

対応を持つ2つの群の平均値の検定（等分散を前提）

1. 目的

対応を持つ2つの群のデータの平均値が等しいかどうかを検定します。

対応を持つとは、例えば、ダイエット薬の効果を検査する為に、N人の被験者の

- ・ 服用前の体重データを $\{x_i\}$

- ・ 服用後の体重データを $\{y_i\}$

として同一対象の変化を調査するときのデータの対応のことです。

3パターンの検査ができます。

μ_1 を第1群(服用前)の母平均、 μ_2 を第2群(服用後)の母平均とした時

(a) 2群間の平均値には差がない。つまり $\mu_1 = \mu_2$ といえるかの検査

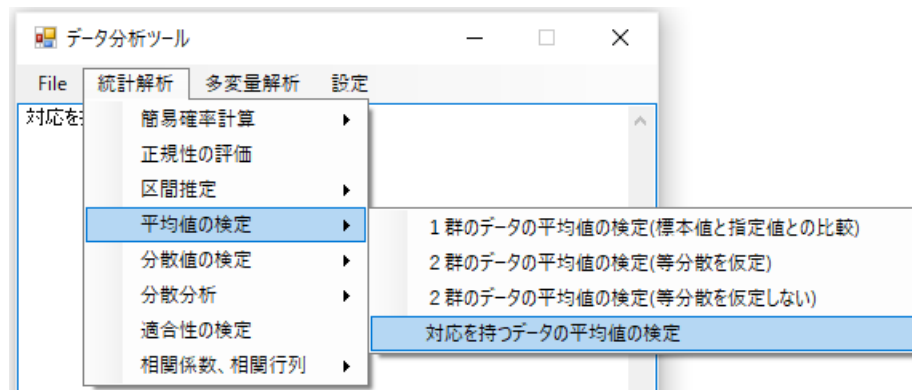
(b) $\mu_1 < \mu_2$ といえるかの検査

(c) $\mu_1 > \mu_2$ といえるかの検査

2. 使用法

(1) メニューの選択

メニューの「統計解析→平均値の検定→対応を持つデータの平均値の検定」を選択します。



(2) パネルが表示されます。

(3) データの入力

パネルの下の部分にデータを入力します。

☐ 表データを貼り付け ☐ 先頭行をラベルとして使用

	N0	ID	Value1	Value2
*				

データの入力方法は以下の2つあります。

- ① 表計算ソフトのデータをコピーして貼り付ける方法
- ② 直接数値を入力する方法

車の燃費の改善前と改善後のデータ比較を例に説明します。

あるメーカーが車の燃費改良を行い、40台の計測された燃費データがあるとします。

表計算ソフトのデータをグリッドにコピーします。

☒ 表データを貼り付け ☒ 先頭行をラベルとして使用

	N0	試験車ID	改良前	改良後
▶	1	A-1	22.79	25.67
	2	A-2	27.03	23.34
	3	A-3	23.49	25.85
	4	A-4	25.44	22.18
	5	A-5	20.45	23.41
	6	A-6	24.57	25.00
	7	A-7	24.29	20.36

(4) 計算条件の指定

対応を持つデータの平均値が等しいかの検定 (Studentの T検定)

有意水準 α (%): ☒ 両側 ☐ 片側検定(左) ☐ 片側検定(右)

“有意水準”には デフォルトで 5 が指定されています。変更できます。

その右側の ☒ 両側 ☐ 片側検定(左) ☐ 片側検定(右) は、

以下の3つの検査目的に応じて選択します。つまり、

「

- (a) 改良前の母平均 μ_1 と 改良後の母平均 μ_2 とが等しいとみなせるかの検査
- (b) 改良前の母平均 $\mu_1 < \text{改良後の母平均 } \mu_2$ とみなせるかの検査
- (c) 改良前の母平均 $\mu_1 > \text{改良後の母平均 } \mu_2$ とみなせるかの検査

」

・「(a) 改良前の母平均 μ_1 と 改良後の母平均 μ_2 とが等しいとみなせるかの検査」を目的とする場合は、☒ **両側** を選択します。

$\mu_1 = \mu_2$ の判断に利用されます。

棄却された場合（対立仮説が採択される場合）、 $\mu_1 \neq \mu_2$ ということになりますが、 $\mu_1 < \mu_2$ なのか $\mu_1 > \mu_2$ なのかは 問題にしません。

“ $\mu_1 = \mu_2$ ”であるかどうかを問題にするという立場です。

棄却されなければ（帰無仮説が採択される場合）、“ $\mu_1 = \mu_2$ である”という主張を覆せません。

・「(b) 改良前の母平均 $\mu_1 < \mu_2$ とみなせるかの検査」を目的とする場合は、☒ **片側検定(左)** を選択します。

$\mu_1 < \mu_2$ の判断に利用されます。

棄却された場合（対立仮説が採択される場合）、 $\mu_1 < \mu_2$ と判断できます。

棄却されなければ（帰無仮説が採択される場合）、“ $\mu_1 = \mu_2$ である”という主張を覆せません。

・「(c) 改良前の母平均 $\mu_1 > \mu_2$ とみなせるかの検査」を目的とする場合は、☒ **片側検定(右)** を選択します。

$\mu_1 > \mu_2$ の判断に利用されます。

棄却された場合（対立仮説が採択される場合）、 $\mu_1 > \mu_2$ と判断できます。

棄却されなければ（帰無仮説が採択される場合）、“ $\mu_1 = \mu_2$ である”という主張を覆せません。

(5) 計算実行

ボタンを押すと計算されます。

(6) 計算結果

☒ **両側** を選択しての計算結果を表示しています。

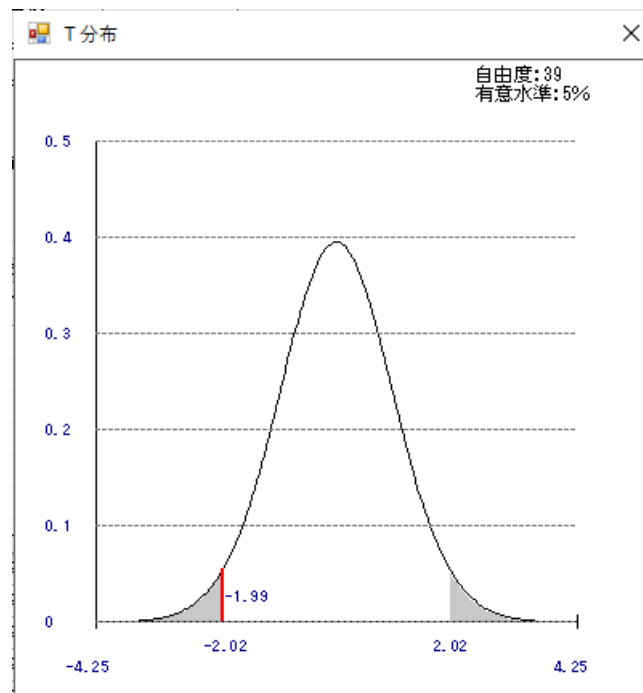
計算結果			
自由度:	39		
平均値 1:	23.84575	(不偏)分散値 1:	2.968451
平均値 2:	24.76375	(不偏)分散値 2:	4.711573
T 値:	-1.996929	帰無仮説の採択域:(-2.023216 , 2.023216)
P値(%):	5.285	<input type="button" value="分布関数"/>	
結 果:	有意でない: 帰無仮説 (2つの平均値は等しい)は棄却できない		
効果量:	-0.3157421846809		

自由度、平均値、不偏分散値は、入力された標本データをもとに計算されます。それぞれの平均値は標本データの平均ですので、母集団平均ではありませんが、母集団平均はそれぞれの標本平均値の近傍にあることになります。

“T 値”は“ $\mu_1 = \mu_2$ である”と仮定し標本データから計算された統計量で、帰無仮説の採択域（-2.02、2.02）の中にあれば帰無仮説を採択し、外れていれば帰無仮説を棄却、つまり対立仮説を採択することになります。

この場合 T=-1.99 で、帰無仮説の採択域（-2.02、2.02）のなかにあり、また有意確率（P 値）が 5.28（%）と有意水準（5%）よりやや大きいので、辛うじて帰無仮説を採択することになります。

この様子は **分布関数** を選択することで、直観的に判断できます。
次のグラフが表示されます。



この T 分布を見ると、“ $\mu_1 = \mu_2$ である”と仮定して計算された T 値が-1.99 ですから、ぎりぎりのところで帰無仮説“ $\mu_1 = \mu_2$ である”が採択されました。

これは燃費が改良されたと言い難いという悲しい結果を示しているわけですが、しかし全くダメっというわけではなく、あと少しの工夫で改良できたともいえます。

以上をまとめた結論が、下の 1 行に記述されます。

結 果 : 有意でない: 帰無仮説 (2つの平均値は等しい)は棄却できない

ここでいう“有意:”とは、帰無仮説が棄却される、つまり対立仮説が採択されることを意味します。

逆に“有意でない:”とは、帰無仮説が棄却されないことを意味します。

ここまでの結果は 両側検定 でのものでしたが、左片側検定 つまり
「改良前の母平均 μ_1 < 改良後の母平均 μ_2 とみなせるかの検査」ならどうなるでしょう？

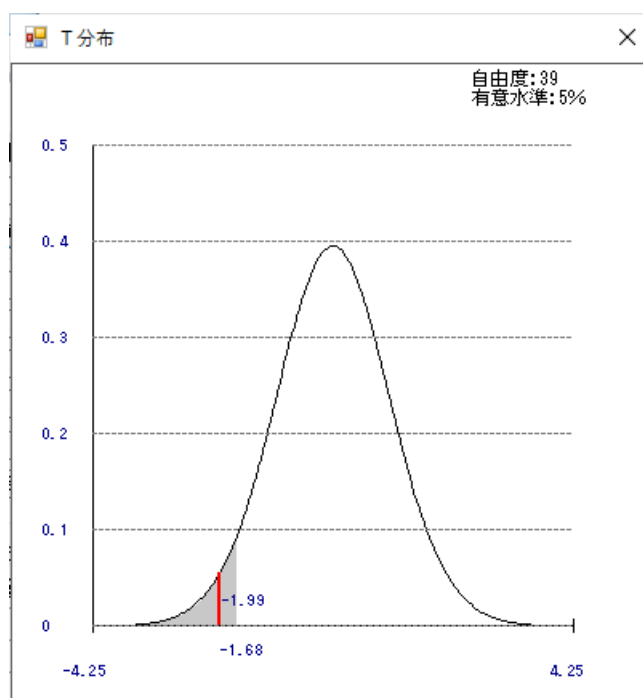
結果はこうなります。

計算結果		
自由度:	39	
平均値 1:	23.84575	(不偏)分散値 1: 2.968451
平均値 2:	24.76375	(不偏)分散値 2: 4.711573
T 値:	-1.996929	帰無仮説の採択域: (-1.684492, 8.514339)
P 値 (%):	2.642	分布関数
結 果:	有意: 対立仮説(第 1 群(左)の平均値は第 2 群(右)より小さい)を採択	
効果量:	-0.3157421846809	

T 値などの統計量は変わりませんが、帰無仮説の採択域が変わる、言い換えると棄却域が変わり $(-\infty, -1.68)$ と左側が広がる（右側の棄却域がなくなる）ため、T 値が棄却域に入ることになります。

つまり、対立仮説が採用され、「改良前の母平均 μ_1 < 改良後の母平均 μ_2 」が言えることになります。

この様子を **分布関数** で選択し、次のグラフで確認できます。



なお、最後に表示されている 効果量 ですが、サンプルサイズが大きいと、p 値が小さくなり、帰無仮説が棄却されることが多くなります。その為、サンプルサイズの大小に影響されにくい効果量 d を同時に表示しています。

効果量 $d = \frac{\bar{d}}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 - 2u_{xy}}}$ ただし

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}, u_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}{N-1}, u_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})^2}{N-1}, u_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{N-1}$$