

## 母比率 $p$ の推定に必要な標本サイズについて

母集団を有限母集団とした時の母比率の標本誤差(精度)  $\beta$  は以下で表現される。

$N$  : 母集団数

$n$  : 必要とするサンプル数

$K_{\alpha/2}$  : 標準正規分布の上側確率が  $\alpha/2$  となる値

$\hat{p}$  : 事前比率

$\beta$  : 母比率の標本誤差(精度)

とすると、

$$\beta = K_{\alpha/2} \sqrt{\frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

と表現される。

上式の  $\frac{N-n}{N-1}$  は 有限母集団修正項 とよばれるもの。

上式を変形する。

$$\beta^2 = K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}$$

$$n = K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\beta^2}$$

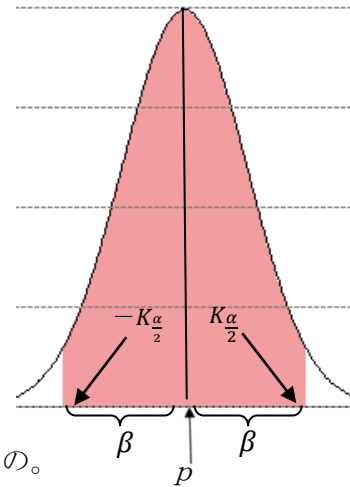
$$n + K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{n}{N-1} \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\beta^2} = K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{N}{N-1} \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\beta^2}$$

$$n \left( 1 + K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{1}{N-1} \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\beta^2} \right) = K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{N}{N-1} \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\beta^2}$$

$$n = \frac{K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{N}{N-1} \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\beta^2}}{1 + K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{1}{N-1} \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\beta^2}}$$

$$n = \frac{K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\beta^2}}{\frac{N-1}{N} + K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{1}{N} \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\beta^2}}$$

$$\text{従って必要となるサンプル数 } n \geq \frac{K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\beta^2}}{\frac{N-1}{N} + K_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{N\beta^2}} \text{ となる。}$$



### \*) 有限母集団修正項について

母集団が有限で、抽出したサンプルを母集団に戻さない（非復元抽出）場合、抽出の度に母集団の数が減少する。

母集団の数が変わると母分散は変動し、それに伴ない標本平均の分散も変動する為、区間推定の範囲も変動する。

有限母集団修正項  $\frac{N-n}{N-1}$  は、その補正を行うもので、証明は以下などを参照のこと。

<https://www.cis.twcu.ac.jp/~asakawa/waseda2006/chapt08-sup.pdf>