

回路シミュレーション

1987/08/06

三浦 高志

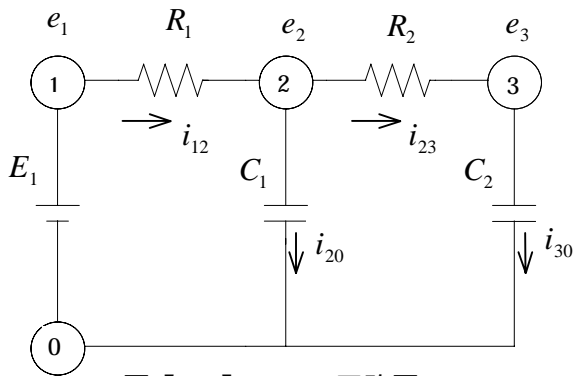
発見的手法による線形回路網の

定常状態及び直流バイアスのシミュレーションプログラム開発

[1]

下図の様に素子と素子が接続されるノードが配置されている。ノードとノードの間に直接素子がある場合に、行列の対応する位置にその素子名を書くことによって回路の接続関係を表すことにする。この行列を接続行列と呼ぶことにする。この時、同じノード同士の接続関係は 0、また素子が接続されていない時も 0 とする。

上の規則に従って下図の回路の接続行列を作成すると下図右のようになる。



図【 1 】 - 1 回路図

右ノード 左ノード	0	1	2	3
0	0	E_1	C_1	C_2
1	E_1	0	R_1	0
2	C_1	R_1	0	R_2
3	C_2	0	R_2	0

図【 1 】 - 2 接続行列

ノード 0 の電位を基準として、ノード 1、2、3 の電位をそれぞれ e_1 、 e_2 、 e_3 とする。電流の向きを仮に図の様に決めると次の関係が導かれる。

ここで j を虚数単位、 w を角周波数として $s = jw$ とする。

- 1 $i_{12} = (e_1 - e_2) / R_1$
- 2 $e_1 = E_1$
- 3 $i_{20} = sC_1 e_2$
- 4 $i_{23} = (e_2 - e_3) / R_2$
- 5 $i_{30} = sC_2 e_3$
- 6 $i_{23} = i_{30}$
- 7 $i_{12} = i_{20} + i_{23}$

$$6 \text{ から } (e_2 - e_3)/R_2 = sC_2 e_3$$

従って

$$8 \quad -1/R_2 \times e_2 + (1/R_2 + sC_2)e_3 = 0$$

$$7 \text{ から } (e_1 - e_2)/R_1 = sC_1 e_2 + (e_2 - e_3)/R_2$$

従って

$$9 \quad -1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2 + sC_1)e_2 - 1/R_2 \times e_3 = 0$$

ところで、図【 1 】 - 2 の 2 行目を下に取り出して見よう。

右ノード	0	1	2	3
左ノード				
2	C_1	R_1	0	R_2

図【 1 】 - 3 接続行列の 2 行目

左ノードが 2、右ノードが 0 の所に C_1 が書かれている。これはノード 2 と 0 の間に C_1 という素子が接続されていることを示している。素子 C_1 に流れる電流はノード間の電位差を素子のインピーダンスで割った値であるから、電流が左ノードから右ノードに向かって流れると仮定してその電流 k_1 を計算すると、

$$k_1 = (e_2 - e_0)/(1/sC_1) = sC_1 e_2 \quad (e_0 = 0 \text{ である})$$

同様に、左ノード 2 と右ノード 1 に関する電流 k_2 は

$$k_2 = (e_2 - e_1)/R_1 \quad \text{となる。}$$

左ノード 2、右ノード 2 の所は 0 なので何もしない。

左ノード 2、右ノード 3 の所は R_2 であるから、その電流 k_3 は

$$k_3 = (e_2 - e_3)/R_2 \quad \text{となる。}$$

ここで、 $k_1 + k_2 + k_3 = 0$ と考えて見よう。

すると、

$$-1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2 + sC_1)e_2 - 1/R_2 \times e_3 = 0$$

が得られる。これは 9 式と同一のものである。

次に図【 1 】 - 2 の 3 行目について同様の作業を行って見よう。

$$k_1 = sC_2 e_3$$

$$k_2 = (e_3 - e_2)/R_2$$

$$k_1 + k_2 = 0$$

従って

$$-1/R_2 \times e_2 + (1/R_2 + sC_2)e_3 = 0$$

これは、8 式と同一のものである。

このように図【 1 】 - 2 の各行の部分電流の総和は 0 となる。これは、あるノードに関する電流の総和が 0 であるというキルヒホッフの第一法則そのものである。

以上の式 1、8、9 を解くことによって e_1 、 e_2 、 e_3 を得る。

$$e_1 = E_1$$

$$e_2 = (1 + sC_2 R_2) / \{1 + s(C_1 R_1 + C_2 R_2 + C_2 R_1) + s^2 C_1 C_2 R_1 R_2\} \times E_1$$

$$e_3 = 1 / \{1 + s(C_1 R_1 + C_2 R_2 + C_2 R_1) + s^2 C_1 C_2 R_1 R_2\} \times E_1$$

以上の事柄をまとめると、

- (1) 左ノード i に対して右ノード j に素子 P_j が接続されている場合、ノード i に関する部分電流 k_j は

$$k_j = (e_i - e_j) / (P_j \text{ のインピーダンス })$$

と表わすことができる。

ここで、 $e_0 = 0$ である。

また、 P_j のインピーダンスは

$$P_j \text{ が抵抗の時には } R$$

$$P_j \text{ がコンデンサの時には } 1/sC \text{ である}$$

- (2) ノードが 0 ~ n まである時の、ノード i に関する電流の総和は 0 である。左ノード i と右ノード j との接続関係が 0 の時には部分電流も 0 である。

(3) 左ノード 0 は、基準点なので計算しない。

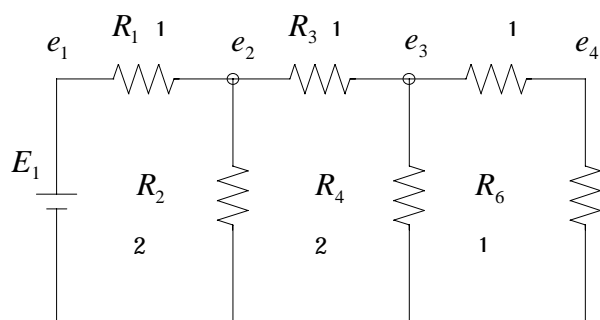
(4) 素子 P_j が電源の時には

$$e_i - e_j = E_j \quad \text{と考える。}$$

$$\text{この例では} \quad e_1 - e_0 = E_1$$

$$\text{従って} \quad e_1 = E_1 \quad (e_0 = 0 \text{である})$$

(1) ~ (4) の関係を使ってもう一つの回路を解析して見よう。



図【 1 】 - 4 回路図

左図は R - 2 R ラダー回路である。この回路ではよく知られている様に、

$$e_2 = 1/2 \times E_1$$

$$e_3 = 1/4 \times E_1$$

$$e_4 = 1/8 \times E_1$$

となる。

この回路の接続行列は次の様になる。左ノード 0 は計算しないので省略してある。

右ノード 左ノード	0	1	2	3	4
1	E_1	0	R_1	0	0
2	R_2	R_1	0	R_3	0
3	R_4	0	R_3	0	R_5
4	R_6	0	0	R_5	0

図【 1 】 - 5 接続行列

1 行目 (4) を使って

$$1 \quad e_1 = E_1$$

2 行目 (1) (2) を使って

$$e_2/R_2 + (e_2 - e_1)/R_1 + (e_2 - e_3)/R_3 = 0$$

従って

$$2 \quad -1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)e_2 - 1/R_3 \times e_3 = 0$$

3 行目 (1) (2) を使って

$$e_3/R_4 + (e_3 - e_2)/R_3 + (e_3 - e_4)/R_5 = 0$$

従って

$$3 \quad -1/R_3 \times e_2 + (1/R_3 + 1/R_4 + 1/R_5)e_3 - 1/R_5 \times e_4 = 0$$

4 行目 (1) (2) を使って

$$e_4/R_6 + (e_4 - e_3)/R_5 = 0$$

従って

$$4 \quad -1/R_5 \times e_3 + (1/R_5 + 1/R_6)e_4 = 0$$

1 ~ 4 式の $R_1 \sim R_6$ に値を代入すると、

$$1 \quad e_1 = E_1$$

$$2' \quad -e_1 + 2.5e_2 - e_3 = 0$$

$$3' \quad -e_2 + 2.5e_3 - e_4 = 0$$

$$4' \quad e_3 + 2e_4 = 0$$

4' から

$$5 \quad e_4 = 1/2 \times e_3$$

e_4 を 3' に代入すると、

$$-e_2 + 2.5e_3 - 0.5e_3 = -e_2 + 2e_3 = 0$$

従って

$$6 \quad e_3 = 1/2 \times e_2$$

e_3 を 2 ' に代入すると、

$$-e_1 + 2.5e_2 - 0.5e_2 = e_1 + 2e_2 = 0$$

従って

$$7 \quad e_2 = 1/2 \times e_1$$

1 から $e_1 = E_1$ を 7 に代入すると、

$$8 \quad e_2 = 1/2 \times E_1$$

e_2 を 6 に代入すると、

$$9 \quad e_3 = 1/2 \times e_2 = 1/2(1/2 \times E_1) = 1/4 E_1$$

e_3 を 5 に代入すると、

$$10 \quad e_4 = 1/2 \times e_3 = 1/2(1/4 E_1) = 1/8 E_1$$

以上のように、期待した結果が得られた。

[2]

今までの様に数式を変形して計算するのでは、ノード数が多くなった時に大変なので、コンピュータで自動計算出来るように接続行列を係数行列に変換する方法を考えてみよう。

[1] の最後の列で、求めたい電圧は $e_1 \sim e_4$ であるから、これらに関する項を左辺に、それ以外を右辺に置くように連立方程式の係数行列を作ると下の様になる。

左 辺(電圧の係数)				右辺
e_1	e_2	e_3	e_4	
1	0	0	0	
$-1/R_1$	$1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$	$-1/R_3$	0	0
0	$-1/R_3$	$1/R_3 + 1/R_4 + 1/R_5$	$-1/R_5$	0
0	0	$-1/R_5$	$1/R_5 + 1/R_6$	0

図【 2 】 - 1 図【 1 】 - 4 の係数行列

C 言語では行列変数の添字は 0 から始まるので、図【 2 】 - 1 の係数行列の要素も同様に $kei[0][0] \sim kei[3][4]$ にする。

一般にノード数が n の場合の係数行列は次の範囲になる。

$$kei[0][0] \sim kei[n-1][n]$$

$$kei[?][n] \text{ には右辺の値が入る。}$$

図【 1 】 - 5 の 2 行目から、図【 2 】 - 1 の 2 行目を作り出す過程を考えてみよう。

- 1 左ノードは 2 である。
- 2 右ノード 0 の部分電流は e_2/R_2 であるから、
 e_2 の係数に $1/R_2$ だけ寄与することが分かる。
 係数 $kei[i][j]$ を $A_{i,j}$ と書くことにする。
 また全ての $A_{i,j}$ は最初は 0 であるとする。（ $i \geq 0$ 、 $j \geq 0$ である）
 $A_{i,j}$ の i は（接続行列の行 - 1）を表わし、 j は（接続行列の行 - 1）を表わす。従って、 $j=0$ の $A_{i,0}$ は対応する行の e_1 に対する係数に相当する。
 ここでは、 $A_{2-1,2-1} = A_{1,1} = A_{1,1} + 1/R_2 = 1/R_2$ となる。
- 3 右ノード 1 の部分電流は $(e_2 - e_1)/R_1$ となり
 e_1 の係数に $-1/R_1$ 、 e_2 の係数に $1/R_1$ だけ寄与する。
 従って、 $A_{i,0} = -1/R_1$
 $A_{1,1} = A_{1,1} + 1/R_1 = 1/R_1 + 1/R_2$
- 4 右ノード 3 の部分電流は $(e_2 - e_3)/R_3$ となり
 e_2 の係数に $1/R_3$ 、 e_3 の係数に $-1/R_3$ だけ寄与する。
 従って、 $A_{1,1} = A_{1,1} + 1/R_3 = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$
 $A_{1,2} = -1/R_3$

以上 1 ~ 4 の結果をまとめてみると、

$$A_{1,0} = -1/R_1$$

$$A_{1,1} = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$$

$$A_{1,2} = -1/R_3$$

$$A_{1,3} = 0$$

$$A_{1,4} = 0$$

上の結果は下の式と等価である。

$$-1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)e_2 - 1/R_3 \times e_3 = 0$$

これは、[1]の最後の例の 2 式と同一である。

念のために、図【 1 】 - 5 の 4 行目から図【 2 】 - 1 の 4 行目 ($A_{3,j}$) を作り出して見よう。

- 1 左ノードは 4 である。
- 2 右ノード 0 の部分電流は $(e_4 - e_3)/R_5$ となり
 e_3 の係数に $-1/R_5$ 、 e_4 の係数に $1/R_5$ だけ寄与する。
従って、 $A_{3,2} = -1/R_5$
 $A_{3,3} = A_{3,3} + 1/R_5 = 1/R_5 + 1/R_6$

以上 1 ~ 3 の結果をまとめると、

$$A_{3,0} = 0$$

$$A_{3,1} = 0$$

$$A_{3,2} = -1/R_5$$

$$A_{3,3} = 1/R_5 + 1/R_6$$

$$A_{3,4} = 0$$

$$\text{従って、} -1/R_5 \times e_3 + (1/R_5 + 1/R_6)e_4 = 0$$

これは、[1]の最後の例の 4 式と同一である。

以上の結果から、接続行列の係数行列を求める方法は次の様にまとめられる。

ノードが 0 から n まであって、左ノードが i 、右ノードが j の時

(1) 接続関係が 0 なら何もしない。

- (2) 接続関係が R なら、
 $A_{i-1,i-1}$ に $1/R$ を加える。
 $A_{i-1,j-1}$ に $-1/R$ を加える。

- (3) 接続関係が C なら、
 $A_{i-1,i-1}$ に sC を加える。
 $A_{i-1,j-1}$ に $-sC$ を加える。
- (4) 接続関係が E (電圧源) なら、
 $A_{i-1,i-1} = 1$
 $A_{i-1,n} = E$
- (5) $j = 0$ の時はなにもしない。
- (6) $i = 0$ の時はなにもしない。

[3]

[2] までの結果から、左ノード i と右ノード j との接続関係が定義されれば、回路を解析出来ることが分かった。

しかし、これまでの例では回路素子の種類も少なくまた接続関係も単純であったので、以後は素子の種類を増やすとともに接続関係を複雑にしながら、[2] における係数行列算出法の不足分を補っていく。

[3] - 1 インダクタンスの追加

係数行列を作る方法の 7 番目は、次の様になる。

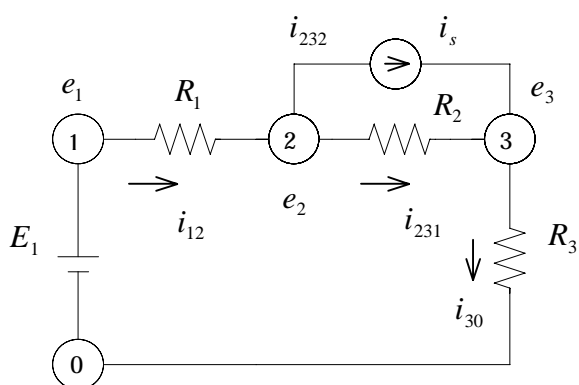
- (7) 接続関係が L なら、
インダクタンス L のインピーダンスは sL であるから、
 $A_{i-1,i-1}$ に $1/(sL)$ を加える。
 $A_{i-1,j-1}$ に $-1/(sL)$ を加える。

[3] - 2 電源の追加

以後のために、2 つの規則を定める。

- (1) 電流源の電流の向きは、ノード番号の小さいノードから大きいノードへ向かうものとする。
- (2) 電圧源では、ノード番号の大きいノードの方がプラス側であるものとする。

上記と反対向きの場合には、電流源または電圧源の値にマイナスの符号を付加する必要がある。



図【 3 】 - 1 電流源を含んだ回路

図【 3 】 - 1 でノード 1 ～ 3 の電位をそれぞれ e_1 、 e_2 、 e_3 とすると、次の関係が導かれる。

$$\begin{aligned}
 1 \quad & e_1 = E_1 \\
 2 \quad & i_{12} = (e_1 - e_2)/R_1 \\
 3 \quad & i_{231} = (e_2 - e_3)/R_2 \\
 4 \quad & i_{232} = i_s \\
 5 \quad & i_{12} = i_{231} + i_{232} \\
 6 \quad & i_{30} = e_3/R_3 \\
 7 \quad & i_{30} = i_{231} + i_{232}
 \end{aligned}$$

求めたいノード電位は $e_1 \sim e_3$ であるから、それらに関する項を左辺に、それ以外を右辺にまとめることにする。

2 ～ 5 式によって、
 $(e_1 - e_2)/R_1 = (e_2 - e_3)/R_2 + i_s$ 従って、

$$8 \quad -1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2)e_2 - 1/R_2 \times e_3 = -i_s$$

3、4、6、7 式によって、
 $e_3/R_3 = (e_2 - e_3)/R_2 + i_s$ 従って、

$$9 \quad -1/R_2 \times e_2 + (1/R_2 + 1/R_3)e_3 = i_s$$

上記の 1、8、9 式を解くことによって e_1 、 e_2 、 e_3 が得られる。

$$1 \quad e_1 = E_1$$

$$10 \quad e_2 = \{(e_2 + e_3)e_1 - R_1 R_2 i_s\} / (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$11 \quad e_3 = R_3 (e_1 + R_2 i_s) / (R_1 + R_2 + R_3)$$

図【 3 】 - 1 の接続行列をいままでの法則に従って書くと、次の様になる。

右ノット 左ノット	0	1	2	3
1	E_1	0	R_1	0
2	0	R_1	0	i_s, R_2
3	R_3	0	i_s, R_2	0

図【 3 】 - 2 接続行列

接続行列の 2 行目から部分電流の関係を求めると、

$$12 \quad k_1 = (e_2 - e_1) / R_1 \quad e_1、e_2 \text{ の係数が求められる。}$$

$$13 \quad k_2 = i_s \quad e_1 \sim e_3 \text{ を含まないので右辺の成分。}$$

$$14 \quad k_3 = (e_2 - e_3) / R_2 \quad e_1、e_3 \text{ の係数が求められる。}$$

$$15 \quad k_1 + k_2 + k_3 = 0$$

k_2 を右辺に移項すると、

$$16 \quad k_1 + k_3 = -k_2$$

従って、

$$-1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2)e_2 - 1/R_2 \times e_3 = -i_s$$

これは、8 式と同一である。

接続行列の3行目も同様の作業を行うと、

$$17 \quad k_1 = e_3/R_3 \quad e_3 \text{の係数が求められる。}$$

$$18 \quad k_2 = -i_s \quad \text{右辺の成分である。電流の向きを考慮した。}$$

$$19 \quad k_3 = (e_3 - e_2)/R_2 \quad e_2、e_3 \text{の係数が求められる。}$$

$$20 \quad k_1 + k_2 + k_3 = 0$$

k_2 を右辺に移項すると、

$$21 \quad k_1 + k_3 = -k_2$$

従って、

$$-1/R_2 \times e_2 + (1/R_2 + 1/R_3)e_3 = i_s$$

これは、9式と同一である。

上記のように、電流源の場合には係数行列を求める時に電流の向きを付加すればいままでの方法が使用できることが分かる。

接続行列の2行目について、今の方法を使って係数を求めて見よう。

1 左ノードは2である。

2 右ノード1の部分電流は $(e_2 - e_1)/R_1$ となり、
 e_1 の係数に $-1/R_1$ 、 e_2 の係数に $1/R_1$ だけ寄与する。

$$\text{従って、} \quad A_{1,0} = -1/R_1$$

$$A_{1,1} = 1/R_1$$

3 右ノード3の部分電流は $i_s + (e_2 - e_3)/R_2$ となり、
 e_2 の係数に $1/R_2$ 、 e_3 の係数に $1/R_2$ だけ寄与する。

また、右辺に $-i_s$ だけ寄与する。

$$\text{従って、} \quad A_{1,1} = A_{1,1} + 1/R_2 = 1/R_1 + 1/R_2$$

$$A_{1,2} = -1/R_2$$

$$A_{1,3} = -i_s$$

以上 1 ~ 3 の結果をまとめると、

$$A_{1,0} = -1/R_1$$

$$A_{1,1} = 1/R_1 + 1/R_2$$

$$A_{1,2} = -1/R_3$$

$$A_{1,3} = -i_s$$

この結果は下の式と等価である。

$$-1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2)e_2 - 1/R_2 \times e_3 = -i_s$$

これは、8 式と同一である。

上記の結果から、係数行列を求める 8 番目の方法を追加する。

(8) 接続関係が I (電流源) なら

$$i < j \text{ なら } A_{i-1,n} = -I$$

$$i > j \text{ なら } A_{i-1,n} = I$$

係数行列を作る方法 1 ~ 8 を使って、接続行列の 3 行目から係数を求めて見よう。

1 左ノードは 3 である。 (従って、 $A_{2,j}$ を求める)

2 右ノード 0 について $A_{2,2} = 1/R_3$

接続関係は R_3

3 右ノード 2 について $A_{2,2} = A_{2,2} + 1/R_2 = 1/R_2 + 1/R_3$

接続関係は R_2 $A_{2,1} = -1/R_2$

4 右ノード 2 について $2 < 3$ なので $(j < i)$

接続関係は i_s $A_{2,3} = i_s$

以上 1 ~ 4 の結果をまとめると、

$$A_{2,0} = 0$$

$$A_{2,1} = -1/R_2$$

$$A_{2,2} = 1/R_2 + 1/R_3$$

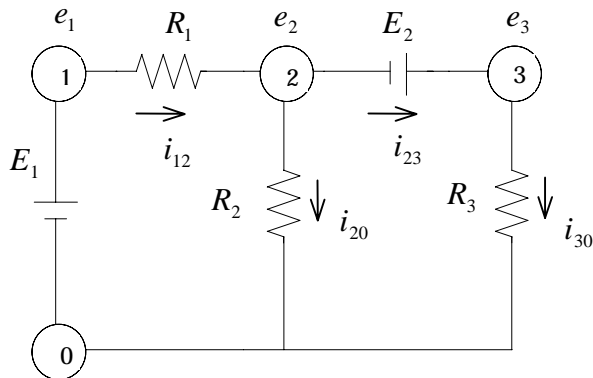
$$A_{2,3} = i_s$$

この結果は、下の式と等価である。

$$-1/R_2 \times e_2 + (1/R_2 + 1/R_3)e_3 = i_s$$

これは、9 式と同一である。

[3] - 3 電圧源に対する係数行列の作成方法の補完



図【 3 】 - 3 電圧源を含んむ回路図

電流の関係は下の様になる

$$1 \quad i_{12} = (e_1 - e_2)/R_1$$

$$2 \quad i_{20} = e_2/R_2$$

$$3 \quad i_{23} = i_{30} = e_3/R_3$$

$$4 \quad i_{12} = i_{20} + i_{23} = i_{20} + i_{30}$$

$$5 \quad e_3 - e_2 = E_2$$

$$6 \quad e_1 = E_1$$

1 ~ 4 式によって

$$(e_1 - e_2)/R_1 = e_2/R_2 + e_3/R_3$$

従って、

$$7 \quad -1/R_1 e_1 + (1/R_1 + 1/R_2) e_2 + 1/R_3 e_3 = 0$$

5 ~ 7 式を解くことによって $e_1 \sim e_3$ が得られる。

$$6 \quad e_1 = E_1$$

$$8 \quad e_2 = (1/R_1 E_1 - 1/R_3 E_2) / (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)$$

$$9 \quad e_3 = E_2 + e_2 \\ = (1/R_1 E_1 + (1/R_1 + 1/R_2) E_2) / (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)$$

図【 3 】 - 3 の接続行列は次の様になる。

右ノード 左ノード	0	1	2	3
1	E_1	0	R_1	0
2	R_2	R_1	0	E_2
3	R_3	0	E_2	0

図【 4 】 - 4 接続行列

1 行目から、電圧の関係は

$$e_1 - e_0 = E_1 \quad \text{よって、} e_1 = E_1 \quad \dots 6 \text{ 式}$$

3 行目から、電圧の関係は

$$e_3 - e_2 = E_2 \quad \text{よって、} -e_2 + e_3 = E_2 \quad \dots 5 \text{ 式}$$

2 行目から、電流の関係を調べると、

$$k_1 = e_2 / R_2$$

$$k_2 = (e_2 - e_1) / R_1$$

ノード 2 には、 k_1 、 k_2 の他に R_3 に流れる電流と同じ電流 k_3 が流れる。

$$k_3 = e_3 / R_3$$

ここで、キルヒホッフの電流則から、

$$k_1 + k_2 + k_3 = 0$$

従って、

$$-1/R_1 e_1 + (1/R_1 + 1/R_2) e_2 + 1/R_3 e_3 = 0 \quad \dots 7 \text{ 式}$$

上の例から考えると、電圧源のプラス側に素子が接続されている時には、プラス側のノードの電流の関係を電圧源のマイナス側のノードの電流の関係に加えると共に、電圧源のプラス側のノードに対しては電圧の関係を記入すれば良い。ただし、電圧源のマイナス側のノード番号が 0 の時には、何もしなくて良い。

係数行列の作成方法

(9) 電圧源 E がノード i とノード j に接続されており、

$i < j$ の場合

$$A_{j-1,j-1} = 1$$

$$A_{j-1,i-1} = -1 \quad (i > 0 \text{ の時 })$$

$$A_{j-1,n} = E$$

$i > j$ の場合

$$A_{i-1,i-1} = 1$$

$$A_{i-1,j-1} = -1 \quad (j > 0 \text{ の時 })$$

$$A_{i-1,n} = E$$

(10) (9)において、 $i < j$ で素子が P_k (R 、 C または L)がノード j とノード k に接続されている場合、素子 P_k による部分電流はノード i 及びノード k の部分電流として扱う。

従って、 $i > 0$ の場合

$$A_{i-1,k-1} = 1/(P_k \text{ のインピーダンス })$$

$$A_{i-1,j-1} = -1/(P_k \text{ のインピーダンス })$$

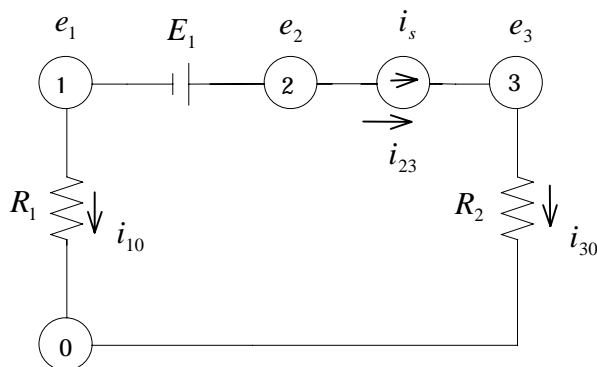
また、ノード k における素子 P_k による部分電流は(2)、(3)、(7)が適用できて

$$A_{k-1,k-1} = 1/(P_k \text{ のインピーダンス })$$

$$A_{k-1,j-1} = -1/(P_k \text{ のインピーダンス })$$

となる。

電流源が電圧源に直接接続されている場合



図【3】 - 5 回路図

電流の関係は下の様になる。

$$1 \quad i_{10} = 1/R_1 e_1$$

$$2 \quad e_2 - e_1 = E_1$$

$$3 \quad i_{23} = i_s$$

$$4 \quad i_{10} = -i_{23}$$

$$5 \quad i_{30} = e_3/R_2$$

$$6 \quad i_{30} = i_{23}$$

1、3、4 式によって、

$$7 \quad 1/R_1 e_1 = -i_s$$

3、5、6 式によって、

$$8 \quad 1/R_2 e_3 = i_s$$

従って、電流源 i_s はノード 1 とノード 3 の部分電流に寄与している。

上の関係から、(10)において電流源 I がノード j とノード k に接続されている場合には、

$j < k$ なら

$$A_{i-1,n} = -I$$

$$A_{k-1,n} = I$$

$j > k$ なら

$$A_{i-1,n} = I$$

$$A_{k-1,n} = -I$$

となる。

[4]

これまでは、左ノードに着目して係数行列を作成してきたが、素子 P がノード i とノード j に接続されている場合、素子 P は左ノードが i の時も j の時も当然考慮に入れる。従って、今後は素子に着目して、 i と j をまとめて処理することにする。

[4] - 1

(1) ~ (10) の係数行列の作成方法を素子に着目して処理する方法に変更すると、ノード i とノード j に

(a) 抵抗 R が接続されている場合

$$A_{i-1,i-1} = 1/R \quad (i > 0)$$

$$A_{i-1,j-1} = -1/R \quad (i > 0, j > 0)$$

$$A_{j-1,j-1} = 1/R \quad (j > 0)$$

$$A_{j-1,i-1} = -1/R \quad (i > 0, j > 0)$$

(b) コンデンサ C が接続されている場合

$$\begin{aligned}A_{i-1,i-1} &= sC & (i > 0) \\A_{i-1,j-1} &= -sC & (i > 0, j > 0) \\A_{j-1,j-1} &= sC & (j > 0) \\A_{j-1,i-1} &= -sC & (i > 0, j > 0)\end{aligned}$$

(c) インダクタンス L が接続されている場合

$$\begin{aligned}A_{i-1,i-1} &= 1/sL & (i > 0) \\A_{i-1,j-1} &= -1/sL & (i > 0, j > 0) \\A_{j-1,j-1} &= 1/sL & (j > 0) \\A_{j-1,i-1} &= -1/sL & (i > 0, j > 0)\end{aligned}$$

(d) 電流源 I が接続されている場合

$i < j$ なら

$$\begin{aligned}A_{i-1,n} &= -I & (i > 0) \\A_{j-1,n} &= I & (j > 0)\end{aligned}$$

$i > j$ なら

$$\begin{aligned}A_{i-1,n} &= I & (i > 0) \\A_{j-1,n} &= -I & (j > 0)\end{aligned}$$

(e) 電圧源 E が接続されている場合

$i < j$ なら

$$\begin{aligned}A_{j-1,j-1} &= 1 & (j > 0) \\A_{j-1,i-1} &= -1 & (i > 0, j > 0) \\A_{j-1,n} &= E & (j > 0)\end{aligned}$$

$i > j$ なら

$$\begin{aligned}A_{i-1,i-1} &= 1 & (i > 0) \\A_{i-1,j-1} &= -1 & (i > 0, j > 0) \\A_{i-1,n} &= E & (i > 0)\end{aligned}$$

[4] - 2

(a)、(b)、(c)において、ノード i が電圧源 E のプラス側で、電圧源 E のマイナス側のノード番号が k ($k > 0$) の時には、

(a)'抵抗 R が接続されている場合

$$\begin{aligned} A_{k-1,i-1} &= 1/R & (i > 0) \\ A_{k-1,j-1} &= -1/R & (j > 0) \\ A_{j-1,j-1} &= 1/R & (j > 0) \\ A_{j-1,i-1} &= -1/R & (i > 0, j > 0) \end{aligned}$$

(b)'コンデンサ C が接続されている場合

$$\begin{aligned} A_{k-1,i-1} &= sC & (i > 0) \\ A_{k-1,j-1} &= -sC & (j > 0) \\ A_{j-1,j-1} &= sC & (j > 0) \\ A_{j-1,i-1} &= -sC & (i > 0, j > 0) \end{aligned}$$

(c)'インダクタンス L が接続されている場合

$$\begin{aligned} A_{k-1,i-1} &= 1/sL & (i > 0) \\ A_{k-1,j-1} &= -1/sL & (j > 0) \\ A_{j-1,j-1} &= 1/sL & (j > 0) \\ A_{j-1,i-1} &= -1/sL & (i > 0, j > 0) \end{aligned}$$

[4] - 3

(a)、(b)、(c)において、ノード j が電圧源 E のプラス側で、電圧源 E のマイナス側のノード番号が k ($k > 0$) の時には、

(a) ”抵抗 R が接続されている場合

$$\begin{aligned} A_{i-1,i-1} &= 1/R & (i > 0) \\ A_{i-1,j-1} &= -1/R & (i > 0, j > 0) \\ A_{k-1,j-1} &= 1/R & (j > 0) \\ A_{k-1,i-1} &= -1/R & (i > 0) \end{aligned}$$

(b) ”コンデンサ C が接続されている場合

$$\begin{aligned} i_{i-1,i-1} &= sC & (i > 0) \\ A_{i-1,j-1} &= -sC & (i > 0, j > 0) \\ A_{k-1,j-1} &= sC & (j > 0) \\ A_{k-1,i-1} &= -sC & (i > 0) \end{aligned}$$

(c) ”インダクタンス L が接続されている場合

$$\begin{aligned} A_{i-1,i-1} &= 1/sL & (i > 0) \\ A_{i-1,j-1} &= -1/sL & (i > 0, j > 0) \\ A_{k-1,j-1} &= 1/sL & (j > 0) \\ A_{k-1,i-1} &= -1/sL & (i > 0) \end{aligned}$$

[4] - 4

(d)において、ノード i が電圧源 E のプラス側で、電圧源 E のマイナス側のノード番号が k ($k > 0$) の時には、

(d) ’電流源 I が接続されている場合

$i < j$ なら

$$\begin{aligned} A_{k-1,n} &= -I \\ A_{j-1,n} &= I & (j > 0) \end{aligned}$$

$i > j$ なら

$$\begin{aligned} A_{k-1,n} &= I \\ A_{j-1,n} &= -I & (j > 0) \end{aligned}$$

(d) において、ノード j が電圧源 E のプラス側で、電圧源 E のマイナス側のノード番号が k ($k > 0$) の時には、

(d) '' 電流源 I が接続されている場合

$i < j$ なら

$$A_{i-1,n} = -I \quad (i > 0)$$

$$A_{k-1,n} = I$$

$i > j$ なら

$$A_{i-1,n} = I \quad (i > 0)$$

$$A_{k-1,n} = -I$$

となる。

[5]

[5] - 1 [4] - 1 から [4] - 4 の方法を利用して、図【 1 】 - 1 の回路の係数行列を作成してみる。ここで、 $n = 3$ である。

素子	ノード i	ノード j	ノード k	方法	行列要素	加える係数	要素の内容
E_1	1	0		e	$A_{0,0}$ $A_{0,3}$	1 E_1	1 E_1
R_1	1	2	0	a'	$A_{1,1}$ $A_{1,0}$	$1/R_1$ $-1/R_1$	$1/R_1$ $-1/R_1$
C_1	2	0		b	$A_{1,1}$	sC_1	$1/R_1 + sC_1$
R_2	2	3		a	$A_{1,1}$ $A_{1,2}$ $A_{2,2}$ $A_{2,1}$	$1/R_2$ $-1/R_2$ $1/R_2$ $-1/R_2$	$1/R_1 + 1/R_2 + sC_1$ $-1/R_2$ $1/R_2$ $-1/R_2$
C_2	3	0		b	$A_{2,2}$	sC_2	$1/R_2 + sC_2$

上で得られた係数を連立方程式に変換すると、

$$\begin{aligned}
 e_1 &= E_1 \\
 -1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2 + sC_1) \times e_2 - 1/R_2 \times e_3 &= 0 \\
 -1/R_2 \times e_2 + (1/R_2 + sC_2) e_3 &= 0 \quad \text{となる。}
 \end{aligned}$$

これらは、[1] の 2 式、9 式及び 8 式と同一である。

[5] - 2 図【 1 】 - 4 の回路の係数行列を作成してみる。 $n = 4$

素子	$\text{ノード } i$	$\text{ノード } j$	$\text{ノード } k$	方法	行列要素	加える係数	要素の内容
E_1	1	0		e	$A_{0,0}$ $A_{0,4}$	1 E_1	1 E_1
R_1	1	2	0	a'	$A_{1,1}$ $A_{1,0}$	$1/R_1$ $-1/R_1$	$1/R_1$ $-1/R_1$
R_2	2	0		a	$A_{1,1}$	$1/R_2$	$1/R_1 + 1/R_2$
R_3	2	3		a	$A_{1,1}$ $A_{1,2}$ $A_{2,2}$ $A_{2,1}$	$1/R_3$ $-1/R_3$ $1/R_3$ $-1/R_3$	$1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$ $-1/R_3$ $1/R_3$ $-1/R_3$
R_4	3	0		a	$A_{2,2}$	$1/R_4$	$1/R_3 + 1/R_4$
R_5	3	4		a	$A_{2,2}$ $A_{2,3}$ $A_{3,3}$ $A_{3,2}$	$1/R_5$ $-1/R_5$ $1/R_5$ $-1/R_5$	$1/R_3 + 1/R_4 + 1/R_5$ $-1/R_5$ $1/R_5$ $-1/R_5$
R_6	4	0		a	$A_{3,2}$	$1/R_6$	$1/R_5 + 1/R_6$

上で得られた係数を連立方程式に変換すると、

$$\begin{aligned}
 e_1 &= E_1 \\
 -1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2 + sC_1) \times e_2 - 1/R_3 \times e_3 &= 0 \\
 -1/R_3 \times e_2 + (1/R_3 + 1/R_4 + 1/R_5) e_3 - 1/R_5 \times e_4 &= 0 \\
 -1/R_5 \times e_3 + (1/R_5 + 1/R_6) e_4 &= 0
 \end{aligned}$$

これらは、図【 1 】 - 4 に対する式 1、2、3 及び 4 と同じである。

[5] - 3 図【 3 】 - 1 の回路の係数行列を作成してみる。 $n = 3$

素子	$\text{ノード } i$	$\text{ノード } j$	$\text{ノード } k$	方法	行列要素	加える係数	要素の内容
E_1	1	0		e	$A_{0,0}$ $A_{0,3}$	1 E_1	1 E_1
R_1	1	2	0	a'	$A_{1,1}$ $A_{1,0}$	$1/R_1$ $-1/R_1$	$1/R_1$ $-1/R_1$
R_2	2	3		a	$A_{1,1}$ $A_{1,2}$ $A_{2,2}$ $A_{2,1}$	$1/R_2$ $-1/R_2$ $1/R_2$ $-1/R_2$	$1/R_1 + 1/R_2$ $-1/R_2$ $1/R_2$ $-1/R_2$
i_s	2	3		d	$A_{1,3}$ $A_{2,3}$	$-i_s$ i_s	$-i_s$ i_s
R_3	3	0		a	$A_{2,2}$	$1/R_3$	$1/R_2 + 1/R_3$

上の結果から、連立方程式は下の様になる。

$$\begin{aligned}
 e_1 &= E_1 \\
 -1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2)e_2 - 1/R_2 \times e_3 &= -i_s \\
 -1/R_2 \times e_2 + (1/R_2 + 1/R_3)e_3 &= i_s
 \end{aligned}$$

これらは、図【 3 】 - 2 の式 1、8 及び 9 と同じである。

[5] - 4 図【 3 】 - 3 の回路の係数行列を作成してみる。 $n = 3$

素子	$\text{ノード } i$	$\text{ノード } j$	$\text{ノード } k$	方法	行列要素	加える係数	要素の内容
E_1	1	0		e	$A_{0,0}$ $A_{0,3}$	1 E_1	1 E_1
R_1	1	2	0	a'	$A_{1,1}$ $A_{1,0}$	$1/R_1$ $-1/R_1$	$1/R_1$ $-1/R_1$
R_2	2	0		a	$A_{1,1}$	$1/R_2$	$1/R_1 + 1/R_2$
R_3	3	0	2	a'	$A_{1,2}$	$1/R_3$	$1/R_3$
E_2	2	3		e	$A_{2,2}$ $A_{2,1}$ $A_{2,3}$	1 -1 E_2	1 -1 E_2

上の結果から、連立方程式は下の様になる。

$$\begin{aligned}
 e_1 &= E_1 \\
 -1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2)e_2 + 1/R_3 \times e_3 &= 0 \\
 -e_2 + e_3 &= E_2
 \end{aligned}$$

これらは、図【 3 】 - 3 の式 6、7 及び 5 それぞれと同じである。

[5] - 5 図【 3 】 - 5 の回路の係数行列を作成してみる。 $n = 3$

素子	$\text{ノード } i$	$\text{ノード } j$	$\text{ノード } k$	方法	行列要素	加える係数	要素の内容
R_1	1	0		a	$A_{0,0}$	$1/R_1$	$1/R_1$
E_1	1	2		e	$A_{1,1}$ $A_{1,0}$ $A_{1,3}$	1 -1 E_1	1 -1 E_1
i_s	2	3	1	d'	$A_{0,3}$ $A_{2,3}$	$-i_s$ i_s	$-i_s$ i_s
R_2	3	0		a	$A_{2,2}$	$1/R_2$	$1/R_2$

上の結果から、連立方程式は下の様になる。

$$\begin{aligned}
 1/R_1 \times e_1 &= -i_s \\
 -e_1 + e_2 &= E_1 \\
 -1/R_2 \times e_3 &= i_s
 \end{aligned}$$

これらは、図【 3 】 - 5 の式 7、 2 及び 8 とそれぞれ等しい。

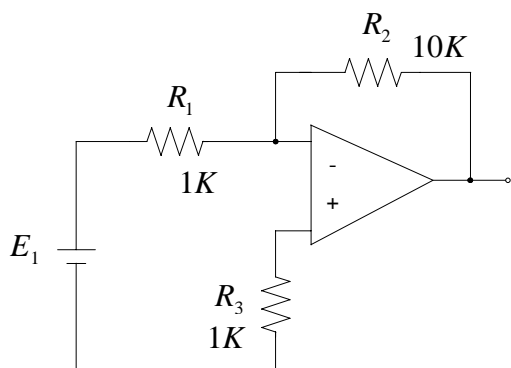
上記の様に、[4] - 1 から [4] - 4 の方法はこれまで検討したすべての回路に対して正しい結果を与える。

[1] から [5] の検討における素子はすべて受動素子である。[6] では能動素子を扱うために従属電源の検討を行う。

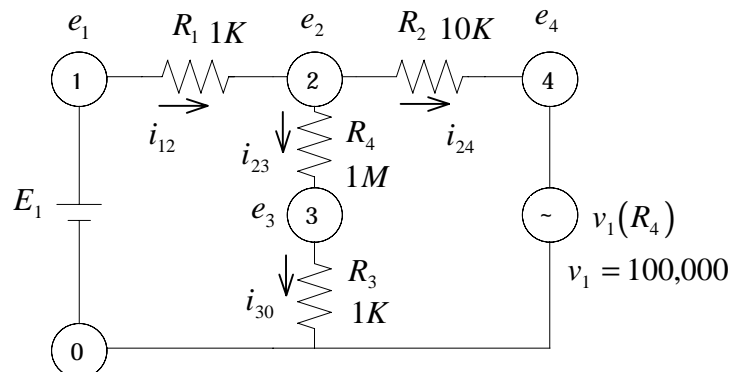
[6] 従属電源

[6] - 1 電圧従属電圧源（素子属性は v とする）

この電圧源はマスター素子の両端の電圧を v 倍した電圧を発生する様な電圧源である。これは主に、オペアンプの等価回路において使用される。 v は電圧増幅率と考えることが出来る。



図【 6 】 - 1 オペアンプ回路



図【 6 】 - 2 オペアンプ回路の等価回路

上図【 6 】 - 1 はオペアンプを使用した回路であるが、これを電圧従属電圧源を使用して等価回路を書くと図【 6 】 - 2 の様になる。

ここで、 $v_1(R_4)$ は R_4 の両端の電圧を v_1 倍する電圧源を表わす。【 6 】 - 2 の回路の方程式は以下の様になる。

- 1 $e_1 = E_1$
- 2 $i_{12} = (e_1 - e_2)/R_1$
- 3 $i_{23} = (e_2 - e_3)/R_4$
- 4 $i_{30} = e_3/R_3$
- 5 $i_{24} = (e_2 - e_4)/R_2$
- 6 $-i_{12} + i_{23} + i_{24} = 0$
- 7 $-i_{23} + i_{30} = 0$
- 8 $e_4 = v_1(e_3 - e_2)$ (ノード番号の大きい方がプラスと考えるため)

式 2、3、5 及び 6 から

$$-(e_1 - e_2)/R_1 + (e_2 - e_3)/R_4 + (e_2 - e_4)/R_2 = 0$$

従って、

$$9 \quad -1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_4)e_2 - 1/R_4 \times e_3 - 1/R_2 \times e_4 = 0$$

式 3、4 及び 7 から

$$-(e_2 - e_3)/R_4 + e_3/R_3 = 0$$

従って、

$$10 \quad -1/R_4 \times e_2 + (1/R_3 + 1/R_4)e_3 = 0$$

式 8 から

$$11 \quad v_1 \times e_2 - v_1 \times e_3 + e_4 = 0$$

1、9、10 及び 11 を解くことによって、 $e_1 \sim e_4$ が得られる。

1、9 及び 10 式は [4] - 1 から [4] - 4 の方法によって得られる。8 式は電圧従属電圧源 (以後 v と記す) もこれまでの電圧源と同様の取扱いが出来ることを示している。しかし、右辺に未知数があるために 11 式の様に変形する必要がある。 v においても、電圧源と同様に、ノード番号の大きい方に電圧の関係を記入し、ノード番号の小さな方に電流の関係を記入する。また、[4] - 1 から [4] - 4 においてノード i とノード j に素子が接続されている場合の特別な場合として、どちらかのノードに電圧源 E が接続されている場合を考えたが、これが v の時にも同様の処理をする必要がある。

上記により新しい変換方法 (f) を追加する。

係数行列の変換方法

(f) ノード i 、 j に電圧従属電圧源 v が接続されており、 v のマスター素子が $i1$ 、 $j1$ に接続されているとすれば、

$i < j$ の時

$i1 < j1$ であれば

$$A_{j-1,j-1} = 1$$

$$A_{j-1,i-1} = -1 \quad (i > 0)$$

$$A_{j-1,i1-1} = v \quad (i1 > 0)$$

$$A_{j-1,j1-1} = -v$$

$i1 > j1$ であれば

$$A_{j-1,j-1} = 1$$

$$A_{j-1,i-1} = -1 \quad (i > 0)$$

$$A_{j-1,i1-1} = -v$$

$$A_{j-1,j1-1} = v \quad (j1 > 0)$$

$i > j$ の時

$i1 < j1$ であれば

$$A_{i-1,i-1} = 1$$

$$A_{i-1,j-1} = -1 \quad (j > 0)$$

$$A_{i-1,i1-1} = v \quad (i1 > 0)$$

$$A_{i-1,j1-1} = -v$$

$i1 > j1$ であれば

$$A_{i-1,i-1} = 1$$

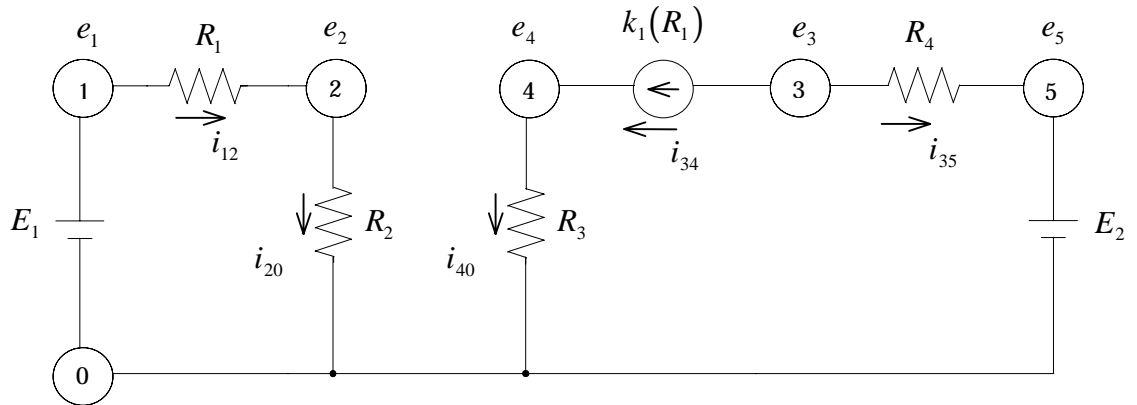
$$A_{i-1,j-1} = -1 \quad (j > 0)$$

$$A_{i-1,i1-1} = -v$$

$$A_{i-1,j1-1} = v \quad (j1 > 0)$$

[6] - 2 電流従属電流源（素子属性は k とする）

この電流源はマスター素子に流れる電流を k 倍した電流を発生する様な電流源である。これは主に、トランジスタの等価回路において使用される。 k は電流増幅率と考えることが出来る。図【 6 】 - 3 は k を含む回路であるが、この回路の方程式は以下の様になる。



図【 6 】 - 3 電流従属電流源を含んだ回路

回路の方程式

- 1 $e_1 = E_1$
- 2 $i_{12} = (e_1 - e_2) / R_1$
- 3 $i_{20} = e_2 / R_2$
- 4 $-i_{12} + i_{20} = 0$
- 5 $i_{40} = e_4 / R_3$
- 6 $i_{34} = k_1(R_1) = k_1 \times i_{12} = k_1 (e_1 - e_2) / R_1$
- 7 $-i_{34} + i_{40} = 0$
- 8 $i_{35} = (e_3 - e_5) / R_4$
- 9 $i_{35} + i_{34} = 0$
- 10 $e_5 = E_2$

2 ~ 4 式より、

$$-(e_1 - e_2)/R_1 + e_2/R_2 = 0$$

従って、

$$11 \quad -1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2)e_2 = 0$$

2 及び 5 ~ 7 式より、

$$-k_1(e_1 - e_2)/R_1 + e_4/R_3 = 0$$

従って、

$$12 \quad -k_1/R_1 \times e_1 + k_1/R_1 \times e_2 + 1/R_3 \times e_4 = 0$$

2、6、8 及び 9 式によって、

$$k_1(e_1 - e_2)/R_1 + (e_3 - e_5)/R_4 = 0$$

従って、

$$13 \quad k_1/R_1 \times e_1 - k_1/R_1 \times e_2 + 1/R_4 \times e_3 - 1/R_4 \times e_5 = 0$$

1、10、11、12 及び 13 式を解くことによって、 $e_1 \sim e_5$ が得られる。1、10 及び 11 式は

[4] - 1 から [4] - 4 の方法によって得られる。

12 及び 13 式を考察して次の方法 (g) を追加する。

(g) 電流従属電流源 k がノード i 、 j に接続されており、マスター素子 (R 、 L 、 C) が $i1$ 、 $j1$ に接続されているならば、

$i < j$ の時

$$i1 < j1 \text{ であれば} \quad A_{j-1,i1-1} = -k/ \text{ (マスター素子のインピーダンス) } (i1 > 0)$$

$$A_{j-1,j1-1} = k/ \text{ (マスター素子のインピーダンス)}$$

$$A_{i-1,i1-1} = k/ \text{ (マスター素子のインピーダンス) } (i, i1 > 0)$$

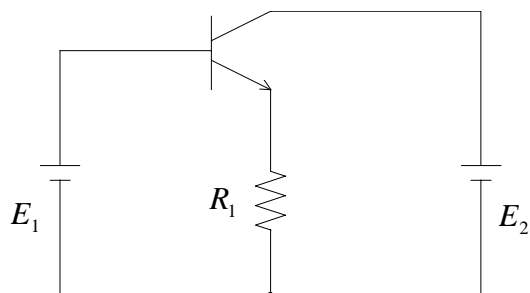
$$A_{i-1,j1-1} = -k/ \text{ (マスター素子のインピーダンス) } (i > 0)$$

$i1 > j1$ であれば、上記において $i1$ と $j1$ を入れ替える。

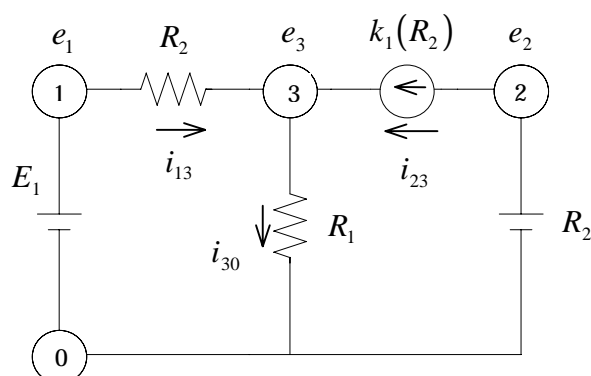
$i > j$ の時

上記において、 i と j を入れ替える。

電流従属電流源の使用例



図【 6 】 - 4 トランジスタ回路



図【 6 】 - 5 図【 6 】 - 4 の等価回路

上図【 6 】 - 4 はトランジスタを使用した回路であるが、これを電流従属電流源（以後 k と記す）を使用して等価回路を書くと図【 6 】 - 5 の様になる。ここで $k_1(R_2)$ は R_2 に流れる電流を k_1 倍する電流源を表わす。 R_2 及び $k_1(R_2)$ の電流の向きはノード番号の小さな方から大きな方へ向かうものとする。

図【 6 】 - 5 の回路の方程式は以下の様になる。

- 1 $e_1 = E_1$
- 2 $i_{13} = (e_1 - e_3)/R_2$
- 3 $i_{30} = e_3/R_1$
- 4 $i_{23} = k_1(R_2) = k_1 \times i_{13}$
- 5 $-i_{13} - i_{23} + i_{30} = 0$
- 6 $e_2 = E_2$

2、3、4 及び 5 式から、
 $-(1+k_1)(e_1 - e_3)/R_2 + e_3/R_1 = 0$
 従って、

$$7 \quad -(1+k_1)/R_2 \times e_1 + ((1+k_1)/R_2 + 1/R_1)e_3 = 0$$

1、6、7 式を解くことによって、 $e_1 \sim e_3$ が得られる。

1 及び 6 式は[4] - 1 から[4] - 4 の方法によって得られる。ここで、7 式が（g）の方法によって得られることを示す。

$k_1(R_2)$ の接続関係は、

$i=2 < j=3$ かつ $i1=1, j1=3$ である。

ここで、 $i=2$ は電圧源 E_2 のプラス側であるが、電圧源 E_2 のマイナス側のノード番号は 0 であるから考えなくても良い。

$$\begin{aligned} \text{従って、} \quad A_{2,0} &= -k_1/R_2 \\ A_{2,2} &= k_1/R_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_2 \text{ はノード 1 と 3 に接続されているから、} \quad A_{2,2} &= 1/R_2 + k_1/R_2 \\ A_{2,0} &= -1/R_2 - k_1/R_2 \end{aligned}$$

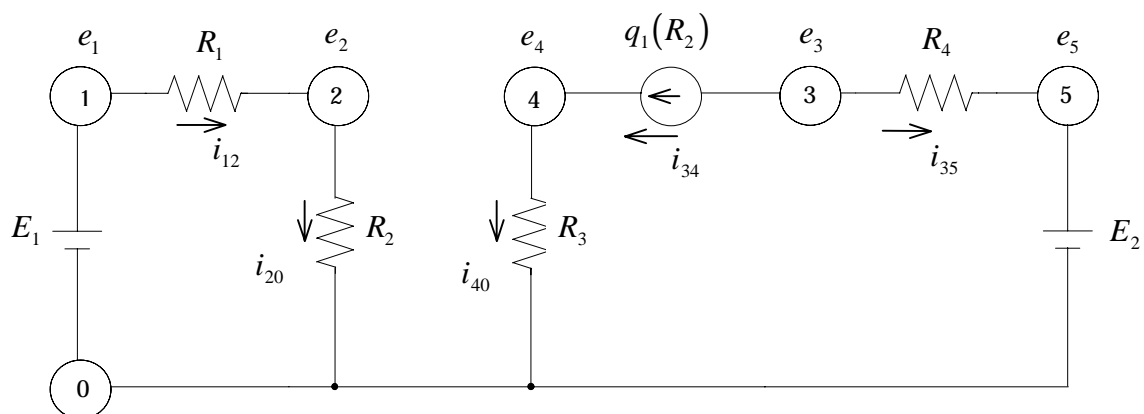
$$R_1 \text{ はノード 3 と 0 に接続されているから、} \quad A_{2,2} + = 1/R_1$$

$$\begin{aligned} \text{従って、} \\ A_{2,0} &= -(1+k_1)/R_2 \\ A_{2,2} &= (1+k_1)/R_2 + 1/R_1 \end{aligned}$$

となり、7 式が得られた。

[6] - 3 電圧従属電流源（素子属性は q とする）

この電流源はマスター素子の両端の電圧を q 倍した電流を発生する様な電流源である。これは主に、真空管や F E T 等価回路において使用される。 q は相互コンダクタンスと考えることが出来る。



図【 6 】 - 6 電圧従属電流源を含む回路

図【 6 】 - 6 の回路の方程式は以下の様になる。

- 1 $e_1 = E_1$
- 2 $i_{12} = (e_1 - e_2) / R_1$
- 3 $i_{20} = e_2 / R_2$
- 4 $-i_{12} + i_{20} = 0$
- 5 $i_{40} = e_4 / R_3$
- 6 $i_{34} = q_1 \times e_2$
- 7 $-i_{34} + i_{40} = 0$
- 8 $i_{35} = (e_3 - e_5) / R_4$
- 9 $i_{35} + i_{34} = 0$
- 10 $e_5 = E_2$

2 ~ 4 式によって、
 $-(e_1 - e_2)/R_1 + e_2/R_2 = 0$

従って、

$$11 \quad -1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2)e_2 = 0$$

5 ~ 7 式によって、

$$12 \quad -q_1 \times e_2 + 1/R_3 \times e_4 = 0$$

6、8、9 式によって、

$$(e_3 - e_5)/R_4 + q_1 \times e_2 = 0$$

従って、

$$13 \quad q_1 \times e_2 + 1/R_4 \times e_3 - 1/R_4 \times e_5 = 0$$

12 及び 13 式を考察して、次の方法 (h) を追加する。

(h) 電圧従属電流源 q がノード i 、 j に接続されており、マスター素子 (R 、
 L 、 C) がノード $i1$ 、 $j1$ に接続されているならば、

$i < j$ の時

$$i1 < j1 \text{ であれば} \quad A_{j-1,i1-1} = q \quad (i1 > 0)$$

$$A_{j-1,j1-1} = -q$$

$$A_{i-1,i1-1} = -q \quad (i, i1 > 0)$$

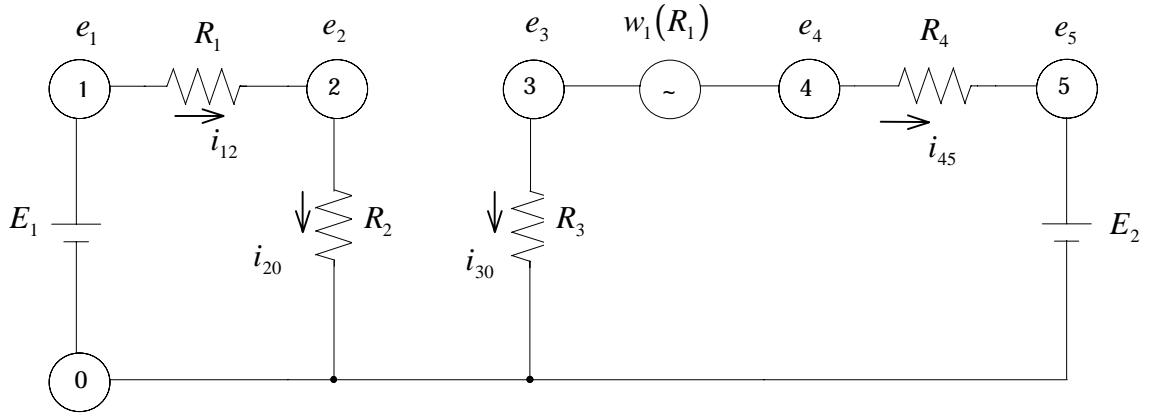
$$A_{i-1,j1-1} = q \quad (i > 0)$$

$i1 > j1$ であれば、上記において $i1$ と $j1$ を入れ替える。

$i > j$ の時 上記の i と j を入れ替える。

[6] - 4 電流従属電圧源（素子属性は w とする）

この電圧源はマスター素子に流れる電流を w 倍した電圧を発生する様な電圧源である。これは主に、ノートンアンプの等価回路において使用される。 w は相互インピーダンスと考えることが出来る。



図【 6 】 - 7 電流従属電圧源を含んだ回路

図【 6 】 - 7 の回路の方程式は以下の様になる。

- 1 $e_1 = E_1$
- 2 $i_{12} = (e_1 - e_2) / R_1$
- 3 $i_{20} = e_2 / R_2$
- 4 $-i_{12} + i_{20} = 0$
- 5 $i_{30} = e_3 / R_3$
- 6 $i_{45} = (e_4 - e_5) / R_4$
- 7 $i_{30} + i_{45} = 0$
- 8 $e_4 - e_3 = w_1 (e_1 - e_2) / R_1$
- 9 $e_5 = E_2$

2 ~ 4 式によって、
 $-(e_1 - e_2) / R_1 + e_2 / R_2 = 0$

従って、

$$10 \quad -1/R_1 \times e_1 + (1/R_1 + 1/R_2) e_2 = 0$$

5 ~ 7 式によって、

$$e_3/R_3 + (e_4 - e_5)/R_4 = 0$$

従って、

$$11 \quad 1/R_3 \times e_3 + 1/R_4 \times e_4 - 1/R_4 \times e_5 = 0$$

8 式から、

$$12 \quad -w_1/R_1 \times e_1 + w_1/R_1 \times e_2 - e_3 + e_4 = 0$$

8 式は電流従属電圧源もこれまでの電圧源と同様の取り扱いが出来ることを示している。右辺に未知数があるために、12 式の様に変形する必要がある。 w においても、電圧源と同様にノード番号の大きい方に電圧の関係を記入し、ノード番号の小さい方に電流の関係を記入する。また、[4] - 1 から [4] - 4 における電圧源 E の扱いと同様の処理を w においても行う必要がある。

12 式を考察して、次の方法 (i) を追加する。

(i) 電流従属電圧源 w がノード i 、 j に接続されており、マスター素子 (R 、 L 、 C) がノード $i1$ 、 $j1$ に接続されているならば、

$i < j$ の時

$$\begin{aligned} i1 < j1 \text{ であれば} \quad & A_{j-1,j-1} = 1 \\ & A_{j-1,i-1} = -1 \quad (i > 0) \\ & A_{j-1,i1-1} = -w / (\text{マスター素子のインピーダンス}) \quad (i, i1 > 0) \\ & A_{j-1,j1-1} = w / (\text{マスター素子のインピーダンス}) \end{aligned}$$

$i1 > j1$ であれば、上記の $i1$ と $j1$ を入れ替える。

$i > j$ の時 上記の i と j を入れ替える。

[7] 回路のブロック定義（素子の属性は b とする）

前節までの検討によって、受動素子及び能動素子を使用した線形回路網の定常状態シミュレーションを行う方法が準備出来た。しかし、このままでは大規模な回路をコンピュータに入力するには手間がかかるので、回路をブロック化して、ファイルに登録したり、素子の入力においてブロックを素子のかたまりとして利用出来る様な手段を追加する必要がある。

まず、回路ブロックをファイルに保存する方法を考える。

[7]-1 ブロックデータのファイル構造

これまでは、線形回路網だけを考えてきたが、将来的に非線形回路網の解析も可能とするために、ファイルにはそのためのデータ項目を準備しておく。ファイル構造は以下の様に定義する。また、ファイルはアスキーファイルである。

- 1 @ブロック名：外部ノード番号の並び $\forall n$ （カンマで区切る）
- 2 ノード数 $\forall n$
- 3 左ノード番号__
- 4 右ノード番号__
- 5 @属性__
- 6 @素子名__
- 7 @マスター素子名__
- 8 関数番号__
- 9 値．r e a l __
- 10 値．i m a g e __
- 11 @関数 $\forall n$

3～11を素子の個数だけ繰り返す。

3～11の項目において、5の属性がブロック（@ b ）の時には、項目11に次の様なデータを記入する。

- 11' @ブロック名：設定ノード番号の並び $\forall n$ （カンマで区切る）

また、項目8には関数の番号を記入する。関数の番号は初期値を1として、項目11にデータを記入するごとに1だけ増加させる。

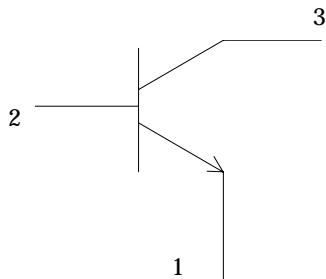
ブロックデータファイルを上の構造にすることによって、回路はいくらでもネスティングが可能である。

1 における外部ノード番号というのは、この回路ブロックが外部の回路と接続される時に結合ポイントになるノードの番号を意味する。

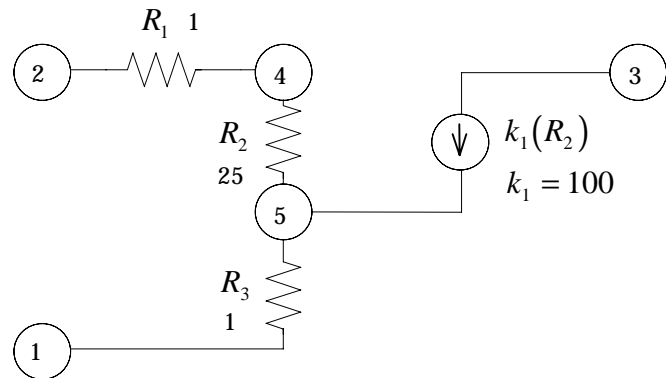
また、11' における設定ノード番号というのは、今注目している回路と回路ブロックが接続される時に結合ポイントになるノードの番号を意味する。

外部ノードの並びと設定ノードの並びはそれぞれ同じ機能のノードが対応する様に記入する必要がある。

例えば、トランジスタの等価回路をブロックとして作成してみよう。



図【 7 】 - 1 トランジスタ



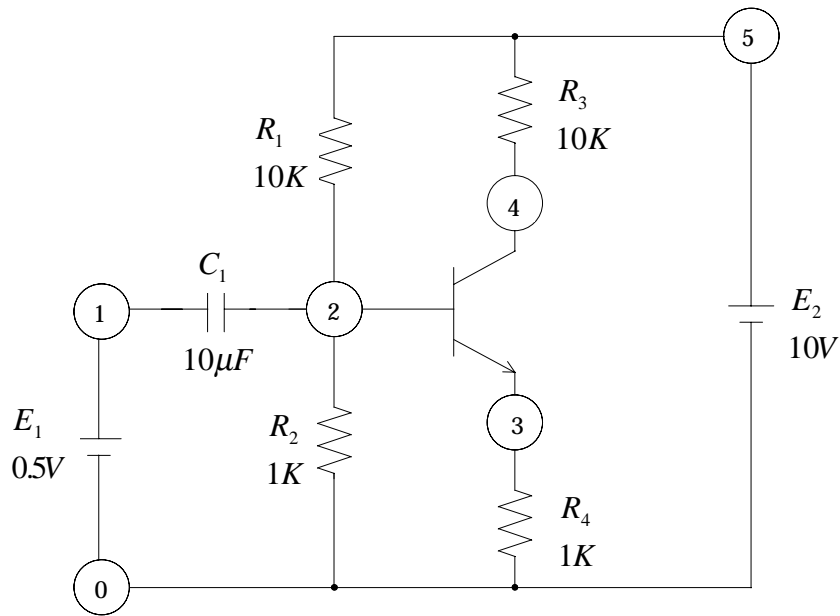
図【 7 】 - 2 トランジスタの等価回路

注意: sim.exeで使用するトランジスタの部品ブロックは、Bが1、Eが2、Cが3である。ベースとエミッタの番号が入れ替わっているので注意が必要！

図【 7 】 - 1 及び図【 7 】 - 2 で、ブロックの外部ノードは1、2、3の3つのノードである。これらはトランジスタのE、B、Cに対応している。このブロックを *tr1.cir* というファイル名で登録すると、ファイルの内容は下の様になる。

```
@ tr1.cir : 1、2、3 ¥n
5 ¥n
1    5    @ r    @ r 3    @    0    1    0    @ ¥n
2    4    @ r    @ r 1    @    0    1    0    @ ¥n
3    5    @ k    @ k 1    @ r 2    0    100    0    @ ¥n
4    5    @ r    @ r 2    @    0    25    0    @ ¥n
```

ブロック *tr1.cir* を使用して下図のトランジスタ回路をファイル *tr1a.cir* として保存すると下の様になる。



図【 7 】 - 3 トランジスタ回路

```
@ tr1a.cir : 0、 1、 4 ¥n
5 ¥n
0 1 @ e @ e 1 @ 0 0.5 0 @ ¥n
0 2 @ r @ r 2 @ 0 1000 0 @ ¥n
0 3 @ r @ r 4 @ 0 1000 0 @ ¥n
0 5 @ e @ e 2 @ 0 10 0 @ ¥n
1 2 @ c @ c 1 @ 0 1.000000-E005 0 @ ¥n
2 5 @ r @ r 1 @ 0 20000 0 @ ¥n
2 3 @ b @ b 1 @ 1 0 0 @ tr1.cir : 3, 2, 4 ¥n
4 5 @ r @ r 3 @ 0 10000 0 @ ¥n
```

上のノード 2 と 3 の所に記入されている *b 1* の関数の内容において、設定ノードは 3、2、4 と記入されており、*tr1.cir* を定義した時のノードの機能 *E*、*B*、*C* と対応している。

sim.exeのブロックでは、
 2 3@tr1:2,3,4 ¥n

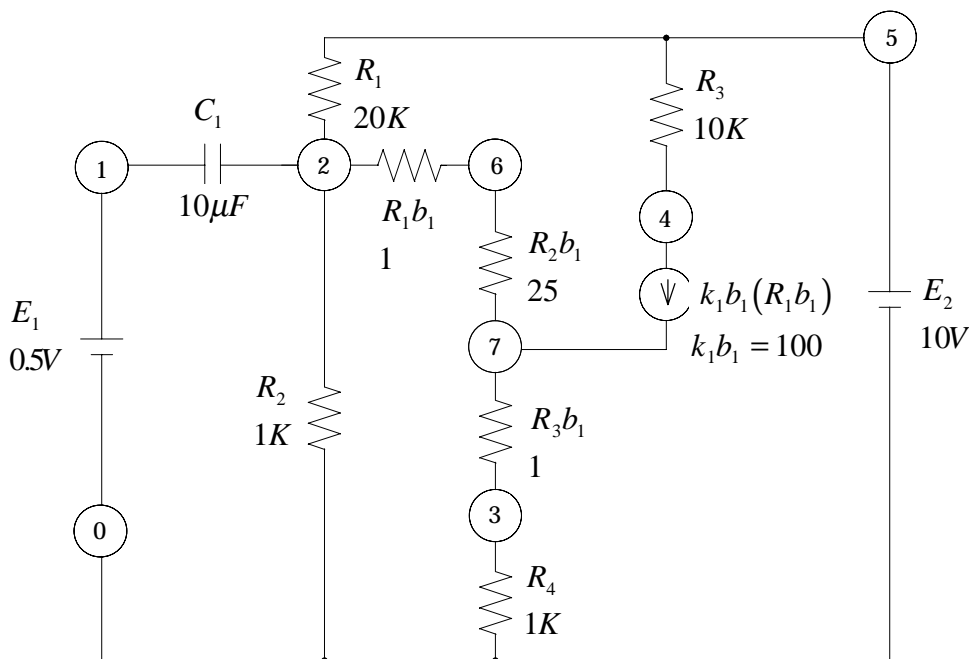
[7] - 2 ブロックファイルの展開

図【 7 】 - 3 のトランジスタ回路は、*tr1a.cir* というファイルに保存した。このファイルを単にメモリ上にロードしても正しい係数行列は得られない。図【 7 】 - 3 においてブロックの内容を展開してすべての素子を基本的な属性にまで落とすと正しい係数行列が作成出来るようになる。

ブロックの展開は次の様に行う。

- 1 図【 7 】 - 3 の回路をメイン回路と呼ぶことにする。
- 2 メイン回路における最大のノード番号を n とする。
- 3 ブロックの外部ノードは対応する設定ノード番号に変更する。
- 4 ブロックのノードのうち、外部ノードではないノードを内部ノードと呼び、内部ノードにはノード番号の小さいものから $n+1$ から順に番号をつけかえていく。
- 5 ブロックの中に、素子としてさらにブロックがある場合には関数の項目に書かれている設定ノード番号を 3 及び 4 によって変更された新しいノード番号に書き換える。
- 6 ブロック内の素子名は、素子名の後ろにブロック名（ファイル名ではない。例えば b_1 ）を付け加える。

1 ~ 6 の規則に従って図【 7 】 - 3 の回路を展開すると、下の等価回路が得られる。



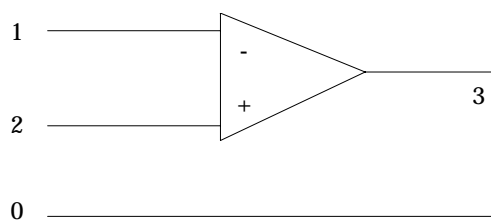
図【 7 】 - 4 ブロックを展開したトランジスタ回路

この様に回路のブロック定義を行うと、多数の素子の接続関係を入力する手間が大幅に削減出来て、かつ素子データの入力が正確に行えるようになる。電流源や電圧源においてはノード番号の大小が電流の向きと密接な関係があるため、メイン回路と接続してもノード番号の大小が変化しないように注意してブロックを定義すべきである。

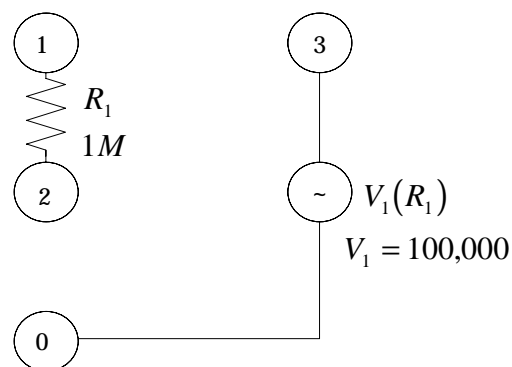
tr1.cir において R_1 と R_3 はノード番号の大小関係を保存するために使用されている。

[8] 等価回路の例

[8] - 1 オペアンプ

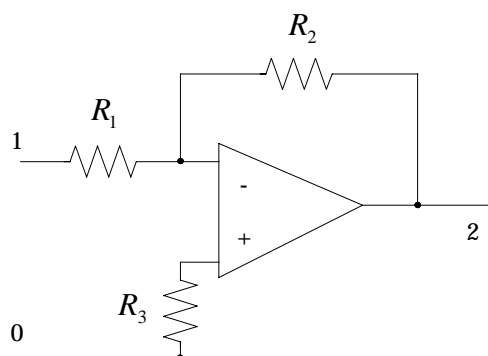


図【 8 】 - 1 オペアンプの表記

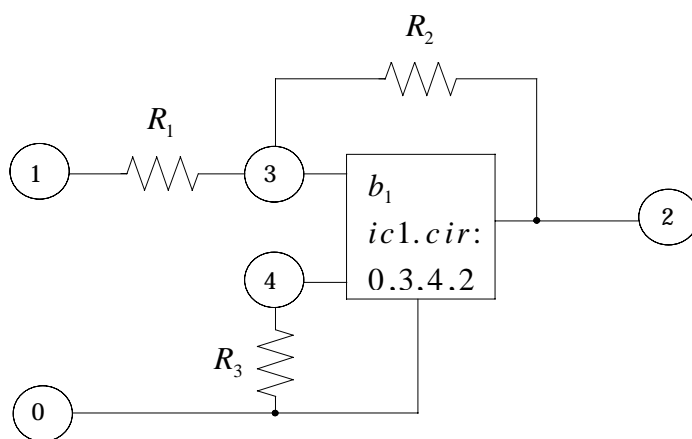


図【 8 】 - 2 等価回路
(ic1.cir : 0、1、2、3)

[8] - 2 反転増幅器

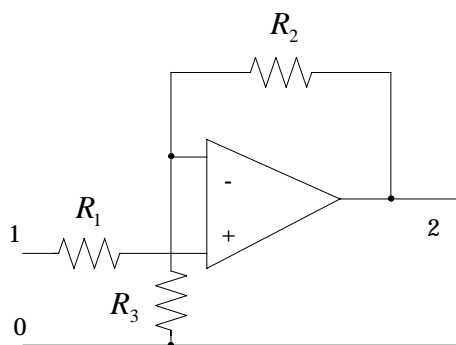


図【 8 】 - 3 反転増幅器

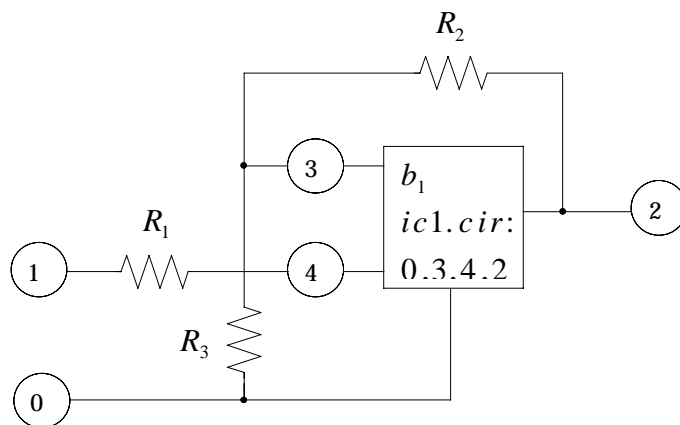


図【 8 】 - 4 等価回路

[8] - 3 非反転増幅器

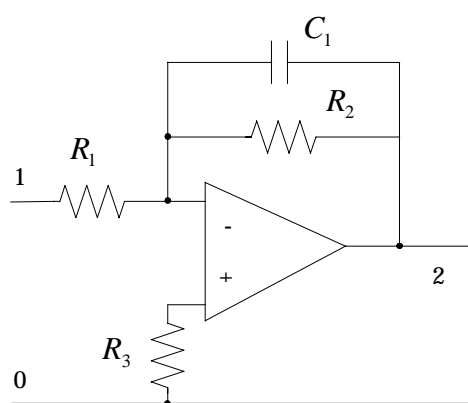


図【 8 】 - 5 非反転増幅器

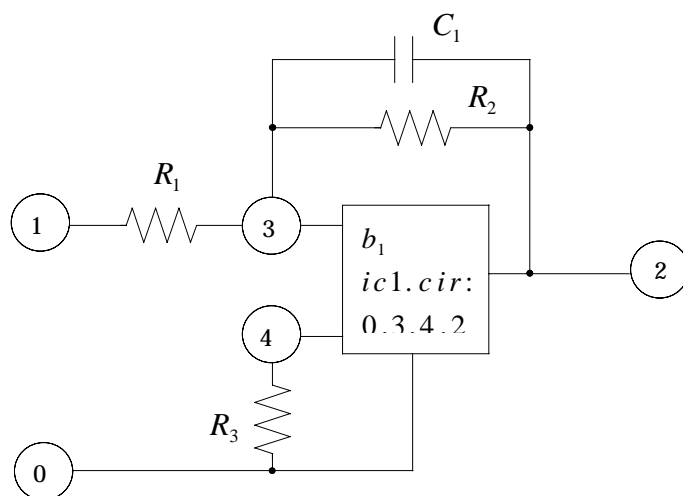


図【 8 】 - 6 等価回路

[8] - 4 ローパスフィルタ

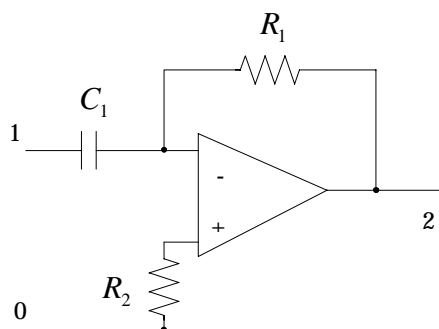


図【 8 】 - 7 ローパスフィルタ

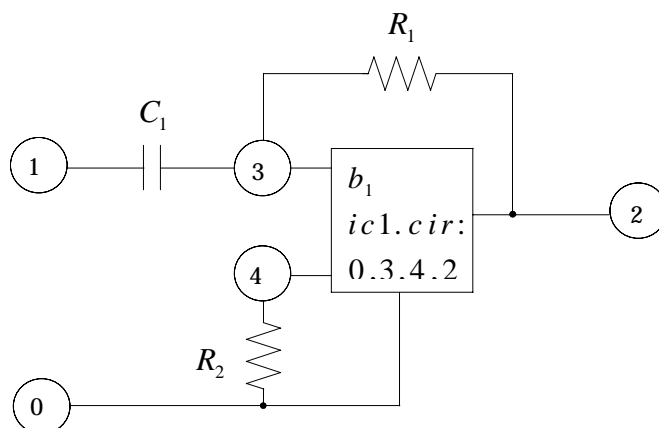


図【 8 】 - 8 等価回路

[8] - 5 ハイパスフィルタ

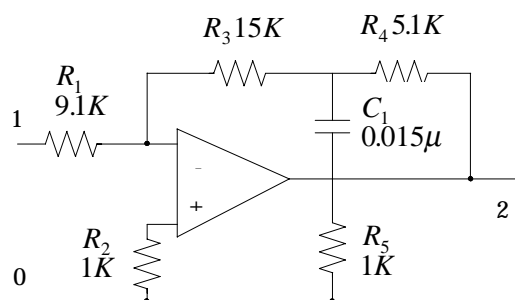


図【 8 】 - 9 ハイパスフィルタ

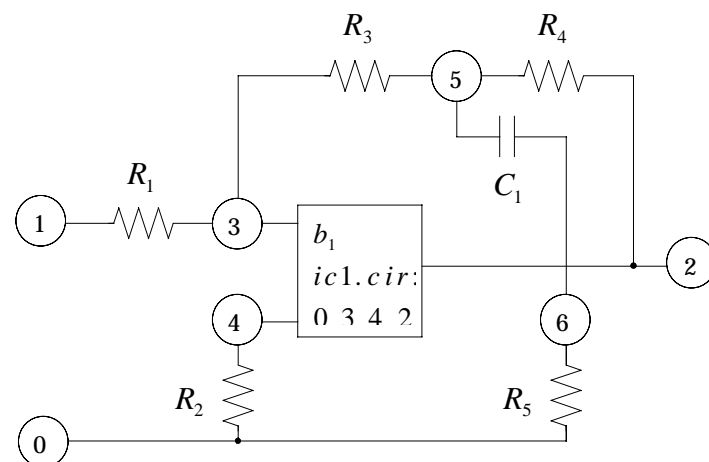


図【 8 】 - 10 等価回路

[8] - 6 プリエンファシス回路



図【 8 】 - 11 プリエンファシス回路



図【 8 】 - 12 等価回路

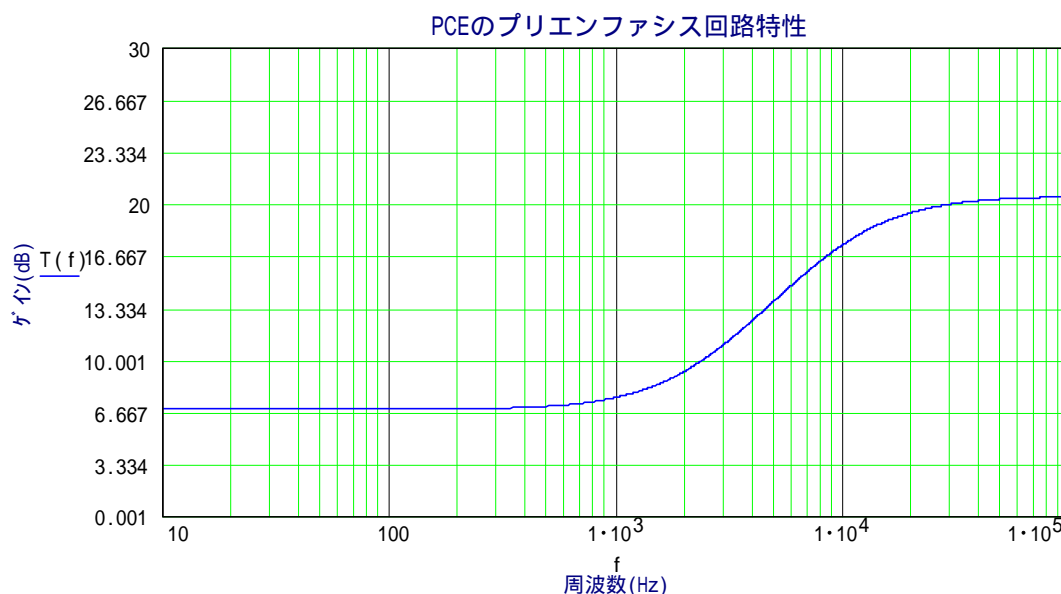
[7] までの検討結果をプログラムしてアナログ回路のシミュレーションプログラム `sim.exe` を作成した。`sim.exe` を使用して、図【 8 】 - 11 のプリエンファシス回路のシミュレーションを行った結果を以下に示す。

この回路はテレビの音声信号を RF モジュレータに入力する前に、高周波成分がノイズに埋もれてしまわないようにあらかじめ高周波成分の振幅を増強するための回路で、一般にはプリエンファシス回路と呼ばれている。テレビ受像機側では、受信した音声信号に対してこの回路と逆の周波数特性を有するディエンファシス回路により高周波成分の振幅を削減してからスピーカに音声信号を伝える。この時に、音声信号はあらかじめ高周波成分が増強されていたものが元にもどるだけなのだが、雑音の高周波成分は削減されるために結果として信号対雑音の比率 (S N 比) が改良される。

下のグラフはこのプリエンファシス回路の周波数特性である。この回路では時定数 75 μ S (約 2 1 2 2 H z) から直線的にゲインが増加しているが、音声の周波数範囲を超えた周波数成分におけるシステムの高周波雑音を必要以上に増幅してしまわないように 20KHz 以上の周波数ではゲインが増加しないように工夫してある。

横軸は周波数を表し、1 0 H z から 1 0 0 K H z まだが対数目盛りで表示されている。

縦軸はノード 2 / ノード 1 の電圧の比率をデシベルを表わしている。



係数行列作成法のまとめ

素子のノード番号は $i < j$	$A_{i-1,i-1}$	$A_{i-1,j-1}$	$A_{j-1,j-1}$	$A_{j-1,i-1}$	$A_{i-1,n}$	$A_{j-1,n}$	$A_{k-1,i-1}$	$A_{k-1,j-1}$	$A_{k-1,n}$	備 考
R	$1/R$	$-1/R$	$1/R$	$-1/R$						抵抗
C	sC	$-sC$	sC	$-sC$						コンデンサ
L	$1/sL$	$-1/sL$	$1/sL$	$-1/sL$						インダクタンス
I					$-I$	I				電流源
E			1	- 1		E				電圧源
$R(i = +E, k = -E)$			$1/R$	$-1/R$			$1/R$	$-1/R$		抵抗が電圧源の プラスと接続
$R(j = +E, k = -E)$	$1/R$	$-1/R$					$-1/R$	$1/R$		"
$C(i = +E, k = -E)$			sC	$-sC$			sC	$-sC$		コンデンサが電圧源 のプラスと接続
$C(j = +E, k = -E)$	sC	$-sC$					$-sC$	sC		"
$L(i = +E, k = -E)$			$1/sL$	$-1/sL$			$1/sL$	$-1/sL$		インダクタンスが電圧 源のプラスと接続
$L(j = +E, k = -E)$	$1/sL$	$-1/sL$					$-1/sL$	$1/sL$		"
$I(i = +E, k = -E)$						I			$-I$	電流源が電圧源 のプラスと接続
$I(j = +E, k = -E)$					$-I$				I	"

受動素子の係数行列作成法

素子のノード番号は i と j ($i < j$)	$A_{i-1,i-1}$	$A_{i-1,j-1}$	$A_{j-1,j-1}$	$A_{j-1,i-1}$	$A_{j-1,i1-1}$	$A_{j-1,j1-1}$	$A_{i-1,i1-1}$	$A_{i-1,j1-1}$	備 考
$v(i1 < j1)$			1	- 1	v	$-v$			電圧従属電圧源
$k(R\ i1 < j1)$					$-k/R$	k/R	k/R	$-k/R$	電流従属電流源
$k(C\ i1 < j1)$					$-ksC$	ksC	ksC	$-ksC$	"
$k(L\ i1 < j1)$					$-k/sL$	k/sL	k/sL	$-k/sL$	"
$q(i1 < j1)$					q	$-q$	$-q$	q	電圧従属電流源
$w(R\ i1 < j1)$			1	- 1	$-w/R$	w/R			電流従属電圧源
$w(C\ i1 < j1)$			1	- 1	$-wsC$	wsC			"
$w(L\ i1 < j1)$			1	- 1	$-w/sL$	w/sL			"

能動素子の係数行列作成法

線形回路網シミュレーションプログラムの開発

1996/09/15 三浦 高志

[9] - 1 プログラム開発のために規則を整理するとともに、一部を改定する

1. プログラムの処理を簡単にするために、素子が接続されているノード番号 i, j を本文中で表記する時には、 $i < j$ と決定する。また、ノード番号は左ノード番号が右ノード番号よりも小さいものとする。以後、左ノードを $lownode$ 、右ノードを $highnode$ と呼ぶ事がある。また、実際の電圧の符号とは関係なく、電圧源の接続されている $highnode$ をプラス、 $lownode$ をマイナスと呼ぶ事がある。
2. 電流は $highnode$ から $lownode$ に向かう方向を正の方向とする。
3. 電流の正の方向に対して、電流がノードから流出している時にはそのノードに対する部分電流にそのまま加えるが、電流がノードに流入している時にはそのノードの部分電流としてマイナス符号を付加して加える。つまり、 $highnode$ から $lownode$ に対して電流 ig が流れるとき、 $highnode$ に対する係数行列の値は、 ig である。このとき、 $lownode$ に対する係数行列の値は、 $-ig$ である。
4. 上記、2と3の条件は、いままでの電流源に対する仮定とは逆なので、電流源に関する係数行列の生成規則の改定を行う必要がある。
5. R, C, L, I, k, q 等の素子が電圧源 (E, V, W) の $highnode$ に接続されているときには、電圧源の $highnode$ に接続されているノードの係数行列の値を電圧源の $lownode$ に記入する。その素子の他方のノードの係数行列はそのノードに記入する。
6. 電圧源は規則 5 により繰り返し探索されるので、 Vg という配列に 1. 電圧源の $highnode$ 番号、2. 電圧源の $lownode$ 番号及び 3. 電圧源の素子番号を格納しておき、探索を容易に行えるようにする。1つの電圧源の関係を記述するには係数行列を 1 行分使用するので、電圧源を配列 Vg に格納するときには先に見つかった電圧源から優先的に関係式を記述する行(電圧源の $highnode - 1$)を割り当てなければならない。そのためには、新しく電圧源を登録するときに、同じ $highnode$ を使用している素子があればその素子の $lownode$ に変更し、そのノード番号が他の電圧源の $highnode$ として使用されなくなるまで繰り返すことが必要である。
7. 係数行列の右辺には、電圧源の名称や電流源の名称を格納する。

次ページ以降に、新しい規則に従った、係数行列の求めかたを示す。ここで、受動素子 (R, C, L) を P_k で表す。電流源は i_s 、電圧従属電圧源は $v(P_k)$ 、電流従属電流源は $k(P_k)$ 、電圧従属電流源は $q(P_k)$ 、そして電流従属電圧源は $w(P_k)$ で表す。また、各従属電源のマスター素子はノード i_1, j_1 に接続されており、各素子はノード i, j に接続されているものとする。このとき、 $i_1 < j_1$ 、 $i < j$ も合わせて条件に加えてある。

[9] - 2 配列 Vg に電圧源を登録する方法

1. 部品リストを格納する構造体の配列 $parts[]$ を左ノードと右ノードの2つのキーで昇順にソートしておく。
2. 最初の部品から順に素子属性を調べて、 E, V, W の部品を配列 Vg に登録してゆく。1つの電圧源について、次の様に配列を3エントリーづつ使用する。

$Vg[3 * x]$	←	右ノード番号 ($highnode$)
$Vg[3 * x + 1]$	←	左ノード番号 ($lownode$)
$Vg[3 * x + 2]$	←	素子番号

次に、この電圧源の $highnode$ がそれより前に登録されている電圧源で使用されていないかを確認する。

この $highnode$ を既に使用している電圧源があった場合には、その電圧源の $lownode$ を今回の電圧源の $highnode$ とする。ノード番号0は $highnode$ に出来ないので、 $highnode$ として使用されていない最小のノード番号を検索して $highnode$ とする。この $highnode$ が他の電圧源の $highnode$ として既に使用されていないかを繰り返し確認する。他の電圧源の $highnode$ として使用されていないノード番号が見つからない時には、回路の解析が出来ないのでエラー表示を行い回路の訂正を促す。

3. 最後の部品まで、2を繰り返して全ての電圧源を Vg に登録する。電圧源の総数を vg_num 個とする。電圧源の $highnode$ に接続されている素子の電流の関係は電圧源の $lownode$ に記入するので、すべての電圧源に対して最終的な $lownode$ を調べて登録を更新する。

この処理をC言語で記述すると、つぎのようになる。登録されている部品の総数は ele_num 個とする。 ig を電圧源の番号とする。

```
int    dest[MAXVAR]; // highnodeとして使用されているノードのマーク用配列
int    max_node;     // 回路に使用されているノードの総数
int    ele_num;      // 登録されている部品の総数
```

```

void    vg_set()
{
int      ig = 0, hi, BK;
int      low, retry;
    for(int j=0; j < max_node; j++)    dest[j] = 0;    // max_node はノードの総数 n or dim
    for(int i=0; i<ele_num; i++){    // 全ての部品を調べる
char c = parts[i].attr;    // 部品の属性を取り出す
        if(strchr("evw", c) != 0){    // 素子が電圧源の時
            hi = vg[ig * 3] = parts[i].right;    // h i g h n o d e
            vg[ig * 3 + 1] = parts[i].left;    // l o w n o d e
            vg[ig * 3 + 2] = i;    // 素子の番号
            if(dest[hi] == 0){
                dest[hi] = 1;    // h i g h n o d e として使用されているマーク
                ig++; continue;
            }
            retry = ig + 1;    // 最大の反復回数
            while(retry){
                BK = 0;    // h i g h n o d e が未使用のマーク
                for(int j=0; j < ig; j++){    // 全ての登録済の電圧源を検査する
                    if(hi == vg[j * 3]){    // h i g h n o d e が使用されている
                        if((hi = vg[j * 3 + 1]) > 0){    // l o w n o d e を h i g h n o d e とする
                            if(dest[hi] == 0){    // 使用されていなければ、h i g h n o d e とする
                                dest[hi] = 1; vg[ig * 3] = hi; BK = 0; retry = 1; break;
                            } else {
                                BK = 1; break;
                            }    // if(dest[hi] == 0) の対応
                        } else {    // l o w n o d e = 0 の時は、
                            BK = 1;
                            for(int m=1; m < max_node; m++){
                                if(dest[m] == 0){    // 未使用の最小ノード番号を h i g h n o d e
                                    dest[m] = 1; vg[ig * 3] = m; BK = 0; retry = 1; break;
                                }    // if(dest[m] == 0) の対応
                            }    // for(int m=0; m < max_node; m++) の対応
                        if(BK == 1) retry = 1;    // 電圧源用のノードが空いていない時
                        break;
                    }    // if((k = vg[j * 3 + 1]) > 0) の対応
                }
            }
        }
    }
}

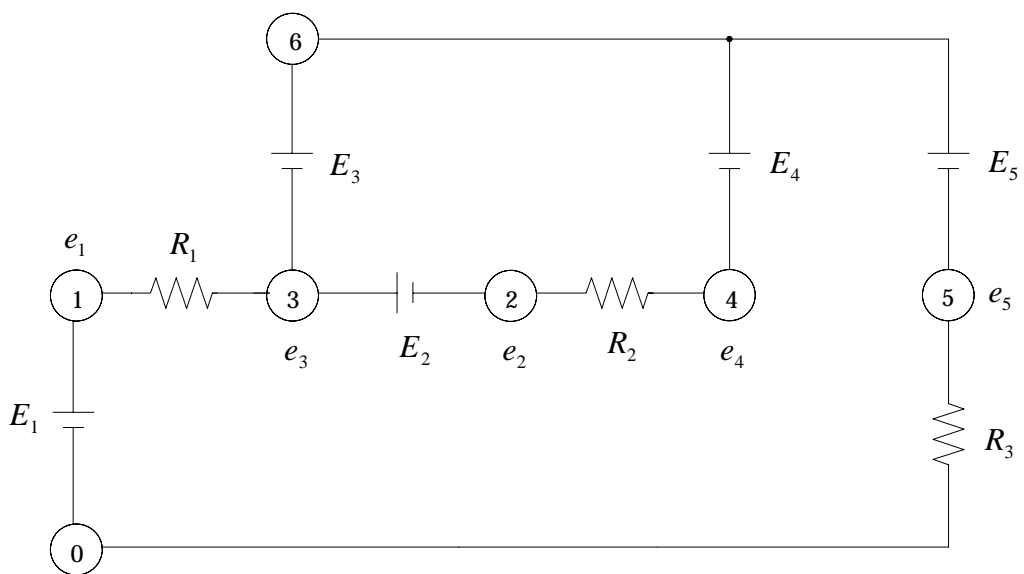
```

```

        }          // if(hi == vg[j * 3]) の対応
    }          // for(int j=0; j < ig; j++) の対応
    retry--;
}          // while(retry) の対応
if(BK > 0) printf("error()¥n");
ig++;          // 電圧源の番号を増加する
}          // if(strchr("evw", c) != 0) の対応
}          // for(int i=0; i < ele_num; i++) の対応
vg_num = ig;
for(i =0; i < vg_num; i++){          // 各電圧源の l o w n o d e を調べる
    low = vg[i * 3 + 1];    if(low == 0)    continue;
    for(j=0; j < vg_num; j++){
        if(i==j)    continue;
        if(low == vg[j * 3]){          // 他の電圧源の h i g h n o d e なら
            low = vg[i * 3 + 1] = vg[j * 3 + 1];          // その電圧源の l o w n o d e とする
            continue;
        }    // if(low == vg[j * 3]) の対応
    }          // for(int j=0; j < vg_num; j++) の対応
}          // for(int i =0; i < vg_num - 1; i++) の対応
}

```

実際の例を示す。



図【 9 】 - 1

上図の回路に対する部品リストは以下の様に登録される。

素子番号 ip	左ノード 番号 left	右ノード 番号 right	素子属性 attr	対応する 素子名
0	0	1	e	E_1
1	0	5	r	R_3
2	1	3	r	R_1
3	2	3	e	E_2
4	2	4	r	R_2
5	3	6	e	E_3
6	4	6	e	E_4
7	5	6	e	E_5

表【 9 】 - 1 部品リスト 構造体の配列 parts []

素子番号 ip に対応する各データは次の方法で参照するものとする。

- 左ノード番号 : parts [ip] . left
- 右ノード番号 : parts [ip] . right
- 素 子 属 性 : parts [ip] . attr

表【 9 】 - 1 をもとにして、配列 V_g を作成する。

電圧源が 5 個あるので、配列 V_g は以下の様に作成されるはずである。

ig	highnode $V_g[ig*3]$	lownode $V_g[ig*3+1]$	素子番号 $V_g[ig*3+2]$	対応する電圧源の名称
0				
1				
2				
3				
4				

表【 9 】 - 2

まず、 $ig = 0$ として、表【 9 】 - 1 から最初の電圧源をさがして、表に登録する。

素子番号 1 が電圧源であるから、これを配列 V_g の 0 行目は次の様になる。

ig	highnode	lownode	素子番号	素子名
	1			E_1

表【 9 】 - 3

次に、素子番号 3 が電圧源であるから、これを配列 V_g に登録すると次の様になる。

ig	highnode	lownode	素子番号	素子名
	1			E_1
1	3	2	3	E_2

表【 9 】 - 4

表【 9 】 - 4 に新しく登録された `highnode` の 3 が、他の電圧源の `highnode` として使用されていないかを確認する。他で使用されていないので、次の電圧源をさがすと、素子番号 5 が電圧源なのでこれを登録する。これも `highnode` について問題がないので、次の電圧源をさがす。素子番号 6 が電圧源なのでこれを登録すると次の様になる。

ig	highnode	lownode	素子番号	素子名
0	1	0	0	E_1
1	3	2	3	E_2
2	6	3	5	E_3
3	6	4	6	E_4

表【 9 】 - 5

表【 9 】 - 5 に新しく登録された `highnode` 6 は $ig = 2$ で使用されているので、 $ig = 2$ の `lownode` である 3 を `highnode` として使う。しかし、この 3 は $ig = 1$ で使われているので、この `lownode` である 2 を `highnode` として使う。この 2 は他の電圧源の `highnode` になっていないので次の様に登録される。

ig	highnode	lownode	素子番号	素子名
0	1	0	0	E_1
1	3	2	3	E_2
2	6	3	5	E_3
3	2	4	6	E_4

表【 9 】 - 6

同様にして、素子番号 7 を登録すると次の様になる。

ig	highnode	lownode	素子番号	素子名
0	1	0	0	E_1
1	3	2	3	E_2
2	6	3	5	E_3
3	2	4	6	E_4
4	6	5	7	E_5

表【 9 】 - 7

表【 9 】 - 7 に新しく登録された `highnode 6` は、`ig = 2` で使われており、`highnode` を 3 に変更する。しかし、この `highnode` も `ig = 1` で使われているため、最終的に `highnode` は 4 となり、次の表が得られる。

ig	highnode	lownode	素子番号	素子名
0	1	0	0	E_1
1	3	2	3	E_2
2	6	3	5	E_3
3	2	4	6	E_4
4	4	5	7	E_5

表【 9 】 - 8

電圧源の `highnode` に接続されている、素子の電流の関係は電圧源の `lownode` に記入する。しかし、この `lownode` が他の電圧源の `highnode` に接続されている場合には、その電圧源の `lownode` に記入することになる。**最終的な `lownode` のノード番号を `Vg` に記入しておけば、後の処理が楽になるのでその処理を加える。**

ig	high	low	name	left	right
0	1	0	E_1	0	1
1	3	2	E_2	2	3
2	6	3	E_3	3	6
3	2 (6)	4	E_4	4	6
4	4 (6)	5	E_5	5	6

表【 9 】 - 9 最終的に決定されたhighnode

電圧源の最終的なlownodeを決定する方法

$ig = 0$ から $ig = 4$ まで、順に各lownodeを他の電圧源がhighnodeとして使用していたら、その電圧源のlownodeを新しいlownodeとして採用する。

$ig = 0$ lownode はhighnodeとして使用されない。

$ig = 1$ の時、lownode 2 は $ig = 3$ でhighnodeとして、使用されているのでlownodeを4に変更して、検査をすすめる。今度は $ig = 4$ でhighnodeとして使用されているのでlownodeを5に変更する。

$ig = 2$ の時、lownode 3 は $ig = 1$ でhighnodeとして、使用されているからlownodeを5に変更して検査をすすめると、lownode 5 が決定する。

$ig = 3$ では、lownode 4 は、 $ig = 4$ でhighnodeとして使用されているからlownodeを5に変更して、検査をすすめると、lownode 5 が決定する。

$ig = 4$ では、lownode 5 は他の電圧源のhighnodeになっていないので、5 に決定する。

ig	high	low	name	left	right
0	1	0	E_1	0	1
1	3	5	E_2	2	3
2	6	5	E_3	3	6
3	2	5	E_4	4	6
4	4	5	E_5	5	6

表【 9 】 - 10 最終的に決定された l o w n o d e

表【 9 】 - 10 を見ると、この回路では 6 つのノードのうち 5 つのノードが電圧の関係を記入するために使われ、電流の関係を記入するノードは 1 ヶだけであることがわかる。

ここで、実際に電圧源が接続されているのとは、異なるノードに h i g h n o d e が設定されている電圧源が 2 つあるが、電圧源の関係を記入する係数行列の行が変化することなので問題はない。

ここで、記入の方法は次の様に行う。

ig で示される位置の電圧源の電圧の関係は、ノード high で示される行 (h i g h n o d e - 1) に記入する。この時、電圧の関係は次の様になる。

$$(\text{rightノードの電圧}) - (\text{leftノードの電圧}) = (\text{igの電圧源})$$

従って、 E_2 の場合は

$$\text{highnode} = 3, \text{left} = 2, \text{right} = 3, (n=6)$$

であるから、

$$e_3 - e_2 = E_2 \quad \text{が電圧の関係であり、}$$

この関係が、係数行列の 3 - 1 = 2 行目に記入される。

従って、

$$A_{2,1} + = -1, \quad A_{2,2} + = 1, \quad A_{2,6} + = E_2 \quad \text{となる。}$$

同様に、 E_4 の場合は

$$\text{highnode} = 2, \text{left} = 4, \text{right} = 6$$

であるから、

$$e_6 - e_4 = E_4 \quad \text{が電圧の関係であり、}$$

この関係が、係数行列の 1 行目に記入される。

従って、

$$A_{1,3} + = -1, \quad A_{1,5} + = 1, \quad A_{1,6} = E_4 \quad \text{となる。}$$

配列の V_g の内容をもう一度書くと以下の様になる。

ig	highnode $V_g[ig*3]$	lownode $V_g[ig*3+1]$	素子番号 $V_g[ig*3+2]$	備 考
0	1	0	0	E_1
1	3	5	3	E_2
2	6	5	5	E_3
3	2	5	6	E_4
4	4	5	7	E_5

表【 9 】 - 11 最終的な配列 V_g の内容

表【 9 】 - 11 の内容をもつ配列 V_g があれば、表【 9 】 - 10 の left と right は得ることができる。これは以下の様に行う。

```
int ip = V_g[ig*3+2];
left = parts[ip].left;
right = parts[ip].right;
```

この情報は、電圧源の電圧の関係を記入する時だけ必要である。R、L、C等の電流の関係を記入する時には、配列 V_g に登録されている highnode と lownode があれば充分である。

部品 R_1 による電流の関係は次の様にして、係数行列に加えられる。

(1) 部品リスト parts [] から、

R_1 はノード 1 とノード 3 に接続されている。

ノード 1 に対する部分電流を考えると、配列 V g により、ノード 1 は E_1 の high node であるから、 E_1 の low node に記入することになる。

ところが、 E_1 の low node は なので何もしなくても良いことが分かる。

(2) 次にノード 3 に対する部分電流を考える。

配列 V g より、ノード 3 は E_2 の high node なので、low node であるノード 5 に記入することになる。

この時の電流は、素子 R_1 の high node に関する電流であるから、

$$ip = \frac{e_3 - e_1}{R_1} \quad \text{となる。}$$

この関係が、ノード 5 に対する係数行列に加えられるから以下の様になる。

$$A_{4,0} + = -\frac{1}{R_1}, \quad A_{4,2} + = \frac{1}{R_1}$$

(1) と (2) の処理過程を以下の様に表記する。

(1)' R_1 : + E_1 ① end

(2)' R_2 : + E_2 $ip = \frac{e_3 - e_1}{R_1}$

$$A_{4,0} + = -\frac{1}{R_1}, \quad A_{4,2} + = \frac{1}{R_1}$$

同様の表記を使って、他の素子の係数行列を作成する。

$$E_1 : \quad e_1 = E_1$$

$$E_2 : \quad e_3 - e_2 = E_2$$

$$E_3 : \quad e_6 - e_3 = E_3$$

$$E_4 : \quad e_6 - e_4 = E_4$$

$$E_5 : \quad e_6 - e_5 = E_5$$

従って、

$$\begin{aligned}
 A_{0,0} + &= 1 \quad , \quad A_{0,6} + = E_1 \\
 A_{2,1} + &= -1 \quad , \quad A_{2,2} + = 1 \quad , \quad A_{2,6} + = E_2 \\
 A_{5,2} + &= -1 \quad , \quad A_{5,5} + = 1 \quad , \quad A_{5,6} + = E_3 \\
 A_{1,3} + &= -1 \quad , \quad A_{1,5} + = 1 \quad , \quad A_{1,6} + = E_4 \\
 A_{3,4} + &= -1 \quad , \quad A_{3,5} + = 1 \quad , \quad A_{3,6} + = E_5
 \end{aligned}$$

$$R_2 : \quad \begin{array}{l} + E_4 \quad - \frac{e_4 - e_2}{R_2} \\ + E_5 \quad + \frac{e_4 - e_2}{R_2} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} + E_4 \\ + E_5 \end{array}} \right\} \text{加えるとゼロになる}$$

この様に、素子の接続されている2つのノードが電圧源の `high node` に接続されており、両方とも同じ `low node` に達する場合には、部分電流への影響はなくなる。

$$\begin{aligned}
 R_3 : \quad & \frac{e_5}{R_3} \\
 A_{4,4} + &= \frac{1}{R_3}
 \end{aligned}$$

この様にして得られた係数値をまとめると、最終的に下表の係数行列ができる。

行	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	右辺
	0	1	2	3	4	5	6
0	1						E_1
1				- 1		1	E_4
2		- 1	1				E_2
3					- 1	1	E_5
4	$-1/R_1$		$1/R_1$		$1/R_3$		0
5			- 1			1	E_3

表【 9 】 - 12 最終的に得られた係数行列

表【 9 】 - 12 により、図【 9 】 - 1 の回路方程式は、次の様に表わされる。

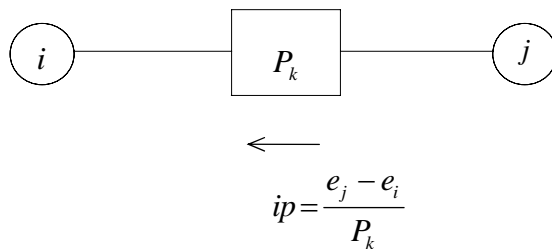
$$\begin{aligned}
 0 : e_1 &= E_1 \\
 1 : -e_4 + e_6 &= E_4 \\
 2 : -e_2 + e_3 &= E_2 \\
 3 : -e_5 + e_6 &= E_5 \\
 4 : -\frac{e_1}{R_1} + \frac{e_3}{R_1} + \frac{e_5}{R_3} &= 0 \\
 5 : -e_3 + e_6 &= E_3
 \end{aligned}$$

上記の連立方程式を解くと、 $e_1 \sim e_6$ までのすべてのノード電位を得ることができる。

[10] 電流と電圧に関する新しい規則に従った各素子ごとの係数行列の計算法

以下において、 P_k はノード i とノード j ($i < j$) に接続された R、L または C を表わす。 P_k はまた各素子のインピーダンスも表わしているものとする。すなわち、

$$P_k = \begin{cases} R & (\text{抵抗}) \\ 1/sC & (\text{コンデンサ}) \\ sL & (\text{インダクタンス}) \end{cases}$$



図【10】 - 1 R、L、C の場合

- 1 ノード i には、 ip が流れ込むので、 $-ip$ の電流が流れる。

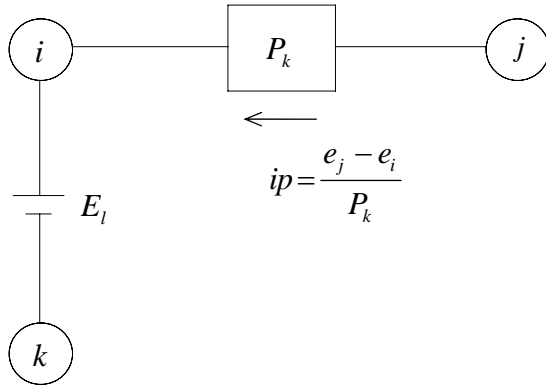
従って、係数行列の $i-1$ 行目に $-ip = -\frac{e_j - e_i}{P_k}$ が加えられるので、次の様になる。

$$A_{i-1,i-1} += \frac{1}{P_k} \quad , \quad A_{i-1,j-1} += -\frac{1}{P_k}$$

- 2 ノード j からは ip が流れ込むので、 ip の電流が流れる。

従って、係数行列の $j-1$ 行目に $ip = \frac{e_j - e_i}{P_k}$ が加えられるので、次の様になる。

$$A_{j-1,i-1} += -\frac{1}{P_k} \quad , \quad A_{j-1,j-1} += \frac{1}{P_k}$$



Vg 名	high	low
E_l	i	l

表【10】 - 1 配列 V g の一部

図【10】 - 2

上図の様に、素子 P_k の `l o w n o d e` が電圧源 E_l の `h i g h n o d e` に接続されている場合を考える。

ノード i の電流の関係は E_l の `l o w n o d e` に記入するから、配列 V g によって `l o w n o d e = l` を得る。

ノード i には $-ip$ が流れて、これがノード l に記入される。

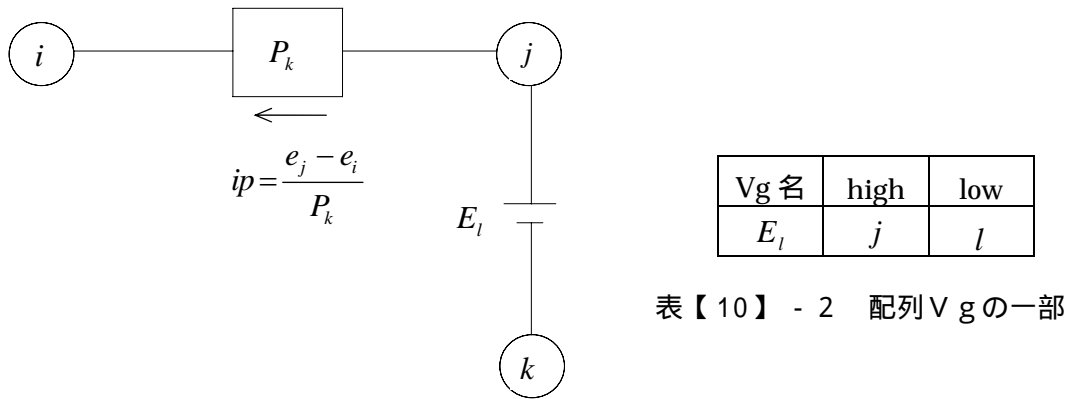
従って、

$$A_{l-1,i-1} += \frac{1}{P_k} \quad , \quad A_{l-1,j-1} += -\frac{1}{P_k}$$

ノード j には ip が流れて、ノード j に記入される。

従って、

$$A_{j-1,i-1} += -\frac{1}{P_k} \quad , \quad A_{j-1,j-1} += \frac{1}{P_k}$$



図【10】 - 3

上図の様に、素子 P_k の high node が電圧源 E_l の high node に接続されている場合を考える。

ノード j の電流の関係は E_l の low node に記入するから、配列 V g によって low node = l を得る。

ノード i には $-ip$ が流れて、これがノード i に記入される。

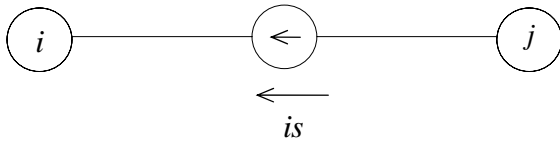
従って、

$$A_{i-1,i-1} += \frac{1}{P_k}, \quad A_{i-1,j-1} += -\frac{1}{P_k}$$

ノード j には ip が流れて、ノード l に記入される。

従って、

$$A_{l-1,i-1} += -\frac{1}{P_k}, \quad A_{l-1,j-1} += \frac{1}{P_k}$$



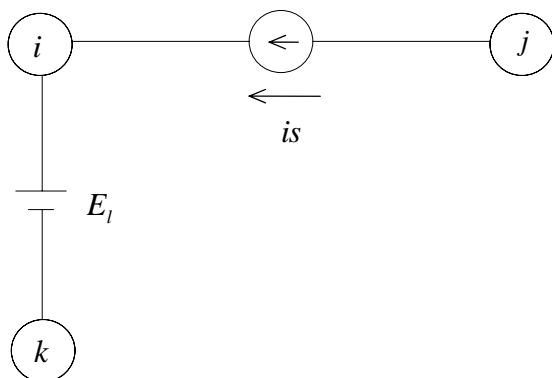
図【10】 - 4 電流源の場合

ノード i には $-is$ の電流が流れる。 is はノード電位 e_i とは独立なので右辺にうつす。
従って、

$$A_{i-1,n} + = is$$

ノード j には is の電流が流れる。同様に右辺にうつす。
従って、

$$A_{j-1,n} + = -is$$



Vg 名	high	low
E_l	i	l

表【10】 - 3 配列 V g の一部

図【10】 - 5

上図の様に、電流源 is の `low node` が電圧源 E_l の `high node` に接続されている場合を考える。

ノード i の電流の関係は、電圧源 E_l の `low node` に記入するから、配列 V g によって `low node = l` を得る。

ノード i には $-is$ が流れて、これがノード l に記入される。

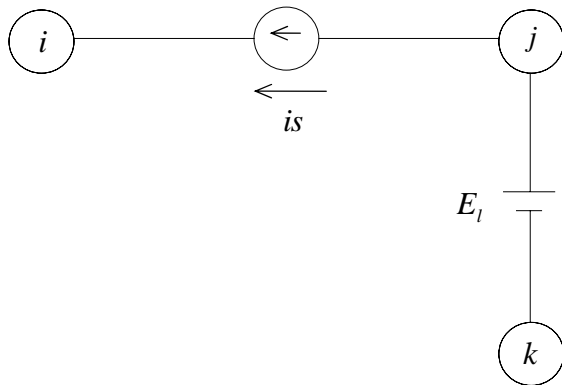
従って、

$$A_{l-1,n} += is$$

ノード j には is が流れて、ノード j に記入される。

従って、

$$A_{j-1,n} += -is$$



Vg 名	high	low
E_l	j	l

表【10】 - 4 配列 V g の一部

図【10】 - 6

上図の様に、電流源 is の high node が電圧源 E_l の high node に接続されている場合を考える。

ノード j の電流の関係は、電圧源 E_l の low node に記入するから、配列 V g によって low node = l を得る。

ノード i には $-is$ が流れて、これがノード i に記入される。

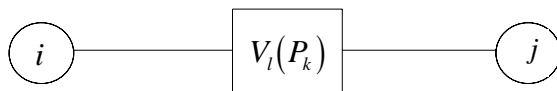
従って、

$$A_{i-1,n} += is$$

ノード j には is が流れて、ノード l に記入される。

従って、

$$A_{l-1,n} += -is$$



図【10】 - 7 電圧従属電圧源の場合

電圧従属電圧源 V_l のマスター素子 P_k がノード $i1$ とノード $j1$ ($i1 < j1$) に接続されており、配列 Vg が以下の様に登録されているものとする。

Vg 名	high	low	left	right
V_l	$j2$	$i2$	i	j

表【10】 - 5 配列 Vg の一部

この時、 V_l の電圧の関係は、ノード $j2$ に記入される。

そして、

$$V_l(P_k) = V_l * (e_{j1} - e_{i1}) \quad \text{となる。}$$

これが、ノード i とノード j の電位差に等しいから、

$$e_j - e_i = V_l * (e_{j1} - e_{i1})$$

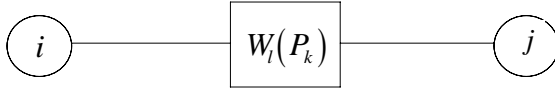
$$e_j - e_i - V_l \cdot e_{j1} + V_l \cdot e_{i1} = 0$$

従って、

$$A_{j2-1, i-1} = -1 \quad , \quad A_{j2-1, j-1} = 1$$

$$A_{j2-1, j1-1} = -V_l \quad , \quad A_{j2-1, i1-1} = V_l$$

注) V_l が他の電圧源の `high node` に接続されていても、配列 Vg の作成時に、電圧の関係を記入するノードが決定されているので問題ない。



図【10】 - 8 電流従属電圧源の場合

電流従属電圧源 W_l のマスター素子 P_k がノード $i1$ とノード $j1$ ($i1 < j1$) に接続されており、配列 V_g が以下の様に登録されているものとする。

Vg 名	high	low	left	right
W_l	$j2$	$i2$	i	j

表【10】 - 6 配列 V_g の一部

この時、 W_l の電圧の関係は、ノード $j2$ に記入される。
そして、

$$W_l(P_k) = W_l * \frac{e_{j1} - e_{i1}}{P_k} \quad \text{となる。}$$

これが、ノード i とノード j の電位差と等しいから、

$$e_j - e_i = W_l * \frac{e_{j1} - e_{i1}}{P_k}$$

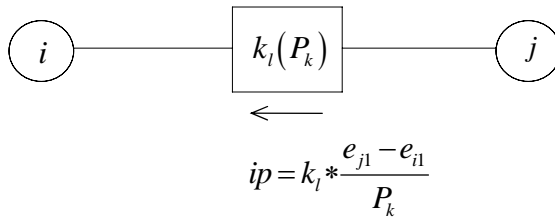
$$e_j - e_i - \frac{W_l}{P_k} \cdot e_{j1} + \frac{W_l}{P_k} \cdot e_{i1} = 0$$

従って、

$$A_{j2-1,i-1} + = -1 \quad , \quad A_{j2-1,j-1} + = 1$$

$$A_{j2-1,j1-1} + = -\frac{W_l}{P_k} \quad , \quad A_{j2-1,i1-1} + = \frac{W_l}{P_k}$$

注) V_l と同様に、他の電圧源は考える必要がない。



図【10】 - 9 電流従属電流源の場合

電流従属電流源 k_l のマスター素子 P_k がノード $i1$ とノード $j1$ ($i1 < j1$) に接続されているものとする。

この時、

$$ip = k_l(P_k) = k_l * \frac{e_{j1} - e_{i1}}{P_k} \quad \text{となる。}$$

ノード i には $-ip$ の電流が流れて、ノード i 記入される。

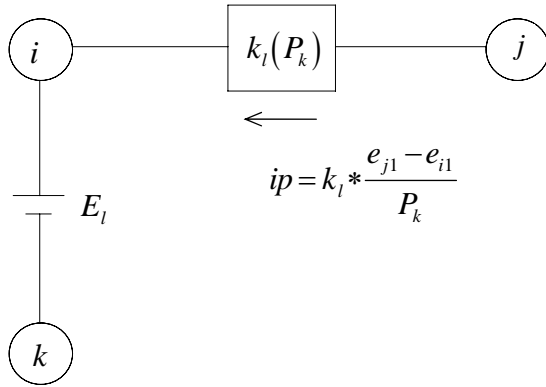
従って、

$$A_{i-1,i1-1} + = \frac{k_l}{P_k} \quad , \quad A_{i-1,j1-1} + = -\frac{k_l}{P_k}$$

ノード j には ip の電流が流れて、ノード j 記入される。

従って、

$$A_{j-1,i1-1} + = -\frac{k_l}{P_k} \quad , \quad A_{j-1,j1-1} + = \frac{k_l}{P_k}$$



Vg 名	high	low
E_l	i	l

表【10】 - 7 配列 V g の一部

図【10】 - 10

上図の様に、電流従属電流源 k_l の low node が電圧源 E_l の high node に接続されている場合を考える。

k_l のマスター素子 P_k はノード $i1$ とノード $j1(i1 < j1)$ に接続されているものとする。
この時、ノード i の電流の関係は E_l の low node に記入するから、配列 V g によって low node = l を得る。

ノード i には $-ip$ の電流が流れるが、これはノード l に記入される。

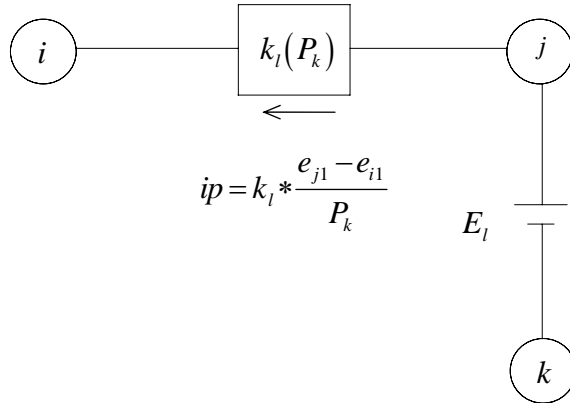
従って、

$$A_{l-1,i1-1} + = \frac{k_l}{P_k} \quad , \quad A_{l-1,j1-1} + = -\frac{k_l}{P_k}$$

ノード j には ip の電流が流れて、ノード j に記入される。

従って、

$$A_{j-1,i1-1} + = -\frac{k_l}{P_k} \quad , \quad A_{j-1,j1-1} + = \frac{k_l}{P_k}$$



Vg 名	high	low
E_l	j	l

表【10】 - 8 配列 V g の一部

図【10】 - 11

上図の様に、電流従属電流源の k_l の high node が電圧源 E_l の high node に接続されている場合を考える。

k_l のマスター素子 P_k はノード $i1$ とノード $j1$ ($i1 < j1$) に接続されているとする。
この時、ノード j の電流の関係は E_l の low node に記入するから、配列 V g によって low node = l を得る。

ノード i には $-ip$ が流れて、これがノード i に記入される。

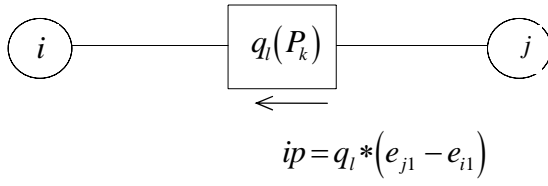
従って、

$$A_{i-1,i1-1} + = \frac{k_l}{P_k}, \quad A_{i-1,j1-1} + = -\frac{k_l}{P_k}$$

ノード j には ip が流れるが、これはノード l に記入される。

従って、

$$A_{l-1,i1-1} + = -\frac{k_l}{P_k}, \quad A_{l-1,j1-1} + = \frac{k_l}{P_k}$$



図【10】 - 12 電圧従属電流源の場合

電圧従属電流源 q_l のマスター素子 P_k がノード $i1$ とノード $j1$ ($i1 < j1$) に接続されているものとする。

この時、

$$ip = q_l(P_k) = q_l * (e_{j1} - e_{i1}) \quad \text{となる。}$$

ノード i には $-ip$ の電流が流れて、ノード i 記入される。

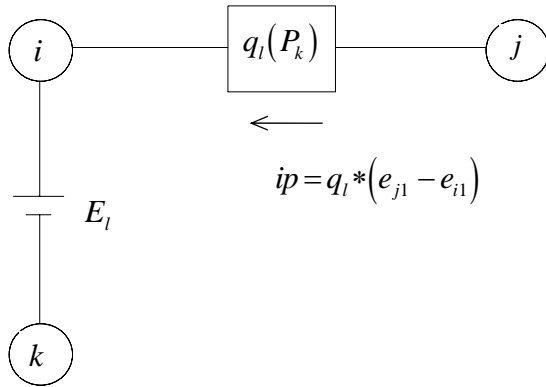
従って、

$$A_{i-1,i1-1} + = q_l \quad , \quad A_{i-1,j1-1} + = -q_l$$

ノード j には ip の電流が流れて、ノード j 記入される。

従って、

$$A_{j-1,i1-1} + = -q_l \quad , \quad A_{j-1,j1-1} + = q_l$$



Vg 名	high	low
E_l	i	l

表【10】 - 9 配列 V g の一部

図【10】 - 13

上図の様に、電圧従属電流源 q_l の **l o w n o d e** が電圧源 E_l の **h i g h n o d e** に接続されている場合を考える。

q_l のマスター素子 P_k はノード $i1$ とノード $j1$ ($i1 < j1$) に接続されているものとする。

この時、ノード i の電流の関係は E_l の **l o w n o d e** に記入するから、配列 V g によって **l o w n o d e = l** を得る。

ノード i には $-ip$ の電流が流れるが、これはノード l に記入される。

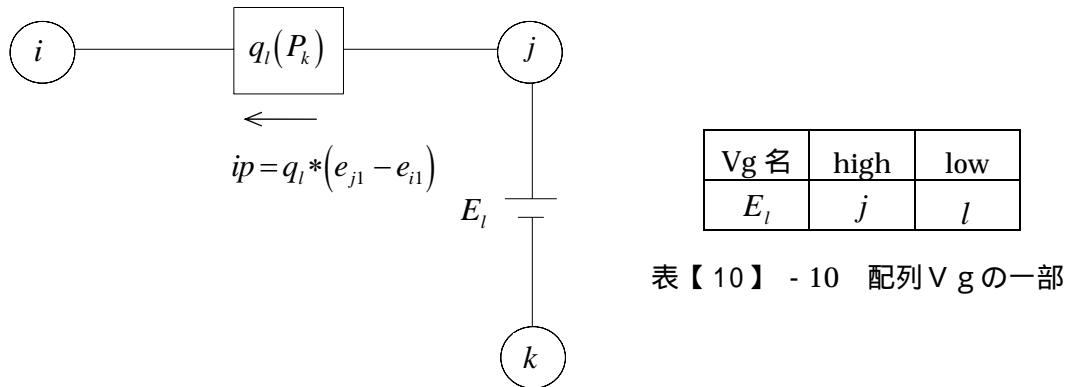
従って、

$$A_{l-1,i1-1} += q_l \quad , \quad A_{l-1,j1-1} += -q_l$$

ノード j には ip の電流が流れて、ノード j に記入される。

従って、

$$A_{j-1,i1-1} += -q_l \quad , \quad A_{j-1,j1-1} += q_l$$



表【10】 - 10 配列 V g の一部

図【10】 - 14

上図の様に、電圧従属電流源 q_l の high node が電圧源 E_l の high node に接続されている場合を考える。

q_l のマスター素子 P_k はノード $i1$ とノード $j1$ ($i1 < j1$) に接続されているものとする。
この時、ノード j の電流の関係は E_l の low node に記入するから、配列 V g によって low node = l を得る。

ノード i には $-ip$ の電流が流れて、ノード i に記入される。

従って、

$$A_{i-1,i1-1} + = q_l \quad , \quad A_{i-1,j1-1} + = -q_l$$

ノード j には ip の電流が流れて、ノード l に記入される。

従って、

$$A_{l-1,i1-1} + = -q_l \quad , \quad A_{l-1,j1-1} + = q_l$$

[11] [10] で検討した係数行列の計算法の簡略化

まず、ノード x を引き数として渡すと、そのノードの関係を記入すべきノード番号を返す関数を作成する。

この時、登録されている電圧源 (E 、 V 、 W) の個数を vg_num とする。

```
int  dest_node(int x){
    int  i;
    for(i=0; i<vg_num ;i++){
        if (x==Vg[i*3]){
            x=Vg[i*3+1] ;
            break ;
        }
    }
    return x ;
}
```

この関数 $dest_node(x)$ を使用して、[10]の計算法を簡略化する。

素子はすべて、ノード i とノード $j(i < j)$ に接続されており、従属素子の場合には、マスター素子 P_k がノード il とノード $jl(il < jl)$ に接続されているものとする。

ノード i とノード $j(i < j)$ の関係を記入すべきノード番号をノード xi と xj とすると、

$$xi = dest_node(i); \quad xj = dest_node(j);$$

が得られる。

以後、素子はすべて、ノード i とノード $j(i < j)$ に接続されており、

- 1 $xi == xj$ ならこの素子に対しては何もしない。
- 2 ノード i に対する関係は、ノード xi に記入する。
- 3 ノード j に対する関係は、ノード xj に記入する。
- 4 n はノードの総数とする。

[11] - 1 P_k (R、L 又は C) の場合

1 ノード i

$$A_{xi-1,i-1} = \frac{1}{P_k}, \quad A_{xi-1,j-1} = -\frac{1}{P_k}$$

2 ノード j

$$A_{xj-1,i-1} = -\frac{1}{P_k}, \quad A_{xj-1,j-1} = \frac{1}{P_k}$$

[11] - 2 電流源 is の場合

1 ノード i

$$A_{xi-1,n} = is$$

2 ノード j

$$A_{xj-1,n} = -is$$

[11] - 3 電流従属電流源 $k_l(P_k)$

1 ノード i

$$A_{xi-1,i1-1} = \frac{k_l}{P_k}, \quad A_{xi-1,j1-1} = -\frac{k_l}{P_k}$$

2 ノード j

$$A_{xj-1,i1-1} = -\frac{k_l}{P_k}, \quad A_{xj-1,j1-1} = \frac{k_l}{P_k}$$

[11] - 4 電圧従属電流源 $q_l(P_k)$ の場合

1 ノード i

$$A_{xi-1,i1-1} = q_l, \quad A_{xi-1,j1-1} = -q_l$$

2 ノード j

$$A_{xj-1,i1-1} = -q_l, \quad A_{xj-1,j1-1} = q_l$$

電圧源（E、V、W）については、配列 V_g により $xg = Vg[x*3]$;
 により、記入するノード xg を得るものとする。
 また、電圧源の接続されているノードは $i2$ と $j2(i2 < j2)$ とする。

[11] - 5 電圧源 E_l の場合

$$e_{j2} - e_{i2} = E_l \text{ より}$$

$$A_{xg-1,i2-1} = -1, \quad A_{xg-1,j2-1} = 1, \quad A_{xg-1,n} = E_l$$

[11] - 6 電圧従属電圧源 $V_l(P_k)$ の場合

$$e_{j2} - e_{i2} = V_l * (e_{j1} - e_{i1}) \text{ より}$$

$$A_{xg-1,i2-1} = -1, \quad A_{xg-1,j2-1} = 1$$

$$A_{xg-1,i1-1} = V_l, \quad A_{xg-1,j1-1} = -V_l$$

[11] - 7 電流従属電圧源 $W_l(P_k)$ の場合

$$e_{j2} - e_{i2} = W_l * \frac{e_{j1} - e_{i1}}{P_k} \text{ より}$$

$$A_{xg-1,i2-1} = -1, \quad A_{xg-1,j2-1} = 1$$

$$A_{xg-1,i1-1} = \frac{W_l}{P_k}, \quad A_{xg-1,j1-1} = -\frac{W_l}{P_k}$$

[12] まとめ 係数行列作成のための変換表

	$A_{xi-1,i-1}$	$A_{xi-1,j-1}$	$A_{xj-1,i-1}$	$A_{xj-1,j-1}$
R	$1/R$	$-1/R$	$-1/R$	$1/R$
L	sC	$-sC$	$-sC$	sC
C	$1/sL$	$-1/sL$	$-1/sL$	$1/sL$

表【12】 - 1 P_k (R、L 又は C) の変換表

	$A_{xi-1,i1-1}$	$A_{xi-1,j1-1}$	$A_{xj-1,i1-1}$	$A_{xj-1,j1-1}$	$A_{xi-1,n}$	$A_{xj-1,n}$
Is					Is	$-Is$
$k_l(P_k)$	k_l/P_k	$-k_l/P_k$	$-k_l/P_k$	k_l/P_k		
$q_l(P_k)$	q_l	$-q_l$	$-q_l$	q_l		

表【12】 - 2 電流源の変換表

	$A_{xg-1,i2-1}$	$A_{xg-1,j2-1}$	$A_{xg-1,i1-1}$	$A_{xg-1,j1-1}$	$A_{xg-1,n}$
E_l	- 1	1			E_l
$V_l(P_k)$	- 1	1	V_l	$-V_l$	
$W_l(P_k)$	- 1	1	W_l/P_k	$-W_l/P_k$	

表【12】 - 3 電圧源の変換表

表【12】 1 ～ 3 において、各記号の意味は次の通りである。

xi	= dest_node(i) ;
xj	= dest_node(j) ;
i	: 素子 P_k の lownode ;
j	: 素子 P_k の highnode ;
$i1$: マスター素子 P_k の lownode ;
$j1$: マスター素子 P_k の highnode ;
n	: ノードの総数 ;
xg	: 配列 V g に登録されている、当電圧源の highnode ;
$i2$: 電圧源の lownode ;
$j2$: 電圧源の highnode ;
P_k	: マスター素子のインピーダンス
	抵抗 : $P_k = R$
	コンデンサ : $P_k = 1/sC$
	インダクタンス : $P_k = sL$

[1 3] 付録 `sim.exe` プログラムで使用している主要な変数の定義等
(本文中の説明と意味の異なるものもあるので注意が必要)

1 回路リスト `element parts[MAXVAR]` サイズは 2 4 バイト * MAXVAR

内容	型	変数名	使用する素子の属性
1 左ノード番号	int	<code>parts[i].left</code>	<code>e,i,r,c,l, k,v,q,w, b, f</code>
2 右ノード番号	int	<code>parts[i].right</code>	<code>e,i,r,c,l, k,v,q,w, b, f</code>
3 素子属性	char	<code>parts[i].attr</code>	<code>e,i,r,c,l, k,v,q,w, b, f</code>
4 素子テーブル番号	int	<code>parts[i].num</code>	<code>e,i,r,c,l, k,v,q,w, b, f</code>
5 マスター素子名	char	<code>parts[i].slave[15]</code>	<code>k,v,q,w</code>
6 関数番号	int	<code>parts[i].fnc_num</code>	<code>b, f</code>

** 5 番のマスター素子名は従属素子でのみ使用される。

1 5 文字以内の素子名が収納される。

`varpool[i].id` を `i=0` から `i=MAXVAR - 1` まで、`same=var_name_test(char *ls)` によって調べて、

`parts[j].num` を `j=0` から `j=MAXVAR - 1` まで `same` に等しい部品を見つける。

** 6 番の関数番号は、ブロック素子または関数素子において使用される。

`fnc[i].FN` の `i` が格納されている。

ブロック素子においては、

`[block file_name]:[接続ノードの並び]`

たとえば、`ic1:0,1,2,3` のように文字列が格納される。

** 関数素子においては、接続ノードの電圧または電流による式が格納される。

現在は未対応である。

2 素子テーブル `VAR varpool[MAXVAR]` サイズは 3 1 バイト * MAXVAR

1 素子名	char	<code>varpool[i].id[15]</code>
2 素子値	complex	<code>varpool[i].val</code>

- 3 関数 FNC fnc[i].FN[80] サイズは 80 バイト * MAXDIM
** MAXDIM では足りないかもしれない

ブロック素子の場合にファイル名と接続ノードの文字列が格納され、
関数素子の場合、式が格納される

4 ブロック素子ロード用変数

bparts[50] parts[i]と同じデータ構造で、サイズは 50
bvarpool[50] varpool[i]と同じデータ構造で、サイズは 50
bfnc[MAXDIM] fnc[i]と同じデータ構造で、サイズは MAXDIM

int setnode[MAXDIM] 接続ノード番号
int extnode[MAXDIM] 外部ノード番号
int intnode[MAXDIM] 内部ノード番号

5 ユーザ関数用変数 UFNC ufnc[MAXDIM] サイズは 96 バイト

- 1 関数名 char ufnc[i].fid[16]
- 2 関数(式) char ufnc[i].str[80]

6 係数行列の式用変数 EQ siki[MAXDIM][MAXDIM+1] サイズは 80 バイト * MAXDIM * (MAXDIM+1)

7 係数行列の値用変数 complex ele[MAXDIM][MAXDIM+1] サイズは 16 バイト * MAXDIM * (MAXDIM+1)

8 シミュレーションで使う変数

int e_1 電圧源素子の変数のテーブル番号
int f0 現在の周波数の変数のテーブル番号
int fl 最低周波数の変数のテーブル番号
int fh 最高周波数のテーブルの番号
int fs 周波数ステップのテーブルの番号

int ss	角周波数の変数のテーブル番号
int pdb	表示を値(0)にするかデシベル(1)にするか
int fl_out	計算結果をファイルに保存するか
int d_conv	係数行列を表示するか
double pai	円周率
int mikaitou	未解凍のブロックがあれば 1

9 その他の変数

int ele_num	電圧源の個数
int vg[MAXVAR]	電圧源の接続されているノード番号
int disp[MAXDIM]	表示するノード番号
char load_now[15]	現在ロードしているファイル名
char a[80]	汎用入力バッファ
char name[15]	ファイル名、素子名、コマンド名などのバッファ
char usg[40]	カンマ付け表示のためのバッファ
int chr_pnt	gtchar(char *v) で使う文字ポインタ
int node	最大ノード番号
int dim	係数行列の行数 (最大ノード番号と等しい)

第1章 インピーダンスの式と回路の関係を調べる

1. 伝達関数を求めるLCフィルタ回路

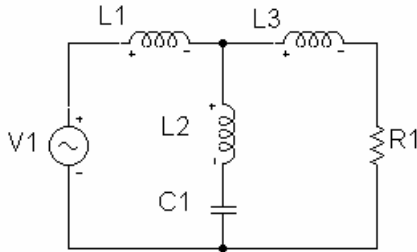


図 1

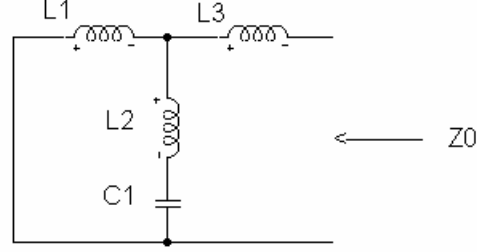


図 2

伝達関数

$$H = \frac{R_1(1 + C_1 L_2 s^2)}{R_1 + (L_1 + L_3)s + C_1 R_1 (L_1 + L_2)s^2 + C_1 (L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1)s^3} \quad (1)$$

反伝達関数

$$T = H^{-1} = \frac{R_1 + (L_1 + L_3)s + C_1 R_1 (L_1 + L_2)s^2 + C_1 (L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1)s^3}{R_1(1 + C_1 L_2 s^2)} \quad (2)$$

図2の様に入力を短絡して、出力側から入力側を見たときのインピーダンスは、

$$\begin{aligned} Z_0 &= L_3 s + \frac{L_1 s (L_2 s + 1/C_1 s)}{L_1 s + L_2 s + 1/C_1 s} \\ &= \frac{s \{ (L_1 + L_3) + C_1 (L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1)s^2 \}}{1 + C_1 (L_1 + L_2)s^2} \end{aligned} \quad (3)$$

このインピーダンスの式から、回路図を復元して見る

1. $Z_0 = Z_1 + 1/Y_2$ として、 $Z_1 = L_3 s$ とすると、 $>$ L3 が直列に入ることを示す

$$1/Y_2 = Z_0 - Z_1 = Z_0 - L_3 s = \frac{L_1 s (1 + C_1 L_2 s^2)}{1 + C_1 (L_1 + L_2)s^2}$$

$$\therefore Y_2 = \frac{1 + C_1 (L_1 + L_2)s^2}{L_1 s (1 + C_1 L_2 s^2)}$$

2. $Y2 = Y2_a + Y2_b$ として、 $Y2_a = \frac{1}{L_1 s}$ とすると、 $> L_1$ が並列に入ること示す

$$Y2_b = Y2 - Y2_a = \frac{C_1 s}{1 + C_1 L_2 s^2}$$

3. $Y2_b = \frac{1}{Z2_b}$ とすると、

$$Z2_b = \frac{1 + C_1 L_2 s^2}{C_1 s} = \frac{1}{C_1 s} + L_2 s \quad > \quad C_1 \text{ と } L_2 \text{ の直列回路が並列に入る}$$

1 から 3 によって、図 2 の回路が復元出来ることがわかる。

1 で L_3 が直列に入っていることを前提に、回路を合成したので図 2 に到達したが、単純に部分分数分解によって合成するときにはどうなるだろうか？

4. 部分分数分解による方法 1

$$Z0 = as + \frac{bs}{1 + C_1(L_1 + L_2)s^2} \quad \text{とすると、}$$

$$a = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} + L_3, \quad b = \frac{L_1^2}{L_1 + L_2} \quad \therefore L_3' = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} + L_3 \quad (4)$$

5. $Z0 = Z1 + 1/Y2$ として、 $Z1 = L_3' s$ とすると、 $> L_3'$ が直列に入ること示す

$$Y2 = \frac{1 + C_1(L_1 + L_2)s^2}{bs} = \frac{1}{bs} + C_1 \left(\frac{L_1 + L_2}{L_1} \right)^2 s$$

$$\text{よって、} L_1' = \frac{L_1^2}{L_1 + L_2}, \quad C_1' = C_1 \left(\frac{L_1 + L_2}{L_1} \right)^2 \quad (5)$$

として、 L_1' と C_1' の並列回路となる。

従って、部分分数分解による合成で得られる回路図は以下ようになる。

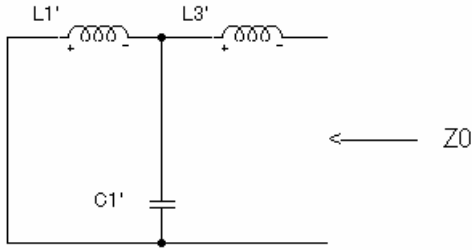


図 3

図 3 のインピーダンスを計算すると、(3) のインピーダンスと等しいことがわかる。

しかし、この回路形式での伝達関数は

$$H = \frac{R_1}{R_1 + (L_1' + L_3')s + C_1' L_1' R_1 s^2 + C_1' L_1' L_3' s^3} \quad (6)$$

$$= \frac{R_1}{R_1 + (L_1 + L_2)s + C_1 R_1 (L_1 + L_2)s^2 + C_1 (L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1)s^3}$$

となり、(1) の伝達関数とは異なる。この伝達関数は零点を持たないから、当然図 1 の回路の周波数特性とは異なる特性を有する。

これは、4. のステップでの部分分数分解の方法がまずいと思われるので、異なる方法を試して見る。

6. 部分分数分解による方法 2

$$Z_0 = as + \frac{bs(1 + cs^2)}{1 + C_1(L_1 + L_2)s^2} \quad \text{とすると、} \quad > \quad \text{インダクタンス } a \text{ が直列に入る}$$

$$(c > 0)$$

$$Z_0 = \frac{s[(a + b) + \{aC_1(L_1 + L_2) + bc\}s^2]}{1 + C_1(L_1 + L_2)s^2}$$

$$= \frac{s\{(L_1 + L_3) + C_1(L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1)s^2\}}{1 + C_1(L_1 + L_2)s^2}$$

$$\text{従って、} \quad \begin{aligned} a + b &= L_1 + L_3 \\ aC_1(L_1 + L_2) + bc &= C_1(L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1) \end{aligned} \quad (7)$$

7. $Z_0 = Z_1 + 1/Y_2$ として、 $Z_1 = as$ とすると、 $>$ インダクタンス a が直列に入る

$$Y_2 = \frac{1 + C_1(L_1 + L_2)s^2}{bs(1 + cs^2)} \rightarrow Y_{2a} + Y_{2b}, \quad Y_{2a} = \frac{1}{bs} \quad \text{とすると、}$$

$$Y_2 = \frac{1}{bs} + \frac{ds}{1 + cs^2} = \frac{1 + (c + bd)s^2}{bs(1 + cs^2)} \quad > \text{インダクタンス b が並列に入る}$$

従って、

$$c + bd = C_1(L_1 + L_2) \quad (8)$$

$Y_{2b} = 1/Z_{2b}$ とすると、

$$Z_{2b} = \frac{1 + cs^2}{ds} = \frac{1}{ds} + \frac{c}{d}s \quad > \text{インダクタンス c / d とキャパシタンス d}$$

の直列回路が並列に入る

従って、「部分分数分解の2」により合成される回路は以下の様になる

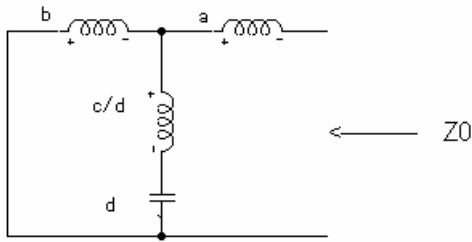


図2 と回路の形式は等しい

図4

この図で $a = 0$ の場合には、(1) の伝達関数が得られないことは容易に想像できる。

従って、(4) 式から a の範囲は次の様に定めることが出来る。

$$0 < a < \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} + L_3 \quad \text{よって、} a = k \left(\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} + L_3 \right) \quad \because 0 < k < 1 \quad (9)$$

と定めると、(7)、(8) 式より

$$\begin{aligned} b &= (L_1 + L_3) - a \\ &= \frac{L_1^2 + (1 - k)(L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1)}{L_1 + L_2} \end{aligned} \quad (10)$$

$$c = \frac{(1-k)C_1(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1)(L_1 + L_2)}{L_1^2 + (1-k)(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1)} \quad (11)$$

$$d = C_1 \left\{ \frac{L_1(L_1 + L_2)}{L_1^2 + (1-k)(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1)} \right\}^2 \quad (12)$$

図4のインピーダンスを計算すると、(3)のインピーダンスと等しいことがわかる。

図4の伝達関数を計算すると、

$$H = \frac{R_1(1 + pn_2s^2)}{R_1 + pd_1s + R_1pd_2s^2 + pd_3s^3} \quad (13)$$

として、

$$\begin{aligned} pn_2 &= c \\ &= \frac{(1-k)C_1(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1)(L_1 + L_2)}{L_1^2 + (1-k)(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1)} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} pd_1 &= a + b \\ &= L_1 + L_3 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} pd_2 &= c + bd \\ &= C_1(L_1 + L_2) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} pd_3 &= c(a + b) + abd \\ &= C_1(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1) \end{aligned} \quad (17)$$

参考：図1の伝達関数

$$H = \frac{R_1(1 + C_1L_2s^2)}{R_1 + (L_1 + L_3)s + C_1R_1(L_1 + L_2)s^2 + C_1(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1)s^3} \quad (1)$$

(1)式のsの係数と比較すると、

pn_2 の係数だけが異なる。

最後の未知数 k が (9) から (12) 式及び (14) から (16) 式に含まれている。
 $pn_2 = C_1 L_2$ として、 k を決定すると、

$$k = \frac{L_3(L_1 + L_2)}{L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1} \quad (18)$$

となり、このとき pn_2 , pd_1 , pd_2 はすべて (1) 式と等しくなり、
 また a , b , c , d は以下ようになる。

$$a = L_3 \quad b = L_1 \quad c = C_1 L_2, \quad d = C_1 \quad (19)$$

これは、まさに図 2 と同じ回路を意味している。

以上の様にして、「部分分数分解の 2」の方法を用いれば、図 2 の回路を完全に復元することが可能になったがインピーダンスの式だけではなく、伝達関数の係数も比較をしなければならぬことが解る。実用的には、与えられた伝達関数から素子値を求めることになるので、次のステップでは伝達関数からインピーダンスの式を導き出す方法を知る必要がある。最終的な回路合成のステップは次の様になるだろう。

1. 伝達関数を得る。
2. 伝達関数の分母の s の 0 次の項が R_1 の設計値になるように、
伝達関数の分母・分子に適当な値を掛る。
3. 伝達関数からインピーダンスの式を導く
4. インピーダンスの式から、素子値に対する変数 a 、 b 、 c 、 d を計算する
5. a , b , c , d から伝達関数の係数 $pn_2 = c$ を計算し、与えられた伝達関数の
分子の s の (2 次の係数) * R_1 と等しくなるように k を定める。
6. 上で求めた k により、 a , b , c , d を再計算して、 L_1 , L_2 , L_3 および C_1
の値を決定する。

上記の方法を数学的に定式化するために、2 端子対回路網について学ぶことにする。

第2章 2端子対回路網のFパラメータを利用した回路合成法

2端子対回路網の性質

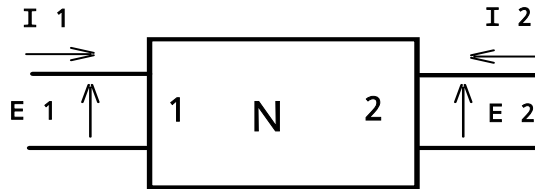


図5 2端子対回路網 電圧、電流の向きを示す

一般的な回路パラメータであるFパラメータによる回路方程式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} AE_2 - BI_2 &= E_1 \\ CE_2 - DI_2 &= I_1 \end{aligned} \quad \text{または} \quad \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ I_1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} DE_1 - BI_1 &= E_2 \\ CE_1 - AI_1 &= I_2 \end{aligned} \quad \text{または} \quad \begin{pmatrix} D & B \\ C & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ -I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (21)$$

電氣的対称性は、 $A = D$ となる。

対称な2端子対回路網は2個のパラメータでその性質が定まり、**非対称な2端子対回路網は3個のパラメータ**でその性質が定まる。

(20)、(21)式から

$$A = \left(\frac{E_1}{E_2} \right)_{I_2=0} = - \left(\frac{I_2}{I_1} \right)_{E_1=0} \quad (22)$$

$$B = - \left(\frac{E_1}{I_2} \right)_{E_2=0} = - \left(\frac{E_2}{I_1} \right)_{E_1=0} \quad (23)$$

$$C = \left(\frac{I_1}{E_2} \right)_{I_2=0} = \left(\frac{I_2}{E_1} \right)_{I_1=0} \quad (24)$$

$$D = - \left(\frac{I_1}{I_2} \right)_{E_2=0} = \left(\frac{E_2}{E_1} \right)_{I_1=0} \quad (25)$$

(22)式から、Aは反伝達関数を表していることが分かる。

またAとDは偶関数であり、BとCは奇関数である。

次に簡単な回路網の F パラメータを示す。

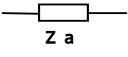
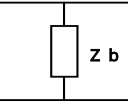
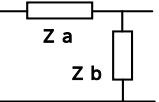
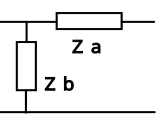
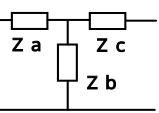
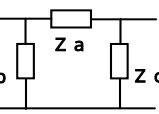
	A	B	C	D
	1	Z_a	0	1
	1	0	$\frac{1}{Z_b}$	1
	$1 + \frac{Z_a}{Z_b}$	Z_a	$\frac{1}{Z_b}$	1
	1	Z_a	$\frac{1}{Z_b}$	$1 + \frac{Z_a}{Z_b}$
	$1 + \frac{Z_a}{Z_b}$	$Z_a + Z_c + \frac{Z_a Z_c}{Z_b}$	$\frac{1}{Z_b}$	$1 + \frac{Z_c}{Z_b}$
	$1 + \frac{Z_a}{Z_c}$	Z_a	$\frac{Z_a + Z_b + Z_c}{Z_b Z_c}$	$1 + \frac{Z_a}{Z_b}$

図 1 の回路は上の表の下から 2 番めと同じ形式をしている。この回路の F パラメータを求める時に、 $Z_a = sL_1$, $Z_b = sL_2 + 1/sC_1$, $Z_c = sL_3$ を上の表に代入すると、

$$A = \frac{1 + C_1(L_1 + L_2)s^2}{1 + C_1L_2s^2}, \quad B = \frac{s\{(L_1 + L_3) + C_1(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1)s^2\}}{1 + C_1L_2s^2} \quad (26)$$

$$C = \frac{C_1s}{1 + C_1L_2s^2}, \quad D = \frac{1 + C_1(L_2 + L_3)s^2}{1 + C_1L_2s^2} \quad (27)$$

が得られる。ここで $A \neq D$ であるからこれは非対称回路であり回路を決定するためには 3 個のパラメータが必要である。(22)、(23) から

$$Z_0 = \frac{B}{A} = \frac{s\{(L_1 + L_3) + C_1(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1)s^2\}}{1 + C_1(L_1 + L_2)s^2} \quad (28)$$

は出力端子から入力側を見た時のインピーダンスを表し、(3) 式と等しい。

(2 8) 式の A と B を求めるために、この回路に負荷抵抗 R_1 を縦続接続した回路の F パラメータを計算してみる。

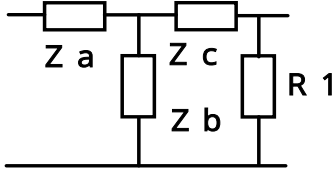


図 6

図 6 の回路の F パラメータを計算すると、以下のようになる。

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ R_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A + B/R_1 & B \\ C + D/R_1 & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} \quad (29)$$

図 6 の回路の F パラメータの A すなわち $A' = A + B/R_1$ はこの回路の伝達関数の逆数に等しい。従って、

$$T = H^{-1} = A + B/R_1 = \frac{R_1 A + B}{R_1} \quad (30)$$

ここで、A は偶関数であり、B は奇関数である。これらの事柄からインピーダンス Z_0 を計算するには、

1. 伝達関数 (1) が与えられたらまず、(2) 式の様に変形する。

伝達関数

$$H = \frac{R_1(1 + C_1 L_2 s^2)}{R_1 + (L_1 + L_3)s + C_1 R_1(L_1 + L_2)s^2 + C_1(L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1)s^3} \quad (1)$$

反伝達関数

$$T = H^{-1} = \frac{R_1 + (L_1 + L_3)s + C_1 R_1(L_1 + L_2)s^2 + C_1(L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1)s^3}{R_1(1 + C_1 L_2 s^2)} \quad (2)$$

2. 次に (3 0) 式から、(2) 式の偶関数を A に、奇関数を B に代入する。

3. AとBは次の様に決定される。

$$A = \frac{1 + C_1(L_1 + L_2)s^2}{1 + C_1L_2s^2}, \quad B = \frac{s\{(L_1 + L_3) + C_1(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1)s^2\}}{1 + C_1L_2s^2} \quad (31)$$

この結果は(26)式に等しい。

4. 上で求められたAとBから $Z_0 = \frac{B}{A}$ によって、 Z_0 を求める。

$$Z_0 = \frac{B}{A} = \frac{s\{(L_1 + L_3) + C_1(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1)s^2\}}{1 + C_1(L_1 + L_2)s^2} \quad (32)$$

(32)式は(3)式に等しい。

これで、伝達関数からインピーダンスの式を得ることが出来た。

では次に、以下の形式で与えられた伝達関数からインピーダンスの式を導出し、回路を合成してみる。

1. 与えられた伝達関数

$$H = \frac{P_2}{s + P_0} \frac{P_{n-2}s^2 + P_{n-3}s + P_{n-4}}{s^2 + P_{n-0}s + P_{n-1}} \quad (33)$$

2. 伝達関数を次のように変形する

$$H = \frac{d + es^2}{a + bs + cs^2 + s^3} \quad (34)$$

3. (33)式を(34)に変形する時の、各係数の関係は次のとおり

$$a = P_{n-1}P_0, \quad b = P_{n-1} + P_{n-0}P_0, \quad c = P_{n-0} + P_0 \\ d = P_{n-4}P_2, \quad e = P_{n-2}P_2 \quad (35)$$

4. (34)式から反伝達関数を得る

$$T = H^{-1} = \frac{a + bs + cs^2 + s^3}{d + es^2} \quad (36)$$

5. (30) 式と (36) 式及び A が偶関数、B が奇関数であることから、

$$A = \frac{a + cs^2}{d + es^2}, \quad B = \frac{R_1 s(b + s^2)}{d + es^2} \quad (37)$$

6. (37) 式から、

$$Z_0 = \frac{B}{A} = \frac{R_1 s(b + s^2)}{a + cs^2} \quad (38)$$

7. (38) 式を「部分分数分解の 2」の方法で部分分数分解する

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{R_1 s(b + s^2)}{a + cs^2} = ks + \frac{ls(1 + ms^2)}{a + cs^2} \\ &= \frac{s\{(ak + l) + (ck + lm)s^2\}}{a + cs^2} \end{aligned} \quad (39)$$

従って、

$$ak + l = R_1 b$$

$$ck + lm = R_1 \quad (40)$$

$$k, l, m > 0$$

m = 0 では、「部分分数分解の 1」になってしまうので、k の範囲は次の様になる

$$0 < k < \frac{R_1}{c} \quad (41)$$

(41) 式の条件を満足する k に対して、(40) 式から l、m を解くと

$$l = R_1 b - ak$$

$$m = \frac{R_1 - ck}{l} = \frac{R_1 - ck}{R_1 b - ak} \quad (42)$$

8. (39) 式を次のように変形する

$$\begin{aligned} Z_0 &= ks + \frac{ls(1 + ms^2)}{a + cs^2} \\ &= Z_1 + \frac{1}{Y_2} \end{aligned} \quad (43)$$

9。(43)式から、 $Z_1 = ks$ のインダクタンスが出力側に直列に入ることがわかる。

10。(43)式の第2項より

$$Y_2 = \frac{a + cs^2}{ls(1 + ms^2)} = \frac{a}{ls} + \frac{ns}{1 + ms^2} = Y_3 + Y_4 \quad (44)$$

$$Y_3 = \frac{a}{ls} = \frac{1}{\frac{l}{a}s}, \quad Y_4 = \frac{ns}{1 + ms^2}$$

$$Y_4 = \frac{ns}{1 + ms^2} \quad (45)$$

$$\therefore Z_4 = \frac{1 + ms^2}{ns} = \frac{1}{ns} + \frac{m}{n}s$$

$$Z_4 = \frac{1}{ns} + \frac{m}{n}s = Z_{41} + Z_{42} \quad (46)$$

10。(44)、(45)式から

$\frac{l}{a}s$ のインダクタンスが並列に入り、さらに

$\frac{m}{n}$ のインダクタンスと n のキャパシタンスが直列の回路が並列に入ることがわかる。

(44)式から

$$Y_2 = \frac{a + cs^2}{ls(1 + ms^2)} = \frac{a}{ls} + \frac{ns}{1 + ms^2}$$

$$= \frac{a + (am + ln)s^2}{ls(1 + ms^2)}, \quad \therefore am + ln = c \quad (47)$$

$$\therefore n = \frac{c - am}{l}$$

(47)式に(42)式を代入すると、

$$n = \frac{c - am}{l} = \frac{R_1(bc - a)}{(bR_1 - ak)^2} \quad (48)$$

従って、以上の結果下の回路が合成される。

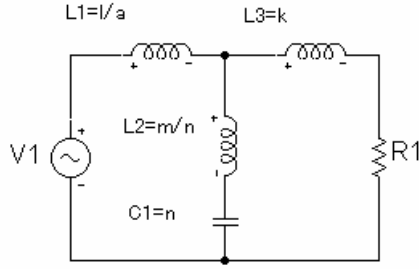


図 7

与えられた伝達関数
$$H = \frac{P_2}{s + P_0} \frac{P_{n-2}s^2 + P_{n-3}s + P_{n-4}}{s^2 + P_{n-0}s + P_{n-1}} \quad (33)$$

変形した伝達関数
$$H = \frac{d + es^2}{a + bs + cs^2 + s^3} \quad (34)$$

条件
$$\begin{aligned} a &= P_{n-1}P_0, & b &= P_{n-1} + P_{n-0}P_0, & c &= P_{n-0} + P_0 \\ d &= P_{n-4}P_2, & e &= P_{n-2}P_2 \end{aligned} \quad (35)$$

素子のパラメータ **現在 k は未知**

$$l = R_1b - ak$$

$$m = \frac{R_1 - ck}{l} = \frac{R_1 - ck}{R_1b - ak} \quad (42)$$

$$n = \frac{c - am}{l} = \frac{R_1(bc - a)}{(bR_1 - ak)^2} \quad (48)$$

パラメータ k 、 l 、 m 、 n によって表される図 7 の回路の伝達関数を計算し、(4 2) , (4 8) 式の条件を代入して (3 4) 式と比較する。

$$H' = \frac{a + \frac{a(R_1 - ck)}{bR_1 - ak} s^2}{a + bs + cs^2 + s^3} \quad (49)$$

(3 4) 式と (4 9) 式を比較すると、

$$d = a, \quad e = \frac{a(R_1 - ck)}{bR_1 - ak} \quad (50)$$

(5 0) 式のうち、 $d = a$ はローパスフィルタの伝達関数について成立するものとする。

従って、

$$e = \frac{a(R_1 - ck)}{bR_1 - ak} \quad (51)$$

$$\therefore k = \frac{R_1(a - be)}{a(c - e)}$$

が与えられた伝達関数を実現するための最後の条件となる。

以上をまとめると、素子のパラメータは以下ようになる。

$$k = \frac{R_1(a - be)}{a(c - e)}, \quad l = \frac{R_1(bc - a)}{c - e} \quad (52)$$

$$m = \frac{e}{a}, \quad n = \frac{(c - e)^2}{(bc - a)R_1}$$

(5 2) で与えられたパラメータによって図 7 の伝達関数を計算すると、 $d = a$ として、(3 4) 式と等しくなることが確かめられる。

実例として、楕円関数 3 次ローパスフィルタで $\omega_s = 1.5$ 、 $F_c = 1 \text{ KHz}$ の場合の (3 3) 式の係数を与えて図 7 の素子値を計算してみる。

$$P_0 = P_2 = 8.1567 * 10^3, \quad P_{n_0} = 3.6398 * 10^3$$

$$P_{n_1} = P_{n_4} = 61.3446 * 10^6, \quad P_{n_2} = 0.5538$$

このとき、 a, b, c, d は次のとうりになる。

$$a = d = 5.00369 * 10^{11}, \quad b = 9.10334 * 10^7$$

$$c = 11796.5, \quad e = 4517.18$$

負荷抵抗が R_1 の時に、図 7 の各素子の値は次のようになる。

$$L_1 = \frac{l}{a} = 1.574554 * 10^{-4} R_1, \quad L_2 = \frac{m}{n} = 9.77086 * 10^{-5} R_1$$

$$L_3 = k = 2.44774 * 10^{-5} R_1, \quad C_1 = \frac{9.2394 * 10^{-5}}{R_1}$$

さらに、 $R_1 = 10 \text{ K}$ であれば、

$$L_1 = 1.574554, \quad L_2 = 0.977086 \quad \text{となる。}$$

$$L_3 = k = 0.244774, \quad C_1 = 9.2394 * 10^{-9}$$

第3章 Fパラメータによる回路合成法を他の伝達関数に適用してみる

3 - 1 2次楕円関数又は逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数の場合

$$H = \frac{c + ds^2}{a + bs + s^2} \quad (53)$$

$$T = H^{-1} = \frac{a + bs + s^2}{c + ds^2}$$

$$T = A + \frac{B}{R_1} \quad \text{より、(今後は特にことわずに } A, B \text{ を表示することにする)}$$

$$A = \frac{a + s^2}{c + ds^2}, \quad B = \frac{bR_1s}{c + ds^2} \quad (54)$$

$$Z_0 = \frac{B}{A} \quad \text{より、(今後は特にことわずに } Z_0 \text{ を表示することにする)}$$

$$Z_0 = \frac{bR_1s}{a + s^2} \quad (55)$$

(55) 式を以下のように変形する。

$$Z_0 = \frac{1}{Y_0} \quad \longrightarrow \quad Y_0 = \frac{a + s^2}{bR_1s} \quad (56)$$

$$Y_0 = \frac{a + s^2}{bR_1s} = \frac{1}{\frac{bR_1}{a}s} + \frac{1}{bR_1}s = Y_1 + Y_2 \quad (57)$$

$$\therefore Y_1 = \frac{1}{\frac{bR_1}{a}s}, \quad Y_2 = \frac{1}{bR_1}s$$

(57) 式は $\frac{bR_1}{a}$ のインダクタンスと $\frac{1}{bR_1}$ のキャパシタンスが並列に入ること示してい

る。従って、回路は次のようになる。

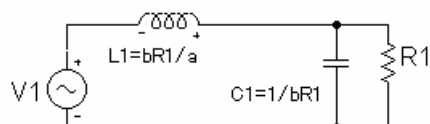


図 8

図 8 の回路の反伝達関数を計算すると、

$$\begin{aligned}
 T &= 1 + \frac{L_1}{R_1} s + C_1 L_1 s^2 \\
 &= \frac{a + bs + s^2}{a}
 \end{aligned}
 \tag{58}$$

となり、(53) 式とは異なる。

そこで、(57) 式の Y_1 、 Y_2 それぞれに「部分分数分解の 2」の方法を用いることにする。

(1) Y_1 に対して「部分分数分解の 2」の方法を用いる

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \frac{1}{\frac{bR_1}{a}s} = Y_{11} + Y_{12} \\
 &= \frac{k}{\frac{bR_1}{a}s} + \frac{(1-k)}{\frac{bR_1}{a}s} = \frac{1}{\frac{bR_1}{ak}s} + \frac{1}{\frac{bR_1}{a(1-k)}s}
 \end{aligned}
 \tag{59}$$

(59) 式は $L_1 = \frac{bR_1}{ak}$ と $L_2 = \frac{bR_1}{a(1-k)}$ が並列になっていることを示す。

(2) Y_2 に対して「部分分数分解の 2」の方法を用いる

$$\begin{aligned}
 Y_2 &= \frac{1}{bR_1} s = Y_{21} + Y_{22} \\
 &= \frac{m}{bR_1} s + \frac{(1-m)}{bR_1} s
 \end{aligned}
 \tag{60}$$

(60) 式は、 $C_1 = \frac{m}{bR_1}$ と $C_2 = \frac{1-m}{bR_1}$ が並列になっていることを示す。

(59)、(60) 式によって作られる回路は以下ようになる。

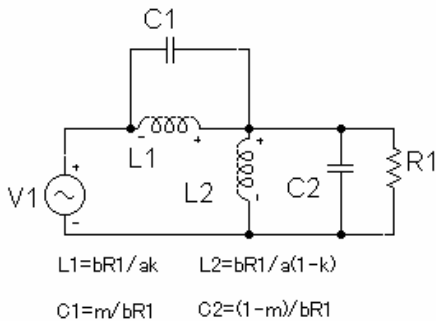


図 9

図 9 の回路の反伝達関数を計算すると、

$$T = \frac{a + bs + s^2}{ak + ms^2} \quad (61)$$

(5 3) 式と比較すると、

$c = ak$ 、 $d = m$ が得られる。よって、 $k = c / a$ となる。

従って、図 9 の各素子の値は、

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{bR_1}{ak}, \quad L_2 = \frac{bR_1}{a(1-k)} \\ C_1 &= \frac{d}{bR_1}, \quad C_2 = \frac{1-d}{bR_1}, \quad k = \frac{c}{a} \end{aligned} \quad (62)$$

となる。

(6 2) 式で $a = c$ の時には、 $L_2 = \infty$ となるが、回路に並列に入る素子の値 $L_2 = \infty$ は、開放すなわち素子が不要であることを意味している。

従って、 $a = c$ の場合の回路は以下ようになる。

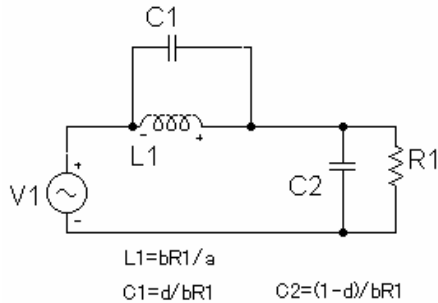


図 1 0 (5 3) 式において $a = c$ の場合を実現する回路

図 1 0 の回路の伝達関数は以下ようになる。

$$T = \frac{a + bs + s^2}{a + ds^2} \quad (63)$$

注：伝達関数が (3 4) 式で与えられる第 2 章の 3 次のローパスフィルタで、 $a = d$ の条件で回路を求めたが、 $a \neq d$ の場合も検討が必要になった。

いくつかの実例に対して、2次の伝達関数を実現する素子の値を計算して見る。

1. 2次楕円関数ローパスフィルタ

$F_c = 1 \text{ KHz}$ 、 $F_s = 1.5 \text{ KHz}$ 、 $att_p = 0.1 \text{ dB}$ 、 $att_s = 3.21 \text{ dB}$
 $a = 108.3701 \text{ Meg}$ 、 $b = 6.7118 \text{ K}$ 、 $c = 107.1296 \text{ Meg}$ 、 $d = 0.6910$

(62)式により計算された各素子の値は、

$L_1 = 0.6265 \text{ H}$ 、 $L_2 = 54.1056 \text{ H}$ 、 $C_1 = 10.295 \text{ nF}$ 、 $C_2 = 4.6 \text{ nF}$ 、 $R_1 = 10 \text{ K}$

2. 2次楕円関数ローパスフィルタ

$F_c = 1 \text{ KHz}$ 、 $F_s = 3 \text{ KHz}$ 、 $att_p = 0.1 \text{ dB}$ 、 $att_s = 14.45 \text{ dB}$
 $a = 132.2468 \text{ Meg}$ 、 $b = 13.2587 \text{ K}$ 、 $c = 130.733 \text{ Meg}$ 、 $d = 0.1894$

(62)式により計算された各素子の値は、

$L_1 = 1.01418 \text{ H}$ 、 $L_2 = 87.59 \text{ H}$ 、 $C_1 = 1.4285 \text{ nF}$ 、 $C_2 = 6.114 \text{ nF}$ 、 $R_1 = 10 \text{ K}$

3. 2次逆チェビシェフローパスフィルタ

$F_c = 1 \text{ KHz}$ 、 $F_s = 3 \text{ KHz}$ 、 $att_p = 0.1 \text{ dB}$ 、 $att_s = 8.88 \text{ dB}$
 $a = 255.5615 \text{ Meg}$ 、 $b = 18.0916 \text{ K}$ 、 $c = 255.5615 \text{ Meg}$ 、 $d = 0.3596$

(62)式により計算された各素子の値は、

$L_1 = 0.707916 \text{ H}$ 、 $C_1 = 1.987 \text{ nF}$ 、 $C_2 = 3.5397 \text{ nF}$ 、 $R_1 = 10 \text{ K}$

上記の素子値を用いて、pSpiceでシミュレーションした結果は設計値のとうりとなり、計算法が正しいことを確認できた。

以上により、

2次の伝達関数については $a = c$ 、 $a > c$ の両方に有効な計算法を習得した。

2次の伝達関数を実現する回路のまとめ

与えられた伝達関数 $H = \frac{c + ds^2}{a + bs + s^2}$ (53)

素子のパラメータ $L_1 = \frac{bR_1}{ak}$ 、 $L_2 = \frac{bR_1}{a(1-k)}$ (62)
 $C_1 = \frac{d}{bR_1}$ 、 $C_2 = \frac{1-d}{bR_1}$ 、 $k = \frac{c}{a}$

次にもう一度3次の場合を復習して、 $a = d$ 、 $a \neq d$ の両方を考慮にいたした計算法を確立する。

3-2 3次楕円関数又は逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数の場合

図9と図10のように、L1を2つの素子に分割しても伝達関数の形式が変わらないことを知った。この方法を3次の伝達関数にあてはめて見る。

(33)から(48)式までは全く同じである。その後に、L1を2つに分割する。

$$\begin{aligned}
 Y_3 &= \frac{1}{\frac{l}{a}s} = Y_{31} + Y_{32} \\
 &= \frac{p}{\frac{l}{a}s} + \frac{1-p}{\frac{l}{a}s} = \frac{1}{\frac{l}{ap}s} + \frac{1}{\frac{l}{a(1-p)}s}
 \end{aligned} \tag{64}$$

この操作により合成される回路は次のようになる。

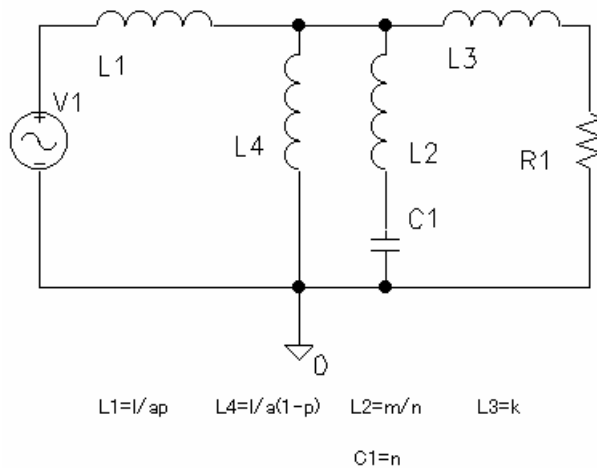


図11 図7の回路でL1をL1とL4の2つに分割した回路

各素子の値が図11に示されたパラメータで示されるとき、反伝達関数を計算すると、

$$H' = \frac{ap + \frac{ap(R_1 - ck)}{bR_1 - ak}s^2}{a + bs + cs^2 + s^3} \tag{65}$$

が得られる。

(3 3) と (6 5) を比較すると、次の結果を得る。

$$d = ap, \quad e = \frac{ap(R_1 - ck)}{bR_1 - ak} = \frac{d(R_1 - ck)}{bR_1 - ak} \quad (6 6)$$

$$\therefore p = \frac{d}{a}, \quad k = \frac{R_1(d - be)}{cd - ae}, \quad 0 < p \leq 1$$

以上をまとめると、3 次の伝達関数を実現する回路形式は、図 1 1 で示され、 $a = d$ の時には $L_4 = \infty$ となって図 7 の回路形式となることがわかる。

3 次の伝達関数を実現する回路のまとめ

与えられた伝達関数 $H = \frac{P_2}{s + P_0} \frac{P_{n-2}s^2 + P_{n-3}s + P_{n-4}}{s^2 + P_{n-0}s + P_{n-1}} \quad (33)$

変形した伝達関数 $H = \frac{d + es^2}{a + bs + cs^2 + s^3} \quad (34)$

条件 $a = P_{n-1}P_0, \quad b = P_{n-1} + P_{n-0}P_0, \quad c = P_{n-0} + P_0$
 $d = P_{n-4}P_2, \quad e = P_{n-2}P_2 \quad (35)$

素子のパラメータ

$$L_1 = \frac{l}{ap}, \quad L_2 = \frac{m}{n}, \quad L_3 = k \quad (6 7)$$

$$L_4 = \frac{l}{a(1-p)}, \quad C_1 = n$$

$$l = bR_1 - ak$$

$$m = \frac{R_1 - ck}{l} = \frac{R_1 - ck}{bR_1 - ak} \quad (42)$$

$$n = \frac{c - am}{l} = \frac{R_1(bc - a)}{(bR_1 - ak)^2} \quad (48)$$

$$p = \frac{d}{a}, \quad 0 < p \leq 1$$

$$k = \frac{R_1(d - be)}{cd - ae} \quad (66)$$

現在、 $a \neq d$ の実例が手元にないので、実例の計算は省略する。

3 - 3 4次楕円関数又は逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数の場合

与えられた伝達関数
$$H = \frac{P_{1-2}s^2 + P_{1-4}}{s^2 + P_{1-0}s + P_{1-1}} \frac{P_{2-2}s^2 + P_{2-4}}{s^2 + P_{2-0}s + P_{2-1}} \quad (68)$$

変形した反伝達関数
$$T = \frac{n_0 + n_1s + n_2s^2 + n_3s^3 + s^4}{d_0 + d_2s^2 + d_4s^4} \quad (69)$$

従って、

インピーダンス
$$Z_0 = \frac{R_1s(n_1 + n_3s^2)}{n_0 + n_2s^2 + s^4} \quad (70)$$

が得られる。

これから (70) 式を変形して、回路を合成する。

[1] 「部分分数分解の 2」の方法を少しだけ用いる

$$Z_0 = \frac{R_1s(n_1 + n_3s^2)}{n_0 + n_2s^2 + s^4} = \frac{1}{Y_0} \quad (71)$$

$$Y_0 = \frac{n_0 + n_2s^2 + s^4}{R_1s(n_1 + n_3s^2)} = Y_1 + Y_2$$

ここで、「部分分数分解の 1」の方法を用いる。

$$\begin{aligned} Y_0 &= \frac{n_0 + n_2s^2 + s^4}{R_1s(n_1 + n_3s^2)} = Y_1 + Y_2 \\ &= k_1s + \frac{n_0 + k_2s^2}{R_1s(n_1 + n_3s^2)} = \frac{n_0 + (k_1n_1R_1 + k_2)s^2 + k_1n_3R_1s^4}{R_1s(n_1 + n_3s^2)} \end{aligned} \quad (72)$$

$$\therefore k_1 = \frac{1}{n_3R_1}, \quad k_2 = n_0 - k_1n_1R_1$$

従って、 $Y_1 = k_1s$ から

$$C_1 = k_1 \quad (73)$$

が回路に並列に入る。残りの回路は Y_2 が並列にはいり、

$$Y_2 = \frac{n_0 + k_2s^2}{R_1s(n_1 + n_3s^2)} = \frac{1}{Z_2} \quad (74)$$

$$Z_2 = \frac{R_1s(n_1 + n_3s^2)}{n_0 + k_2s^2} = Z_{21} + Z_{22}$$

ここでは、「部分分数分解の 2」の方法を用いる。

$$\begin{aligned}
Z_2 &= \frac{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)}{n_0 + k_2 s^2} = Z_{21} + Z_{22} \\
&= k_3 s + \frac{s(k_4 + k_5 s^2)}{n_0 + k_2 s^2} = \frac{s\{(k_3 n_0 + k_4) + (k_3 k_2 + k_5) s^2\}}{n_0 + k_2 s^2} \\
\therefore k_4 &= n_1 R_1 - k_3 n_0, \quad k_5 = n_3 R_1 - k_3 k_2
\end{aligned} \tag{75}$$

従って、 Z_2 には $Z_{21} = k_3 s$ より、

$$L_1 = k_3 \tag{76}$$

が直列にはいる。ここで、**現在 k_3 は未知**である。従って、 Z_2 の残りは、

$$Z_{22} = \frac{s(k_4 + k_5 s^2)}{n_0 + k_2 s^2} = \frac{1}{Y_{22}} \tag{77}$$

$$Y_{22} = \frac{n_0 + k_2 s^2}{s(k_4 + k_5 s^2)} = Y_3 + Y_4$$

となる。ここでは、「部分分数分解の1」の方法を用いると、

$$\begin{aligned}
Y_{22} &= \frac{n_0 + k_2 s^2}{s(k_4 + k_5 s^2)} = Y_3 + Y_4 \\
&= \frac{k_6}{s} + \frac{k_7 s}{k_4 + k_5 s^2} = \frac{k_6 k_4 + (k_6 k_5 + k_7) s^2}{s(k_4 + k_5 s^2)}
\end{aligned} \tag{78}$$

$$\therefore k_6 = \frac{n_0}{k_4}, \quad k_7 = k_2 - k_6 k_5$$

従って、 Y_{22} には $Y_3 = \frac{k_6}{s} = \frac{1}{\frac{1}{k_6} s}$ より、

$$L_2 = \frac{1}{k_6} \tag{79}$$

が並列にはいる。 Y_{22} の残りは、

$$Y_4 = \frac{k_7 s}{k_4 + k_5 s^2} = \frac{1}{Z_4}$$

$$Z_4 = \frac{k_4 + k_5 s^2}{k_7 s} = Z_{41} + Z_{42}$$

$$\therefore Z_{41} = \frac{k_4}{k_7 s} = \frac{1}{\frac{k_7}{k_4} s}, \quad Z_{42} = \frac{k_5}{k_7} s$$

従って、 Z_4 は $L_3 = \frac{k_5}{k_7}$ と $C_2 = \frac{k_4}{k_7}$ の直列回路である。

以上により、下の回路が合成される。

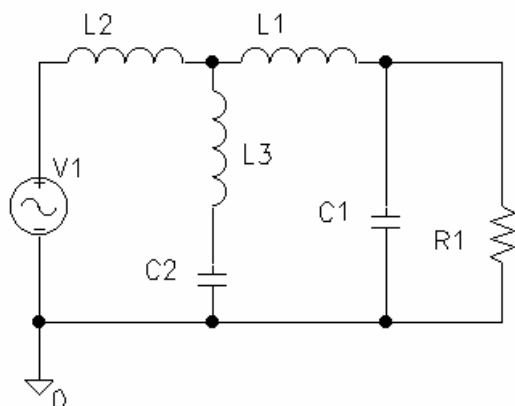


図 1 2

図 1 2 の反伝達関数を計算して見ると、

$$T' = \frac{n_{0a} + n_{1a}s + n_{2a}s^2 + n_{3a}s^3 + n_{4a}s^4}{R_1(1 + C_2L_3s^2)}$$

$$n_{0a} = R_1, \quad n_{1a} = L_1 + L_2, \quad n_{2a} = \{C_1(L_1 + L_2) + C_2(L_2 + L_3)\}R_1 \quad (80)$$

$$n_{3a} = C_2(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1), \quad n_{4a} = C_1C_2(L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1)R_1$$

となり、(6 9) 式の分母と次数が異なるため目的の回路ではない。

ここまでで分かったことを整理して、目的の回路を合成する手段に加えよう。

1. 伝達関数からインピーダンスの式を導くときに、反伝達関数の分母の係数が無くなり、その後のインピーダンスの式の分解には現れない。
2. 分母に存在する係数の個数は、フィルタの次数を $N = 2M$ とすると、 $M + 1$ 個である。従って、4 次の場合には、3 個 (d_0, d_2, d_4) である。
3. 「部分分数分解の 2」の方法を 1 回用いるごとに未知数が 1 個生じる。
4. インピーダンスの式を分解して、回路を合成する。
5. 合成された回路の伝達関数を計算して、与えられた伝達関数と同じ形式であることを確認する必要がある。

従って、未知数が $M + 1$ 個となるようにインピーダンスの式を分解してから、伝達関数を計算し、分子の形式を与えられた式と同一にした後、分母の各係数を連立方程式によって解けば求める回路形式と回路定数が得られるはずである。

従って、4 次の場合には、未知数が 3 個となるから「部分分数分解の 2」の方法を 3 回用いることになる。

[2] 「部分分数分解の 2」の方法を 3 回用いる

$$Z_0 = \frac{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)}{n_0 + n_2 s^2 + s^4} = \frac{1}{Y_0}$$

$$Y_0 = \frac{n_0 + n_2 s^2 + s^4}{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)} = Y_1 + Y_2 \quad (71)$$

ここで、「部分分数分解の 2」の方法を用いる。

$$Y_0 = \frac{n_0 + n_2 s^2 + s^4}{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)} = Y_1 + Y_2$$

$$= k_1 s + \frac{n_0 + k_2 s^2 + k_3 s^4}{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)} = \frac{n_0 + (k_1 n_1 R_1 + k_2) s^2 + (k_1 n_3 R_1 + k_3) s^4}{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)} \quad (81)$$

$$\therefore k_2 = n_0 - k_1 n_1 R_1, \quad k_3 = 1 - k_1 n_3 R_1$$

従って、 $Y_1 = k_1 s$ から

$$C_1 = k_1 \quad (82)$$

が回路に並列に入る。ここで、**現在 k_1 は未知**である。残りの回路は Y_2 が並列にはいり、

$$Y_2 = \frac{n_0 + k_2 s^2 + k_3 s^4}{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)} = Y_{21} + Y_{22}$$

$$= k_4 s + \frac{n_0 + k_5 s^2}{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)} = \frac{n_0 + (k_4 n_1 R_1 + k_5) s^2 + k_4 n_3 R_1 s^4}{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)} \quad (83)$$

$$\therefore k_4 = \frac{k_3}{n_3 R_1}, \quad k_5 = k_2 - k_4 n_1 R_1$$

ここでは、「部分分数分解の 1」の方法を用いた。

従って、 $Y_{21} = k_4 s$ から

$$C_2 = k_4 \quad (84)$$

が回路に並列に入る。これは、2 次の回路で見た様に、入力端子に接続される。

Y_2 の残りは、再び「部分分数分解の 2」の方法を用いて、

$$Y_{22} = \frac{n_0 + k_5 s^2}{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)} = Y_3 + Y_4$$

$$= \frac{k_6}{R_1 s} + \frac{k_7 + k_8 s^2}{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)} = \frac{(k_6 n_1 + k_7) + (k_6 n_3 + k_8) s^2}{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)} \quad (85)$$

$$\therefore k_7 = n_0 - k_6 n_1, \quad k_8 = k_5 - k_6 n_3$$

従って、 $Y_3 = \frac{k_6}{R_1 s} = \frac{1}{\frac{R_1}{k_6} s}$ より、

$$L_1 = \frac{R_1}{k_6} \quad (86)$$

が並列にはいる。ここで、**現在 k_6 は未知**である。

Y_{22} の残りは、3 回目の「部分分数分解の 2」の方法を用いて、

$$\begin{aligned} Y_4 &= \frac{k_7 + k_8 s^2}{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)} = \frac{1}{Z_4} \\ Z_4 &= \frac{R_1 s(n_1 + n_3 s^2)}{k_7 + k_8 s^2} = Z_{41} + Z_{42} \\ &= k_9 s + \frac{s(k_{10} + k_{11} s^2)}{k_7 + k_8 s^2} = \frac{s\{(k_9 k_7 + k_{10}) + (k_9 k_8 + k_{11})\}}{k_7 + k_8 s^2} \\ \therefore k_{10} &= (1 - k_9)k_7, \quad k_{11} = (1 - k_9)k_8 \end{aligned} \quad (87)$$

従って Z_4 には、 $Z_{41} = k_9 s$ より、

$$L_2 = k_9 \quad (88)$$

が直列にはいる。ここで、**現在 k_9 は未知**である。 Z_4 の残りは、

$$\begin{aligned} Z_{42} &= \frac{s(k_{10} + k_{11} s^2)}{k_7 + k_8 s^2} = \frac{1}{Y_5} \\ Y_5 &= \frac{k_7 + k_8 s^2}{s(k_{10} + k_{11} s^2)} = Y_{51} + Y_{52} \end{aligned}$$

今度は、「部分分数分解の 1」の方法を用いて、

$$\begin{aligned} Y_5 &= \frac{k_7 + k_8 s^2}{s(k_{10} + k_{11} s^2)} = Y_{51} + Y_{52} \\ &= \frac{k_{12}}{s} + \frac{k_{13} s}{k_{10} + k_{11} s^2} = \frac{k_{12} k_{10} + (k_{12} k_{11} + k_{13}) s^2}{s(k_{10} + k_{11} s^2)} \\ \therefore k_{12} &= \frac{k_7}{k_{10}}, \quad k_{13} = k_8 - k_{12} k_{11} \end{aligned} \quad (89)$$

従って、 Y_5 には $Y_{51} = \frac{k_{12}}{s} = \frac{1}{\frac{1}{k_{12}}s}$ より、

$$L_3 = \frac{1}{k_{12}} \quad (90)$$

が並列に入る。 Y_5 の残りは、

$$Y_{52} = \frac{k_{13}s}{k_{10} + k_{11}s^2} = \frac{1}{Z_{52}}$$

$$Z_{52} = \frac{k_{10} + k_{11}s^2}{k_{13}s} = \frac{k_{10}}{k_{13}s} + \frac{k_{11}}{k_{13}}s = Z_6 + Z_7 \quad (91)$$

$$\therefore Z_6 = \frac{k_{10}}{k_{13}s} = \frac{1}{\frac{k_{13}}{k_{10}}s}, \quad Z_7 = \frac{k_{11}}{k_{13}}s$$

従って、 Y_5 の残りは、

$$L_4 = \frac{k_{11}}{k_{13}} \text{ と } C_3 = \frac{k_{13}}{k_{10}} \quad (92)$$

の直列回路が並列に入る。

以上により、下の回路が合成される。

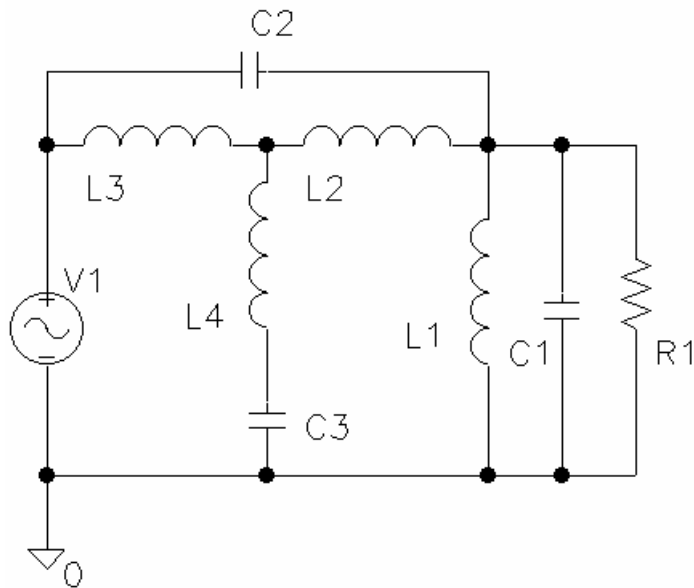


図 1 3

未知数を 3 個含んだ (8 2) から (9 2) 式までの結果を図 1 3 の回路の素子 $L_1, L_2, L_3, L_4, C_1, C_2, C_3$ に代入して反伝達関数を求めると、

$$T' = \frac{n_0 + n_1 s + n_2 s^2 + n_3 s^3 + s^4}{d_{0a} + d_{2a} s^2 + d_{4a} s^4}$$

$$d_{0a} = n_0 - k_6 n_1, \quad d_{4a} = 1 - k_1 n_3 R_1$$

$$d_{2a} = \frac{n_3^2 (k_6 n_1 - n_0) (k_6 k_9 + R_1) + n_3 \left[-k_9 n_2 (k_6 n_1 - n_0) + k_1 n_1 R_1 \{ k_9 (k_6 n_1 - n_0) + n_1 R_1 \} \right] - n_1^2 R_1}{n_3 \{ k_9 (k_6 n_1 - n_0) + n_1 R_1 \}}$$

(9 3)

となり、変形した反伝達関数 (6 9) 式と同じ形式である。

最後の仕上げに、3 個の未知数を解決する。

$$\text{連立方程式} \quad d_{0a} = d_0, \quad d_{2a} = d_2, \quad d_{4a} = d_4$$

により、3 個の未知数 k_1, k_6, k_9 を解くと、

$$k_1 = \frac{1 - d_4}{n_3 R_1}, \quad k_6 = \frac{n_0 - d_0}{n_1}$$

$$k_9 = \frac{n_1 (d_4 n_1^2 - d_2 n_1 n_3 + d_0 n_3^2) R_1}{d_0 \{ n_1^2 (d_4 - 1) + n_1 n_3 (n_2 - d_2) + n_3^2 (d_0 - n_0) \}}$$

(9 4)

が得られる。

確認のために、実例の数値を代入して図 1 3 の各素子の値を求め、p S p i c e によりシミュレーションしてみる。(6 8) 式に対応して、

$$P_{1_0} = 2.1819K, \quad P_{1_1} = 49.6663Meg, \quad P_{1_2} = 0.1877, \quad P_{1_4} = 89.6455Meg$$

$$P_{2_0} = 8.7806K, \quad P_{2_1} = 34.301Meg, \quad P_{2_2} = 0.1877, \quad P_{2_4} = 18.7863Meg$$

これは、4 次楕円関数ローパスフィルタで

$$F_c = 1 \text{ KHz}, \quad F_s = 1.5 \text{ KHz}, \quad a_{t t p} = 0.1 \text{ dB}, \quad a_{t t s} = 29.06 \text{ dB}$$

の例である。

この時、(6 9) 式に対応する各係数は以下の様になる。

$$n_0 = 1.7036 * 10^{15}, \quad n_1 = 5.10941 * 10^{11}, \quad n_2 = 1.03126 * 10^8, \quad n_3 = 10962.5$$

$$d_0 = 1.68411 * 10^{15}, \quad d_2 = 2.03526 * 10^7, \quad d_4 = 0.0352313$$

これらの各係数に対して、負荷抵抗が R_1 の時の、各素子の値を計算すると、

$$L_1 = 0.0262155 R_1, \quad L_2 = 0.000141376 R_1, \quad L_3 = 0.000162014 R_1, \quad L_4 = 0.000081076 R_1$$

$$C_1 = \frac{0.0000880063}{R_1}, \quad C_2 = \frac{3.2138 * 10^{-6}}{R_1}, \quad C_3 = \frac{0.000137033}{R_1}$$

負荷抵抗 R_1 が 1 0 K の時には、それぞれ次の値になる。

$$L_1 = 262.155, \quad L_2 = 1.41376, \quad L_3 = 1.62014, \quad L_4 = 0.81076$$

$$C_1 = 8.80063 * 10^{-9}, \quad C_2 = 3.2138 * 10^{-10}, \quad C_3 = 1.37033 * 10^{-8}$$

p S p i c e でシミュレーションした結果は、

F c = 1 KHz、F s = 1 . 5 KHz、a t t p = 0 . 1 d B , a t t s = 2 9 . 0 6 d B
を満足した。

4 次の伝達関数を実現する回路のまとめ

$$\text{与えられた伝達関数} \quad H = \frac{P_{1_2}s^2 + P_{1_4}}{s^2 + P_{1_0}s + P_{1_1}} \frac{P_{2_2}s^2 + P_{2_4}}{s^2 + P_{2_0}s + P_{2_1}} \quad (68)$$

$$\text{変形した反伝達関数} \quad T = \frac{n_0 + n_1s + n_2s^2 + n_3s^3 + s^4}{d_0 + d_2s^2 + d_4s^4} \quad (69)$$

$$\text{インピーダンス} \quad Z_0 = \frac{R_1s(n_1 + n_3s^2)}{n_0 + n_2s^2 + s^4} \quad (70)$$

インピーダンスの式を「部分分数分解の 2」の方法を 3 回用いて、回路を合成する。

合成された回路の伝達関数を未知数のパラメータを含んだ形で計算し、変形した反伝達関数の全ての係数と等しくなるように連立方程式を解く。

以上で、回路図 13 の全ての素子の値が (68) 式の全ての係数と負荷抵抗 R_1 によって表されるので、その結果を以下に示す。

素子のパラメータ

$$L_1 = \frac{R_1}{k_6}, \quad L_2 = k_9, \quad L_3 = \frac{1}{k_{12}}, \quad L_4 = \frac{k_{11}}{k_{13}} \quad (95)$$

$$C_1 = k_1, \quad C_2 = k_4, \quad C_3 = \frac{k_{13}}{k_{10}}$$

$$k_1 = \frac{1-d_4}{n_3R_1}, \quad k_2 = n_0 - k_1n_1R_1, \quad k_3 = 1 - k_1n_3R_1, \quad k_4 = \frac{k_3}{n_3R_1}$$

$$k_5 = k_2 - k_4n_1R_1, \quad k_6 = \frac{n_0 - d_0}{n_1}, \quad k_7 = n_0 - k_6n_1, \quad k_8 = k_5 - k_6n_3$$

$$k_9 = \frac{n_1(d_4n_1^2 - d_2n_1n_3 + d_0n_3^2)R_1}{d_0\{n_1^2(d_4 - 1) + n_1n_3(n_2 - d_2) + n_3^2(d_0 - n_0)\}}, \quad k_{10} = (1 - k_9)k_7 \quad (96)$$

$$k_{11} = (1 - k_9)k_8, \quad k_{12} = \frac{k_7}{k_{10}}, \quad k_{13} = k_8 - k_{12}k_{11}$$

(95)、(96) 式によって、回路図 13 に含まれるすべての素子の値は与えられた伝達関数の係数と負荷抵抗 R_1 によって表された。

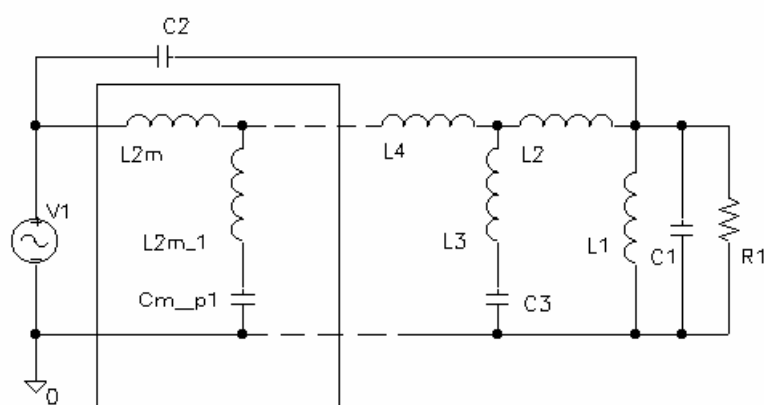
第4章 伝達関数から回路を合成する手法の一般化

4-1 回路形式の予想

第3章において、2次から4次までの伝達関数からインピーダンスの式を導出し、回路を合成して見て、おおよそ偶数次と奇数次における回路の形式が見えてきた。

現状において、予想する回路形式は以下の様なものである。

[1] 偶数次の場合の回路形式



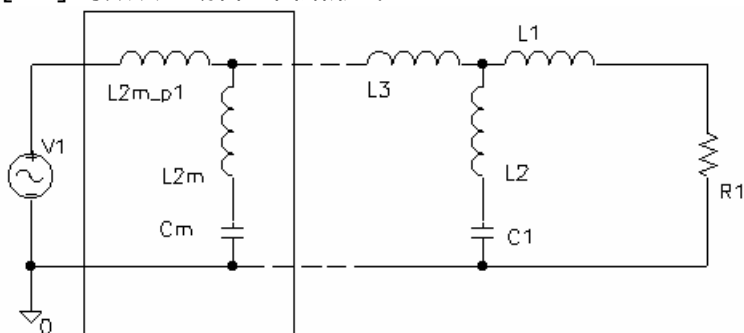
次数 n が $n=2m$ の時、四角で囲まれた回路 $m-1$ 個が縦続接続される。

$L2m_1$ は $2m-1$ 番目の、 $L2m$ は $2m$ 番目のインダクタンスを表す。

同様に、 Cm_p1 は $m+1$ 番目のキャパシタンスを表す。

図 1 4

[2] 奇数次の場合の回路形式



次数 n が $n=2m+1$ の時、四角で囲まれた回路 m 個が縦続接続される。

$L2m$ は $2m$ 番目の、 $L2m_p1$ は $2m+1$ 番目のインダクタンスを表す。

同様に、 Cm は m 番目のキャパシタンスを表す。

図 1 5

注：[1] も [2] も L , C の素子の総数は同じ m に対して同数である。従って、同じ素子数を使用するなら、奇数次のほうが減衰特性の面からは有利と言える。

図 1 4 及び図 1 5 の回路形式に対するそれぞれ 6 次及び 5 次の回路の伝達関数を計算して見ると、それぞれの次数の有極フィルタの伝達関数の形式になっていることが確認出来た。

4-2 5 次の場合の回路合成を確認する

それでは、 $m = 2$ すなわち $n = 5$ の場合の回路を図 1 5 を前提にして合成して見る。

$$\text{変形した反伝達関数} \quad T = \frac{n_0 + n_1 s + n_2 s^2 + n_3 s^3 + n_4 s^4 + s^5}{d_0 + d_2 s^2 + d_4 s^4} \quad (97)$$

$$\text{インピーダンス} \quad Z_0 = \frac{R_1 s (n_1 + n_3 s^2 + s^4)}{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4} \quad (98)$$

図 1 5 を参照して、まずインダクタンスが直列に入るので、 Z_0 から L_1 を取り出す。

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{R_1 s (n_1 + n_3 s^2 + s^4)}{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4} = Z_1 + Z_2 \\ &= k_1 s + \frac{s (k_2 + k_3 s^2 + k_4 s^4)}{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4} \\ &= \frac{s \{ (k_1 n_0 + k_2) + (k_1 n_2 + k_3) s^2 + (k_1 n_4 + k_4) s^4 \}}{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4} \\ k_1 n_0 + k_2 &= n_1 R_1, \quad \therefore k_2 = n_1 R_1 - k_1 n_0 > 0 \quad \therefore 0 < k_1 < \frac{n_1}{n_0} R_1 \end{aligned} \quad (99)$$

$$k_1 n_2 + k_3 = n_3 R_1, \quad \therefore k_3 = n_3 R_1 - k_1 n_2 > 0 \quad \therefore k_1 < \frac{n_3}{n_2} R_1$$

$$k_1 n_4 + k_4 = R_1, \quad \therefore k_4 = R_1 - k_1 n_4 > 0 \quad \therefore k_1 < \frac{1}{n_4} R_1$$

$$L_1 = k_1$$

これで $L_1 = k_1$ が直列に入った。ここで、**現在 k_1 は未知である。**

L_1 の次には L_2 , C_1 の直列回路が並列に入る。

$$Z_2 = \frac{s (k_2 + k_3 s^2 + k_4 s^4)}{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4} = \frac{1}{Y_2} \quad (100)$$

$$Y_2 = \frac{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4}{s (k_2 + k_3 s^2 + k_4 s^4)} = Y_{21} + Y_{22}$$

Y_{21} を L_2 , C_1 の直列回路のアドミタンスとすると、 Y_{21} は次の式になる。

$$Y_{21} = \frac{1}{k_5 s + \frac{1}{k_6 s}} = \frac{k_6 s}{1 + k_5 k_6 s^2} \quad (101)$$

$$L_2 = k_5, \quad C_1 = k_6$$

Y_2 から Y_{21} を取り出せるとすると、 Y_2 の分母には Y_{21} の分母と同じ因子が含まれているはずである。従って、

$$\begin{aligned} Y_{21} &= \frac{k_6 s}{1 + k_5 k_6 s^2} \\ Y_2 &= \frac{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4}{s(k_2 + k_3 s^2 + k_4 s^4)} = \frac{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4}{s(1 + k_5 k_6 s^2)(k_7 + k_8 s^2)} \\ &= \frac{k_6 s}{1 + k_5 k_6 s^2} + \frac{k_9 + k_{10} s^2}{s(k_7 + k_8 s^2)} = Y_{21} + Y_{22} \end{aligned} \quad (102)$$

このように簡約化されるための条件は次のようになる。

$$\begin{aligned} Y_2 &= \frac{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4}{s(k_2 + k_3 s^2 + k_4 s^4)} = \frac{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4}{s(1 + k_5 k_6 s^2)(k_7 + k_8 s^2)} \\ &= \frac{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4}{s\{k_7 + (k_5 k_6 k_7 + k_8) s^2 + k_5 k_6 k_8 s^4\}} \\ \therefore k_7 &= k_2, \quad k_5 k_6 k_7 + k_8 = k_3, \quad k_5 k_6 k_8 = k_4 \\ Y_2 &= \frac{n_0 + n_2 s^2 + n_4 s^4}{s(k_2 + k_3 s^2 + k_4 s^4)} = \frac{k_6 s}{1 + k_5 k_6 s^2} + \frac{k_9 + k_{10} s^2}{s(k_7 + k_8 s^2)} \\ &= \frac{k_9 + (k_5 k_6 k_9 + k_6 k_7 + k_{10}) s^2 + (k_5 k_6 k_{10} + k_6 k_8) s^4}{s(k_2 + k_3 s^2 + k_4 s^4)} \\ \therefore k_9 &= n_0, \quad k_5 k_6 k_9 + k_6 k_7 + k_{10} = n_2, \quad k_5 k_6 k_{10} + k_6 k_8 = n_4 \end{aligned} \quad (103)$$

条件を整理すると、

$$k_7 = k_2$$

$$k_5 k_6 = x, \quad \therefore k_6 = \frac{x}{k_5}$$

$$k_5 k_6 k_7 + k_8 = k_3, \quad \therefore k_8 = k_3 - k_2 x$$

$$k_5 k_6 k_8 = k_4, \quad \therefore x(k_3 - k_2 x) = k_4 \quad (104)$$

$$\therefore k_2 x^2 - k_3 x + k_4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{k_3 + \sqrt{k_3^2 - 4k_2 k_4}}{2k_2}$$

$$k_5 k_6 k_9 + k_6 k_7 + k_{10} = n_2, \quad \therefore k_{10} = n_2 - \left(n_0 + \frac{k_7}{k_5} \right) x$$

さらに、追加の条件として

$$k_5 k_6 k_{10} + k_6 k_8 = n_4, \quad \therefore \left\{ n_2 - \left(n_0 + \frac{k_7}{k_5} \right) x \right\} x + \left(\frac{k_3 - k_2 x}{k_5} \right) x = n_4 \quad (105)$$

$$k_5 = -k_2 (k_3 x - 2k_4) / \{ (n_0 k_3 - n_2 k_2) x + (n_4 k_2 - n_0 k_4) \}$$

ここで、**現在** k_5 , $k_6 = x/k_5$ は k_1 に従属である。

Y_2 から L_2 , C_1 の直列回路のアドミタンス Y_{21} を取り出してみる。すると、 Y_2 の残り Y_{22} は次のようになる。

$$Y_{22} = \frac{k_9 + k_{10} s^2}{s(k_7 + k_8 s^2)} \quad (106)$$

これで、 L_2 , C_1 の直列回路が回路に並列に入った。次の並列回路には、 L_3 が直列に入る。

$$\begin{aligned} Y_{22} &= \frac{k_9 + k_{10} s^2}{s(k_7 + k_8 s^2)} = \frac{1}{Z_{22}} \\ Z_{22} &= \frac{s(k_7 + k_8 s^2)}{k_9 + k_{10} s^2} = Z_3 + Z_4 \\ &= k_{11} s + \frac{s(k_{12} + k_{13} s^2)}{k_9 + k_{10} s^2} = \frac{s\{(k_{11} k_9 + k_{12}) + (k_{11} k_{10} + k_{13}) s^2\}}{k_9 + k_{10} s^2} \end{aligned} \quad (107)$$

$$k_{11} k_9 + k_{12} = k_7 \quad \therefore k_{12} = k_7 - k_{11} k_9 > 0 \quad \therefore 0 < k_{11} < \frac{k_7}{k_9}$$

$$k_{11} k_{10} + k_{13} = k_8 \quad \therefore k_{13} = k_8 - k_{11} k_{10} > 0 \quad \therefore k_{11} < \frac{k_8}{k_{10}}$$

$$L_3 = k_{11}$$

L_3 を直列に入れることが出来た。ここで、現在 k_{11} は未知である。 Z_{22} の残りには、 L_4 、 C_3 の直列回路と L_5 が並列に入るはずである。

$$Z_4 = \frac{s(k_{12} + k_{13}s^2)}{k_9 + k_{10}s^2} = \frac{1}{Y_4}$$

$$Y_4 = \frac{k_9 + k_{10}s^2}{s(k_{12} + k_{13}s^2)} = Y_{41} + Y_{42}$$

$$= \frac{k_{14}s}{k_{12} + k_{13}s^2} + \frac{k_{15}}{s} = \frac{k_{15}k_{12} + (k_{14} + k_{15}k_{13})s^2}{s(k_{12} + k_{13}s^2)} \quad (108)$$

$$k_{15}k_{12} = k_9, \quad \therefore k_{15} = \frac{k_9}{k_{12}}$$

$$k_{14} + k_{15}k_{13} = k_{10}, \quad \therefore k_{14} = k_{10} - k_{15}k_{13}$$

$$Y_{41} = \frac{k_{14}s}{k_{12} + k_{13}s^2} = \frac{1}{Z_{41}}$$

$$Z_{41} = \frac{k_{12} + k_{13}s^2}{k_{14}s} = \frac{k_{13}}{k_{14}}s + \frac{1}{\frac{k_{14}}{k_{12}}s}$$

$$L_4 = \frac{k_{13}}{k_{14}}, \quad C_2 = \frac{k_{14}}{k_{12}} \quad (109)$$

$$Y_{42} = \frac{k_{15}}{s} = \frac{1}{Z_{42}}$$

$$Z_{42} = \frac{1}{k_{15}}s, \quad \therefore L_5 = \frac{1}{k_{15}}$$

これで、予想したとうりに図 1 5 の回路形式が合成できた。

注：奇数次のローパスフィルタでも、次数が $n = 2m + 1$ の場合には未知数は m 個となる。

注：5 次以上の回路の合成では、今回の例のように L 、 C の直列回路が並列に入っているものを取り出す時には、取り出される式の分母に L 、 C の直列回路の分母と同じ 2 次式の共通因子があることを利用する。

次にこの回路の伝達関数を計算して、この回路形式が目的のものかどうかを確認する。

4 - 3 合成した5次の回路の伝達関数を実例で確認する

$$\text{変形した反伝達関数} \quad T = \frac{n_0 + n_1 s + n_2 s^2 + n_3 s^3 + n_4 s^4 + s^5}{d_0 + d_2 s^2 + d_4 s^4} \quad (97)$$

フィルタ素子のパラメータ

$$L_1 = k_1, \quad L_2 = k_5, \quad L_3 = k_{11}, \quad L_4 = \frac{k_{13}}{k_{14}}, \quad L_5 = \frac{1}{k_{15}}$$

$$C_1 = k_6, \quad C_2 = \frac{k_{14}}{k_{12}}$$

$$k_2 = n_1 R_1 - k_1 n_0, \quad k_3 = n_3 R_1 - k_1 n_2, \quad k_4 = R_1 - k_1 n_4$$

$$0 < k_1 < \frac{n_1}{n_0} R_1, \quad k_1 < \frac{n_3}{n_2} R_1, \quad k_1 < \frac{1}{n_4} R_1$$

$$k_7 = k_2, \quad k_9 = n_0, \quad x = \frac{k_3 + \sqrt{k_3^2 - 4k_2 k_4}}{2k_2}$$

$$k_5 = -k_2 (k_3 x - 2k_4) / \{(n_0 k_3 - n_2 k_2)x + (n_4 k_2 - n_0 k_4)\}$$

$$k_8 = k_3 - k_2 x, \quad k_6 = \frac{x}{k_5}, \quad k_{10} = n_2 - \left(n_0 + \frac{k_2}{k_5} \right) x$$

$$k_{12} = k_2 - k_{11} n_0, \quad k_{13} = k_8 - k_{11} k_{10}$$

$$0 < k_{11} < \frac{k_2}{n_0}, \quad k_{11} < \frac{k_8}{k_{10}}$$

$$k_{15} = \frac{n_0}{k_{12}}, \quad k_{14} = k_{10} - k_{15} k_{13}$$

マクローリスフィルタ 楕円関数 次数=5

$$F_p = 1.0000\text{KHz} \quad \text{attp} = 0.1000\text{dB} \quad F_s = 1.5000\text{KHz} \quad \text{atts} = 43.42\text{dB}$$

$$P_0 = 4.0825\text{K} \quad P_1 = 0 \quad P_2 = 4.0825\text{K}$$

$$n \quad P_{n_0} \quad P_{n_1} \quad P_{n_2} \quad P_{n_3} \quad P_{n_4}$$

$$1 \quad 1.4342\text{K} \quad 45.3885\text{Meg} \quad 0.2600 \quad 0 \quad 55.8229\text{Meg}$$

$$2 \quad 5.2406\text{K} \quad 30.6247\text{Meg} \quad 0.2600 \quad 0 \quad 24.9003\text{Meg}$$