C 2次関数 $y=a(x-p)^2$ のグラフ

次の2つの2次関数のグラフの関係を調べてみよう。

$y=2x^2$,　　$y=2(x-3)^2$

2つの関数の値を比べると，次のような表ができる。

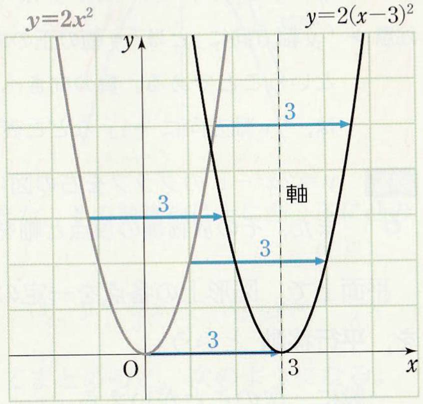
x	…	-2	-1	0	1	2	3	4	5	…
$2x^2$	…	8	2	0	2	8	18	32	50	…
$2(x-3)^2$	…	50	32	18	8	2	0	2	8	…

この表において，$2(x-3)^2$ の段の値は，$2x^2$ の段の値を右へ3だけずらしたものになっている。

よって，$y=2(x-3)^2$ のグラフは，$y=2x^2$ のグラフを，

x 軸方向に3だけ平行移動したもの

であることがわかる。

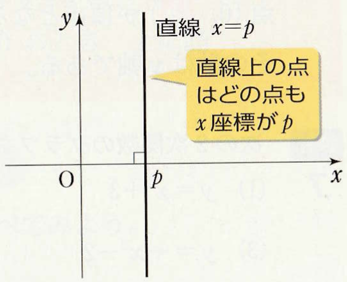


したがって，$y=2(x-3)^2$ のグラフは，右の図のようになる。

その頂点は点 $(3,\ 0)$ である。

また，その軸は，点 $(3,\ 0)$ を通り y 軸に平行な直線 $x=3$ である。

注意 ▶ 点 $(p,\ 0)$ を通り y 軸に平行な直線を，**直線 $x=p$** という。



次の2つの2次関数のグラフの関係はどうだろうか。

$y=2x^2$,　　$y=2(x+3)^2$

前ページと同様な表を作ると，次のようになる。

x	…	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	…
$2x^2$	…	50	32	18	8	2	0	2	8	…
$2(x+3)^2$	…	8	2	0	2	8	18	32	50	…

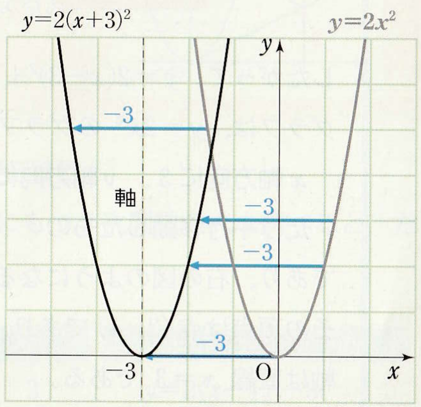
この表において，$2(x+3)^2$ の段の値は，$2x^2$ の段の値を左へ3だけずらしたものになっている。

したがって，$y=2(x+3)^2$ のグラフは，$y=2x^2$ のグラフを，

x 軸方向に -3 だけ平行移動したもの

であり，右の図のようになる。

その頂点は点 $(-3,\ 0)$ であり，軸は直線 $x=-3$ である。



一般に，次のことがいえる。

> 2次関数 $y=a(x-\boxed{p})^2$ のグラフは，$y=ax^2$ のグラフを，点 $(\boxed{p},\ 0)$ が頂点となるように平行移動した放物線である。
> その軸は直線 $x=\boxed{p}$ である。

練習 **8** 次の2次関数のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。

(1) $y=(x-2)^2$　　(2) $y=2(x+1)^2$

(3) $y=-(x-3)^2$　　(4) $y=-2(x+2)^2$