

分散値の区間推定（母平均は未知）

データを $\{x_i\}_{i=1}^n$ とした時の、分散値を区間推定する。
但し 以下を前提とする。

- ・データは正規分布に従う。

\bar{X} を $\{x_i\}_{i=1}^n$ の標本平均、 U^2 を $\{x_i\}_{i=1}^n$ の不偏分散 とする。

すなわち $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$, $U^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}$

この時 $\frac{(n-1)U^2}{\sigma^2}$ は 自由度 $n-1$ の χ^2 分布に従う。

この時、母分散 σ^2 の信頼区間は

$$\frac{(n-1)U^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)U^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)}$$

ここで $\chi_{\alpha/2}^2(n-1)$ は自由度 $n-1$ の χ^2 分布の上側確率が $\frac{\alpha}{2}$ となる値。

$\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$ は自由度 $n-1$ の χ^2 分布の下側確率が $\frac{\alpha}{2}$ となる値。

となる。

