

## 自由度について

ここでは平方和の自由度について説明する。

調査対象のデータについて

- ・ 標本データ数を  $n$
- ・ 標本データを  $\{x_i\}_{i=1}^n$
- ・ 標本平均を  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
- ・ 調査対象データの母平均を  $\mu$

とする。

### 1. 母平均を用いた平方和

母平均を用いた平方和  $\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$  の自由度は  $n$  である。  
任意に抽出された標本データと、母平均とは 独立しているためである。

### 2. 標本平均を用いた平方和

実際には母平均は未知なことが多く、その場合標本平均を母平均の代用とする。

標本平均による平方和  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  の自由度は  $n - 1$  である。

これは、 $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n x_i - n\bar{x} = 0$  であるから、

例えば最後の  $n$  について

$$-(x_n - \bar{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})$$

であり、 $(x_n - \bar{x})^2 = \left( \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x}) \right)^2$  となるから

$x_n$  の値に関わらず、 $(x_n - \bar{x})^2$  は他の  $\{x_i\}_{i=1}^{n-1}$  によって決まって

しまうからである。

従って、 $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  の自由度は  $n - 1$  となる。