

円周率の計算アルゴリズム

このプログラムでは円周率(π)の計算にマチンの公式の変形である次の式を使用しています。並列処理とアセンブリコードの併用で高速化を図っています。並列処理への分割の都合と、収束速度からこの式を選んでいきます。

$$\frac{\pi}{4} = 12 \arctan \frac{1}{18} + 8 \arctan \frac{1}{57} - 5 \arctan \frac{1}{239}$$

この式を

$$\pi = \left(\frac{48}{18} - \frac{48}{3 \cdot 18^3} + \frac{48}{5 \cdot 18^5} - \dots \right) + \left(\frac{32}{57} - \frac{32}{3 \cdot 57^3} + \frac{32}{5 \cdot 57^5} + \dots \right) - \left(\frac{20}{239} - \frac{20}{3 \cdot 239^3} + \frac{20}{5 \cdot 239^5} - \dots \right)$$

の多項式の形にします。これを4コア用の並列処理に合わせて以下のように変形します。

$$\pi = \left(\frac{48}{18} + \frac{48}{5 \cdot 18^5} + \dots \right) - \left(\frac{48}{3 \cdot 18^3} + \frac{48}{7 \cdot 18^7} + \dots \right) + \left(\frac{32}{57} - \frac{32}{3 \cdot 57^3} + \dots \right) - \left(\frac{4}{239} - \frac{4}{3 \cdot 239^3} + \dots \right)$$

それぞれの色の部分を別々に並列で計算して、最後に足し算(または引き算)することで π を計算します。収束に一番時間がかかる分母が18の項を2つ(緑と青の部分)に分割することで、全体で4つに分割し、それぞれの所要時間を均等化しました。結果的にこのプログラムは4コアのプロセッサで実行することで処理時間の最適化が行なわれています。

プログラムを実行すると、4つのスレッドが並列で起動され、コンソール画面で各パートの開始と終了が確認できます。4コアのプロセッサの場合4つが同時に起動するはずですが。