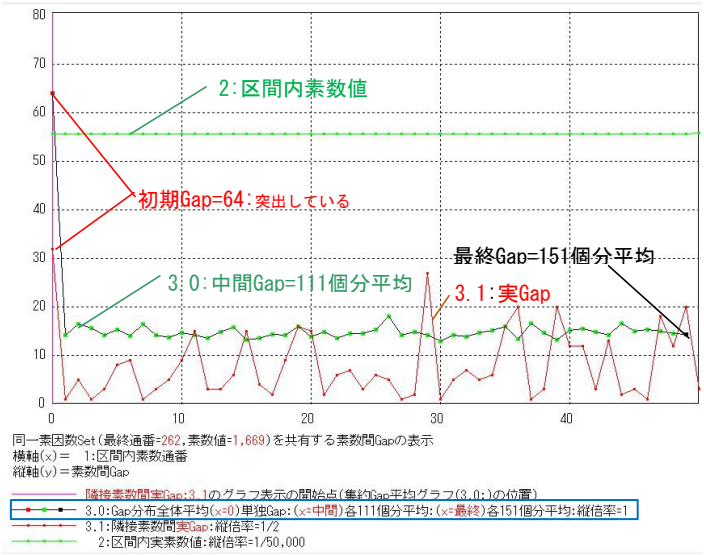


図3.4-2　図3.4.1の区間sq=262の区間内表示

3.5 素数発生の構造-2：素因数共有素数の拡張：詳細は探索編2.1を参照

ⅰ 3.4-ⅰ項では**素因数を共有する素数P**に下記2つの条件を課しています

(1) $r_0^2<P<r_1^2$

(2) **Pは2～r_0間の全ての素数**(特に**素因数**と呼びます)と**素**である

ここでは(1)の **$P<r_1^2$の条件を外して**素数の発生状況を調べます

・r_0=547(sq=100),Pの範囲を最終素因数**r_0に加えて800素因数**区間まで広げて**r_0素因数を共有**できる素数の発生状況を図3.5.1に示します

・元より**Pがr_1^2を超える**と、**r_1以上の素因数を約数に持つ**整数も現れ**r_0素因数を共有しても**その**全てが素数**になるとは言えないので有ります

このような**r_1^2範囲を超えたr_0共有素数？**をとりあえず**暫定素数**と定義します

・$r_0^2<P<r_1^2$の範囲を**基本区間、r_1^2**を超える区間を**拡張区間**と呼びます

ⅱ 本表示は、下記にて指定します：更なる探索は探索編2項を参照

・**メニューM1=a:**を指定して、**入力ボックスI1**にr_0(sq0と表示),表示素因数範囲(spcと表示)対応値を入力して、**実行**ボタンを押します：(,sqs)部分は図3.5.2のSkipを表示させるためのオプションで,
未入力時では、sqs=0が指定されます：図3.5.1では、100,800と入力しています:','区切りです
注：各入力数値(本例では100,800でこれが大きくなっても)内に','を入れてはいけません

・実行開始後出力が終了すると、図3.5.1が表示され、**メニューM2=6:**が自動設定され、
以降はメニューM21を使用して表示範囲を指定します：**メニューM2=6:**は直接初期指定はできません

・図3.5.2では、100,800,400を**入力ボックスI1**に入力して**実行**ボタンで起動しています
図3.5.2のSkip指定は、図3.5.1の表示後**メニューM21=2:**を指定して**入力ボックスI2**にSkip値(400)を指定して**表示**ボタンを押しても表示されます：**メニューM0**での素数表指定は本表示には無関係です

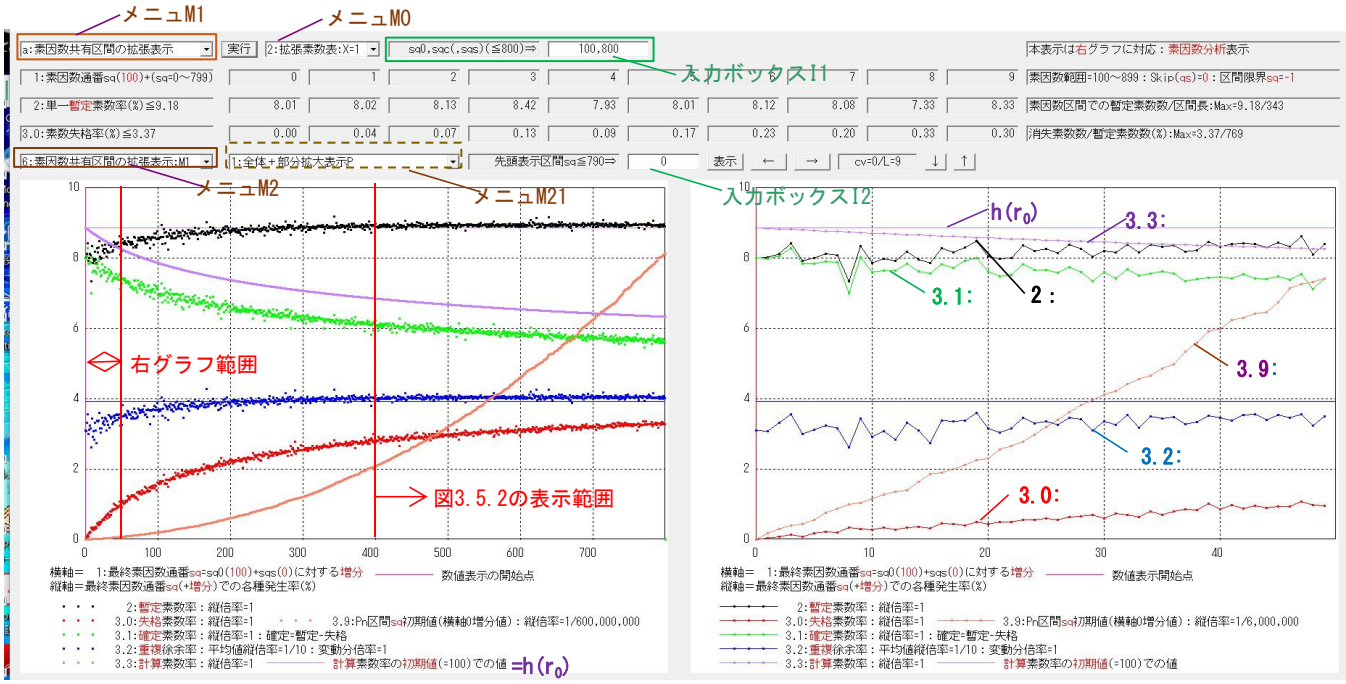


図3.5.1 r_0=547(sq=100)を共有する(暫定)素数の発生状況:左=追加sq=0～799迄の全貌：右=最初の50sq分の拡大

ⅲ 図3.5.1の概要：用語定義：さらなる詳細は探索編2.3を参照

2:暫定素数	ⅰ-(2)の条件で素数条件を満たす整数(暫定素数)	各項目の値を各sq区間の区間サイズ($r_{i+1}^2-r_i^2$)で除して正規化した値が図3.5.1でxx素数率としてPlotしてあります:i=1～
3.0:失格素数	暫定素数の中でr_1以上の素因数を約数に持つもの	
3.1:確定素数	暫定素数-失格素数:r_1以上の素因数を持たない素数	
3.2:重複徐余	ⅰ-(1)の範囲の整数でr_0以下の素因数による徐余=0になる素因数が複数個ある場合その過剰分の徐余=0の合計：徐余=0の集中度の指標	
3.3:計算素数率	3.4-ⅱのh(r_i)による計算値：i=100+sq	

ⅳ 暫定素数率の飽和

図3.5.1では、 **2:の暫定素数率**は**計算素数率h(r_0)に近かづく**事がわかります。3.4-ⅱを参照

更に飽和状態を確認する為、sq範囲をSkip(図3.5.2では400sq)してその先を見ることができます

一般に**r_0を増大させると飽和速度は遅くなる**傾向があります

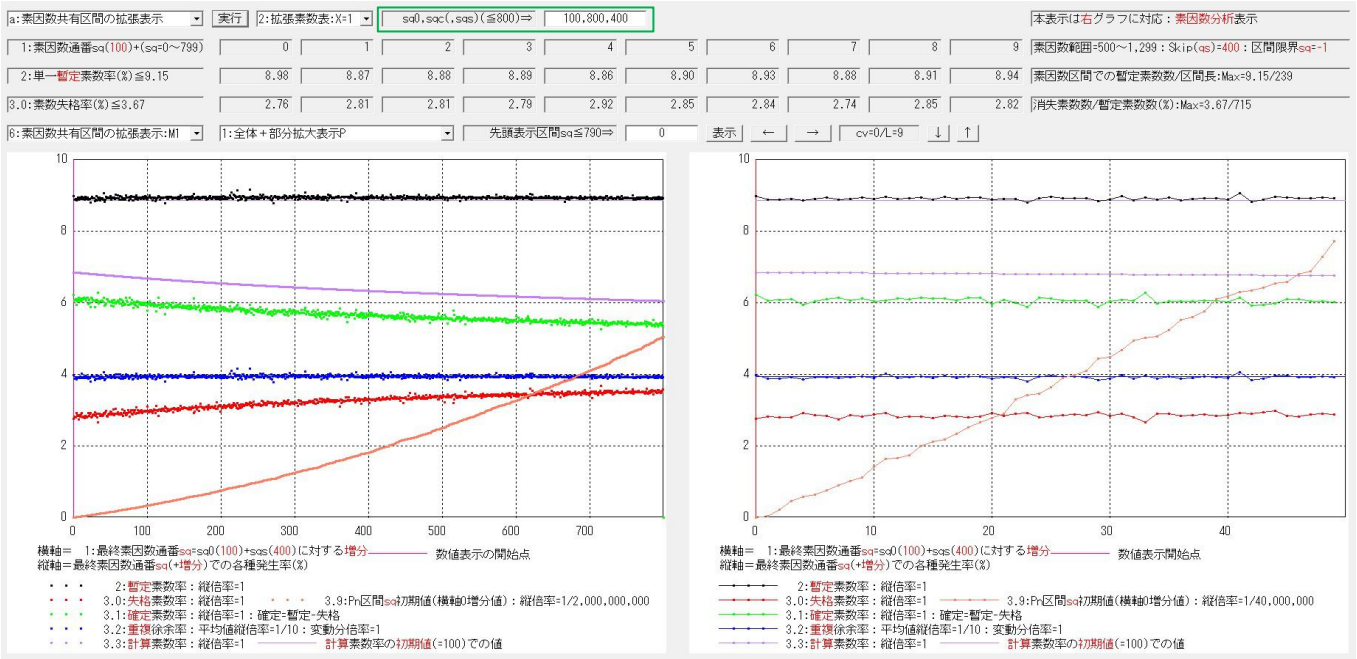


図3.5.2　図3.5.1の横軸sq=400からの先を見る：左sq=100+400からの増分800sq分：右：先頭50sq分の詳細

4 機能項目一覧

4.1 グラフ/数値表示される各種項目の表示項目の要約

以下共通に：

M2=メニューM2の指定　M21=メニューM21の指定　G=グラフでの表示　N=数値表示部での表示

X0,X1,X2={X=0,1,2}：選択済の素数表　○,×:表示の有,無

4.1.1 M2=2:素数発生数の累積表示

M21=1:全体＋部分拡大表示	G	N	X0	X1	X2
1:素数通番q	○	○	○	○	○
2:素数値	○	○	○	○	○
3.0:計算q=[MqoLi](p)	○	○	○	○	×
3.1:計算q=[Mqoπ](p)	○	○	○	○	×
3.0:素数発生間隔比:共通[通番]始点	○	○	×	×	○
3.1:素数発生間隔比:共通[素数]始点	○	○	×	×	○
3.2:[4n+3]所属比率(0～1)	○	○	×	○	○

M21=2(区間詳細:注1)	G	N	X1	X2
1:区間内通番sq	○	○	○	○
2:素数値p	○	○	○	○
3.0:計算Q[MqoLi](p)-区間開始(Q)	○	○	○	×
3.0:素数発生間隔比:[素数P]起点ベース	○	○	×	○
3.1:計算Q[Mqoπ](p)-区間開始(Q)	○	○	○	×
3.1:素数発生間隔比:[通番Q]起点ベース	○	○	×	○
3.2:区間内[N4+3]所属値(0,1)	○	○	○	○
3.3:平方和成分(Hi)の値:注3	○	○	○	○
3.4:平方和成分(Lo)の値:注3	○	○	○	○
3.5:平方和[中心値]=(p/2)^0.5:注3	○	○	○	○
3.6:区間内素数値の周期性表示:注2	×	○	○	○
3.x:平方和成分0点	○	×	○	○

注3：平方和定理$p=Hi^2+Lo^2$

・数値表示NはHi、Lo、中心値=$(p/2)^{0.5}$を直接表示

・グラフ表示GはHi/中心値(1～2)、Lo/中心値(0～1)を表示
相対値表示です

注1：M21=3で指定された1000素数区間内の各素数毎の詳細

注2：区間内各素数値P=Q･n+k として
Q={3,5,7},剰余k={0,1...Q-1}の各k毎の発生数Q(k)を表示

4.1.2 M2=3:隣接素数間Gapの累積表示

M21=1:全体＋部分拡大表示	G	N	X0	X1	X2
1:素数の通番q	○	○	○	○	○
2:素数の差分	○	○	○	○	○
3.0:素数値	○	○	○	○	○
3.1:GapModel[MsoLg](p)	○	○	○	○	×
3.1:GapModel[RootPsum](p):注2	○	○	×	×	○
3.2:計算差分値[MsxLg](p)=A+B･[Log](p)	○	○	○	○	○
3.3:区間内の素数間隔の[実]標準偏差	○	○	×	○	○
3.4:[計算]標準偏差[MvxLg](p)	○	○	×	○	○
3.3:GapModel[RootPsum](p):注2	○	○	○	×	×
3.5:GapModel[RootPsum](p):注2	○	○	×	○	×

M21=2(区間詳細:注1)	G	N	X1	X2
1:区間内通番sq	○	○	○	○
2:素数値p	○	○	○	○
3.0:素数差分値	○	○	○	○
3.1:計算差分[MsoLg](p)=[Log](p)	○	○	○	×
3.1:計算差分[RootPsum](p):注2	○	○	×	○
3.2:計算差分[MsxLg](p)=A+B･[Log](p)	○	○	○	○

注1：M21=3で指定された1000素数区間内の各素数毎の詳細

注2：3.4-ⅱ、探索編2.1-ⅲを参照：h(最終素因数)の式

4.1.3 M2=4:隣接素数間Gapの分布表示　GL=左グラフ,GR=右グラフ

M21=1(隣接差分値vs発生数分布)	GL	GR	N	X0	X1	X2
1:Gap間隔	○	○	○	○	○	○
2:Gap間隔の実分布	○	○	○	○	○	○
3.0:分布数[MgvL10](Gap)	○	○	○	○	○	○
3.1:主周期成分の比率	○	○	○	×	○	○
周期成分ミニグラフ	○	×	注	×	×	×

注：数値表示は下部Help行に

M21=4(区間詳細差分発生分布)	GL	GR	N	X1	X2
1:区間Gap通番(=Gap値)	○	○	○	○	○
2区間:Gap分布(Act.)	○	○	○	○	○
3.0区間:Gap分布数Model	○	○	○	○	○

注：M21=5にて指定された1000素数区間内の分布

M21=2:先頭発生通番Q表示	G	N	X0	X1	X2
1:Gap間隔	○	○	○	○	○
2:[実]通番SQ	○	○	○	○	○
3.0:計算先頭通番[MgtL10](Gap)	○	○	○	○	○

M21=3(先頭発生素数P表示)	G	N	X0	X1	X2
1:Gap間隔	○	○	○	○	○
2:[実]素数値	○	○	○	○	○
3.0:計算先頭通番[MgtL10](Gap)	○	○	○	○	○
3.1:先頭素数の最大素因数/素因数差	×	○	○	○	○

4.1.4 M2=5:素因数共有素数の全貌表示

M21=1:全体＋部分拡大表示	G	N	X0=X1		X2
1:最終素因数通番sq	○	○	○	○	○
2:最終素因数値pe	○	○	○	○	○
3.0:素因数共有素数の初期Gap長	○	○	○	○	○
3.1:素因数共有素数のGap平均	○	○	○	○	○
3.2:素因数共有素数の計算Gap長	○	○	○	○	○
3.3:素因数共有素数の数(Count)	○	○	○	○	○
3.4:3.5:[p1]素数の直前素数[p0]	×	○	○	○	○
3.5:素因数共有素数のTop素数[p1]	×	○	○	○	○
3.6:最終素因数の2乗:Ir	×	○	○	○	○
3.7:Ir-P0:全平均	×	○	○	○	○
3.8:3.8:P1-Ir:全平均	×	○	○	○	○
3.9:共有区間長/最終素因数値	×	○	○	○	○
3.a:計算Gap長/Gap平均	×	○	○	○	○

M21=2(全体＋区間内個別表示)	G	N	X0=X1		X2
1:区間内素数通番sq	○	○	○	○	○
2:区間内素数値p	○	○	○	○	○
3.0:集約Gap	○	○	○	○	○
3.1:隣接素数間実Gap	○	○	○	○	○
3.2:隣接素数間相対Gap	×	○	○	○	○

注1：M21=3で指定された最終素因数区間の詳細状態
　本区間は3.5-ｉの基本区間のみの詳細であります。
注2：X0=X1はX=0素数表を選択してもX=1選択と同じです

4.1.5 M2=6:素因数共有区間の詳細表示:初期起動はM1=a(10)

M21=1:全体＋部分拡大表示	G	N	X=0～X=2
1:素因数通番sq	○	○	○
2:[暫定]素数率	○	○	○
3.0:[失格]素数率	○	○	○
3.1:[確定]素数率	○	○	○
3.2:[重複]徐余率	○	○	○
3.3:[計算]素数率	○	○	○
3.4:[失格]素数数	×	○	○
3.5:区間sq長	×	○	○
3.6:[暫定]素数Gap平均	×	○	○
3.7:[確定]素数Gap平均	×	○	○
3.8:[暫定]素数数	×	○	○
3.9:Pn区間[sq]初期値(横軸0増分値)	○	○	○
[計算]素数率の[初期値]	○	×	○

素数表の選択に無関係です

4.2 素数表記載事項の要約

表4.2 に具体項目を要約します

表4.2 素数表の記載項目の要約

No	基礎素数表X=0		拡張素数表X=1		双子素数表X=2	
	項目	記載個数	項目	記載個数	項目	記載個数
1	素数2～104,729 全素数	10,000素数	素数5[注6]～275,584,819 1,000素数毎の標本値	15,000素数	素数5[注6]～280,644,389 1,000素数毎の標本値 双子素数の先頭素数のみ記載	1,100双子素数
2	(該当なし)		素数間Gapばらつき： 1,000素数区間毎の隣接 各1,000個素数区間の 素数間Gap[注1]の標準偏差	15,000区間	双子素数間Gapばらつき： 1,000双子素数区間毎の隣接 各1,000個双子素数区間の 素数間Gap[注2]の標準偏差	1,100区間
3	(該当なし)		各1,000個素数区間の 各素数の4n+3所属数	15,000区間	各1,000個双子素数区間の 各先頭素数の4n+3所属数[注3]	1,100区間
4	注4参照		隣接Gap[注1,注6]長分布 ・分布数1～124 ・先頭素数通番Q[注5] ・先頭素数値P		隣接Gap[注2,注6]長分布 ・分布数1～580 ・先頭素数通番Q[注5] ・先頭素数値P	

注1 Gap間隔は2の倍数になりますので2で除した値で記載/表示します

注2 Gap間隔は先頭素数間の差分で評価し6の倍数になりますので6で除した値で記載/表示します

注3 双子素数の先頭が4n+3/1所属なら後続は4n+1/3所属になります

注4 基礎素数表記載範囲のGap分布になります：素数表読み込み後必要時に生成します

注5 素数は若番から番号付けしますが、その番号(通番)表示を下記の如く表記します

Q　素数表記載の標本値を順序付けた番号を表示します

sq 1,000素数区間内又は素因数の番号(0～999)を表示します

注6 拡張/双子素数表の初期素数が5となっており、2,3の素数を異端児として排除しています

・2は唯一の偶数素数

・2,3のGapが2の倍数にならない：双子ともいえない

注7 3.4項実現のための補助テーブルPrimeLxV1.csvファイルがReadOnlyで読み込まれます

4.3 素数表の管理と異常時の対策

X=0,X=1,X=2の各素数表は、下記の2種類のファイルとして保存されます

・**通常**ファイルとして保存

・**暫定**ファイルとして保存

ⅰ **暫定/通常**ファイルは通常(正常時)は同じ内容を保持しています
従って、暫定ファイルは通常ファイルのバックアップでもあります

ⅱ 通常ファイル入力で何かの異常があった場合は、暫定ファイルから入力(M2=3:を指定)する事により回復する可能性があります
この場合は終了時に通常ファイルとして保存(M2=4:を指定して**実行**を押す)事により次回からは通常ファイルからの入力が可能になります

ⅲ 以上でも異常が回復しない場合は、ダウンロードファイルPrimeV2.zipファイルの**解凍からやり直し**します

５ 検証/確認事項

5.1 素数発生率/発生間隔

素数p前後での素数発生間隔=Log(p)は大変良いモデルだと考えられます

2.2.3-ⅳのモデル**誤差me**を調べると、表5.1の通りになっています

・生のLog(p)モデルに比べて2項の拡張A+B*Log(p)モデルの誤差が非常に僅差ですが小さくなっています

・3.2の全体/部分/区分グラフでもその一致具合は確認できます：pの若番側で若干のズレがみられる程度です

・素数発生率を積分したものが、**素数累積数q**になりますが、Li(p)の精度はよく保たれていますがπ(p)の精度は低下します

表5.1 素数発生間隔のモデル評価

No	モデル名	モデル誤差Me
1	MsoLg(p)=Log(p)	1.56605e-4
2	MsxLg(p)=A+B*Log(p)	1.56554e-4

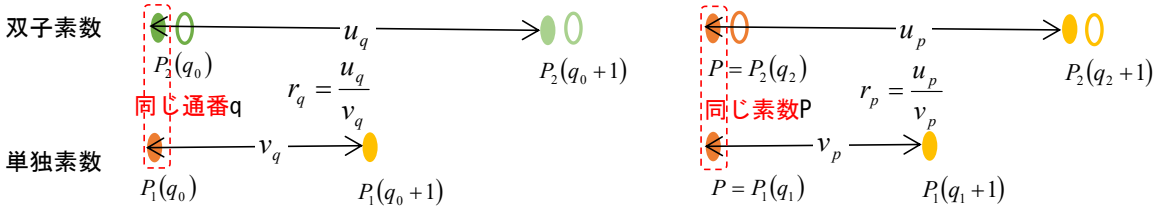
注：A=0.08, B=0.496

5.2 双子素数発生率

双子素数は無限にありそうですが、その証明はできていないようです

ここでは、双子素数は単独素数に比べてどの様な割合で発生/変動するのか、下記にて**発生間隔比**を調べます

ⅰ 図5.2に示します



同じ発生数(通番q)の所で比較：r_q　　同じ素数値pの所で比較：r_p

図5.2-1 通番ベース　　図5.2-2 素数ベース

図5.2 双子素数発生率：単独素数発生率とGap間隔で比較：$P_i(q_i)$は通番qの素数値[i=1(単独).2(双子)]

双子素数の発生率は単独素数の発生率より約１桁少ないため、

・同じ**通番数**で比較する→図5.2-1の$P1(q_0)<P2(q_0)$→r_qでは**単独素数は若番側**(Gap間隔=小)に偏ります

・同じ**素数値**で比較する→図5.2-2の$P1(q_1)=P2(q_2)$→r_pでは**単独素数も老番側**(Gap間隔=大)に偏ります

この結果$r_q>r_p$となります

ⅱ 3.1項で図5.2の２種類の双子発生率が表示されていますが、各グラフの**標本点間隔**の相違でグラフの表示状態は変わります

マクロな比較を可能にするため、図5.2の各**票本値**$x=\{q_0, q_1, q_2, q_{0+1}, q_{1+1}, q_{2+1}\}$を表5.2の様に変えます

表5.2 票本値$x=\{q_0, q_1, q_2, q_{0+1}, q_{1+1}, q_{2+1}\}$

No	Case	票本値xの取り方	グラフ例
1	全体表示グラフ	xを素数表2の全体表示グラフの標本点(22x1,000素数)単位に取ります	図3.1.1-左
2	部分表示グラフ 部分数値表示	xを素数表2の部分表示グラフの標本点(1,000素数)単位に取ります	図3.1.1-右
3	区分表示グラフ 区分数値表示	xを素数表2の指定区間の各素数単位に取ります	図3.1.3

当然ながら、1の**全体**表示の場合が**最もなだら**かで3の**区分**表示の時は**ガタガタ**と大きく変動します

5.3 双子素数のGap間隔G=6nの証明

双子素数のペアを(P≧5,Q=P+2),(R,S=R+2)とします:n,p,rを正の整数とします

・全ての整数は6n+k(k=0～5)と書けますがk=2,3,4は2又は3の約数が存在しますので
　5以上の素数に就いてはk=1,5に限定されます

・Pが6n+1だと,Q=6n+3となり約数3をもちますので**P=6p+5**に限定されます

・同様にRも**R=6r+5**に限定されます

・従って、双子素数間隔Gap(R-P)は**R-P=6(r-p)**となり**6の倍数**になります

5.4 三つ子素数(3,5,7)の唯一性

三つ子素数を(P,P+2,P+4)として各P+k(=0,2,4)の3での徐余をしらべます

P%3	P	P+2	P+4	結果(P>3)	
0	0	2	1	P　が非素数	P=3は素数
1	1	0	2	P+2が非素数	
2	2	1	0	P+4が非素数	

となって、**P=3に限って3連続素数**(三つ子)となります

余談：

・**素数**2.3は定義上素数扱いされていますが、**2は唯一の偶数素数**,3-2はとの**唯一のGap=1**の異端児ぶり

・1も**素数扱**いした方が良い場合がある

　・2は4n分類上は2になるがフェルマーの平方和分解が成立：$2=1^2+1^2$：2.2.1.3項

　・ゴールドバッファ予想も成立：2=1+1：2.2.1.4項

　・メルセンヌ**完全数**では、**1も素因数**として成立：2.2.1.2項

5.5 双子素数の3連続セットの唯一性

(5,7),(11,13),(17,19)は双子の3連続セット(双子の三つ子?)だが、このようなセットはこれ以外にない？

5.4と同様に、3連続双子を(P,P+2),(P+6,P+8),(P+12,P+14)として各要素の5での剰余を調べます

P%5	P	P+2	P+6	P+8	P+12	P+14	結果(P>5)	
0	0	2	1	3	2	4	P　が非素数	P=5は素数
1	1	3	2	4	3	0	P+14が非素数	
2	2	4	3	0	4	1	P+ 8が非素数	
3	3	0	4	1	0	2	P+x2が非素数	
4	4	1	0	2	1	3	P+ 6が非素数	

となって、**P=5に限って3連続双子素数**となります

６ 参照文献

No	書名	著者	発行社	発行日
1	世界は素数でできている	小島博之	角川新書	2017/8/10
2	素数が奏でる物語	西来路文明 清水健一	ブルーバックス	2015/3/20