

## 標本平均値と指定された値との検定

ある母集団の平均値を $\mu$ （未知）とする。

そこから採集した $N$ 個のデータを  $\{x_i\}_{i=1}^N$  とし、標本による平均値を $\bar{X}$  とする。

また標本の不偏分散を $U^2$ とする。

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \quad U^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}{N-1}$$

ここでは、母集団の平均値  $\mu$  が、指定された値(入力値)  $\bar{\mu}$  に等しいかどうかを検定する。

$$\text{計算される統計量} \quad T = \frac{\bar{X} - \bar{\mu}}{\frac{U}{\sqrt{N}}} = \frac{\bar{X} - \bar{\mu}}{U} \sqrt{N} \quad \text{は自由度 } N-1 \text{ の } T \text{ 分布に従う。}$$

検定についての考え方には3通りあり、帰無仮説はいずれも

帰無仮説 : 母集団平均値  $\mu$  は指定された値  $\bar{\mu}$  に等しい

であるが、対立仮説は

対立仮説(1) : 母集団平均値  $\mu$  は指定された値  $\bar{\mu}$  に等しくない (両側検定)

対立仮説(2) : 母集団平均値  $\mu$  は指定された値  $\bar{\mu}$  より小さい (左片側検定)

対立仮説(3) : 母集団平均値  $\mu$  は指定された値  $\bar{\mu}$  より大きい (右片側検定)

の3通りとなる。

対立仮説別に利用について説明する。

ここでは、車の燃費 (km/l) データを例に説明する。

ある車種の燃費は25 (km/l)とされている。

右表に 40 台分の実測された燃費 (の一部) が記載されており、

- ・ 標本平均 は 23.85
- ・ 不偏分散値 は 2.97

である。

No	試験車 ID	燃費(Km/ l)
1	T-1	22.79
2	T-2	27.03
...	...	...
39	T-39	25.04
40	T-40	26.27

本当に 25 (km/l) かを知りたい。

ここでは、まず25 (km/l)が妥当なものかを検討する。

### (1) 両側検定を利用する

帰無仮説 : 「母集団平均値  $\mu = \text{入力値 } \bar{\mu}$ 」

であり、統計量  $T$  が帰無仮説の採択域に入る場合、

帰無仮説が採用される。

この場合の採択域は  $[-2.02, 2.02]$  である。

(自由度 39、有意水準 5% の場合)

一方、統計量  $T$  が棄却域に入る場合、

つまり  $T \in (-\infty, -2.02]$  or  $T \in [2.02, \infty)$  の場合

対立仮説が採用されることになる。

対立仮説は  $\mu \neq \bar{\mu}$  で、 $\mu > \bar{\mu}$  か  $\mu < \bar{\mu}$

についてはどちらでもよく、とにかく  $\mu \neq \bar{\mu}$

を主張するものである。

入力指定値に 25 を設定し、標本平均値 (23.85)、

不偏分散値 (2.97) を用いて統計量  $T$  を計算すると、

$T = -4.23$  で棄却域に入り、対立仮説  $\mu \neq \bar{\mu}$  が採用される。

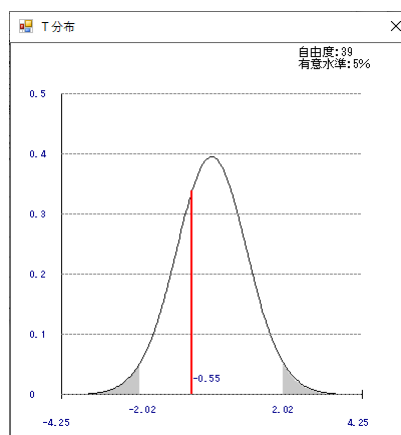
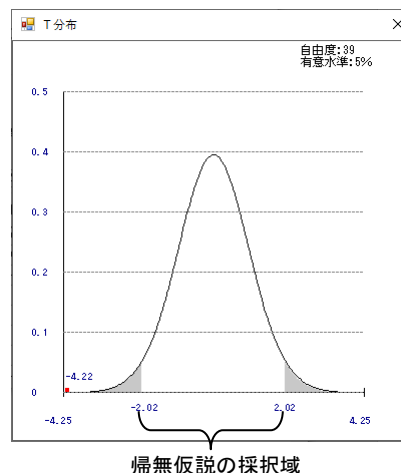
つまり、 $\mu = 25$  を主張するには無理がある。(右上分布図)

では 入力指定値に 24 を設定した場合はどうか。

この場合  $T = -0.56$  で採択域に入り、帰無仮説  $\mu = \bar{\mu}$

が採用される。(右の分布図)

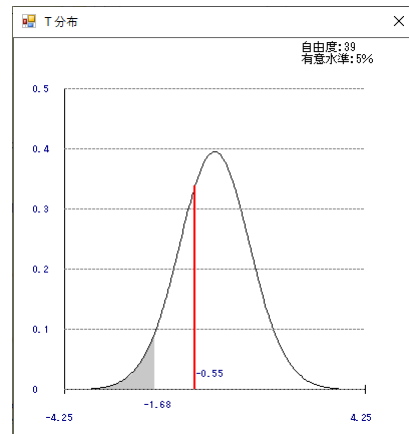
なので、 $\mu = 25$  は苦しいが、 $\mu = 24$  は妥当といえる。



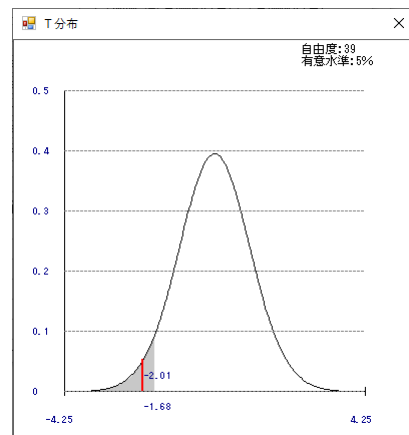
## (2) 左片側検定を利用する

帰無仮説は「母集団平均値  $\mu = \text{入力値 } \bar{\mu}$ 」で、  
対立仮説は「 $\mu < \bar{\mu}$ 」である。

先の両側検定で  $\mu = 24$  は妥当となった。  
では 次に「 $\mu < 24$ 」ではないかを検討する。  
ここでは対立仮説「 $\mu < 24$ 」を利用する。  
入力指定値に 24 を設定する。  
左片側検定なので、棄却領域が両側検定より広がり  
( $-\infty, -1.68$ ) となる。が、統計量  $T$  は先と同じで  
-0.56 であるため、帰無仮説の採択領域に入るため、  
帰無仮説を棄却できない。つまり対立仮説は成り立たない。  
(右の分布図)



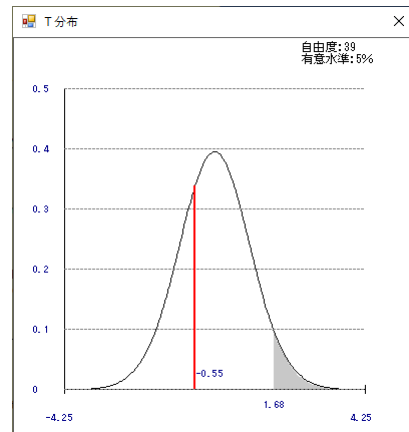
次に入力値を多少上方に修正し、  
「 $\mu < 24.4$ 」ではないかを検討する。  
ここでは対立仮説「 $\mu < 24.4$ 」を利用する。  
入力指定値に 24.4 を設定する。  
棄却領域は先と同じ ( $-\infty, -1.68$ ) であるが、  
入力値が変わるため、統計量  $T = -2.03$  となる。  
帰無仮説の棄却領域に入るため、帰無仮説を棄却する。  
(右の分布図)



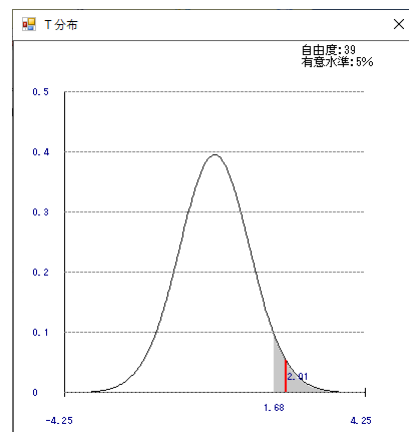
## (3) 右片側検定を利用する

帰無仮説は「母集団平均値  $\mu = \text{入力値 } \bar{\mu}$ 」で、  
対立仮説は「 $\mu > \bar{\mu}$ 」である。

ここでは「 $\mu > 24$ 」ではないかを検討する。  
ここでは対立仮説「 $\mu > 24$ 」を利用する。  
入力指定値に 24 を設定する。  
右片側検定なので、棄却領域が両側検定より広がり  
[1.68,  $\infty$ ) となる。が、統計量  $T$  は先と同じで  
-0.56 であるため、帰無仮説の採択領域に入るため、  
帰無仮説を棄却できない。つまり対立仮説は成り立たない。  
(右の分布図)



次に入力値を多少下方に修正し、  
「 $\mu > 23.3$ 」ではないかを検討する。  
ここでは対立仮説「 $\mu > 23.3$ 」を利用する。  
入力指定値に 23.3 を設定する。  
棄却領域は先と同じ [1.68,  $\infty$ ) であるが、  
入力値が変わるため、統計量  $T = 2.00$  となる。  
帰無仮説の棄却領域に入るため、帰無仮説を棄却する。  
(右の分布図)



なお、サンプルサイズ  $N$  が大きいと、統計量  $T$  の式の  $\sqrt{N}$  が大きくなる、つまり  $T$  の絶対値が大きく、 $p$  値が小さくなり、帰無仮説が棄却されることが多くなる。

その為、サンプルサイズの大小に影響されにくい効果量  $d$  を同時に表示する。

$$\text{効果量 } d = \frac{\bar{X} - \bar{\mu}}{U} = \frac{T}{\sqrt{N}} \quad \text{ただし } U^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}{N-1}$$