

## ロジスティック回帰分析（最小二乗法による）

ある現象が起こる確率  $P$  を

$$P = \frac{1}{1 + \exp(- (a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m))} \quad \dots \textcircled{1}$$

で近似する。

$$\begin{aligned} 1 - P &= 1 - \frac{1}{1 + \exp(- (a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m))} \\ &= \frac{\exp(- (a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m))}{1 + \exp(- (a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m))} \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

となるので、

$$\begin{aligned} \frac{P}{1-P} &= \frac{1}{\exp(- (a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m))} \\ &= \exp(a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m) \quad \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

従って、

$$P = (1 - P)\exp(a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m)$$

となり、

$$\begin{aligned} P(1 + \exp(a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m)) \\ = \exp(a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m) \end{aligned}$$

となるので、

$$p = \frac{\exp(a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m)}{1 + \exp(a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m)} \quad \dots \textcircled{4}$$

となる。

③式より  $0 < P < 1$  であれば

$$\ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = (a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m)$$

(  $\ln(x)$  は  $x$  の自然対数である )

でありそのまま最小二乗法を適用して計算できる。

しかし、 $P = 0$ 、 $P = 1$  が起こりうる場合は、そのまま適用できない。