

# アクティブフィルタの設計

1987/08/06 ～

2020/04/21

次数の計算方法を追加・

2022/10/24

三浦 高志

# アクティブフィルタの設計と合成

## 及びデジタルフィルタへの変換

1993年10月22日 三浦 高志

プログラム操作の流れ（予定）

1 フィルタの種類を選ぶ（それぞれ別のプログラムとなる可能性もある）

- 1。ローパスフィルタ
- 2。ハイパスフィルタ
- 3。バンドパスフィルタ
- 4。バンドエリミネーションフィルタ

2 フィルタ特性を選ぶ

- 1。バターワースフィルタ
- 2。チェビシェフフィルタ
- 3。逆チェビシェフフィルタ
- 4。楕円関数フィルタ

3 回路形式を選ぶ

- 1。回路形式1（ローパス用）
- 2。回路形式2（ローパス用）
- 3。回路形式3（ハイパス用）
- 4。回路形式4（ハイパス用）
- 5。回路形式5（バンドパス用）
- 6。回路形式6（バンドパス用）
- 7。回路形式7（ステートバリャブルフィルタ）  
（ローパス及びハイパス用）
- 8。回路形式8（G I Cフィルタ）  
（ローパス用）
- 9。ツインT型フィルタ  
（ローパス及びハイパス用）

4 設計方法を選ぶ

- 1。次数を指定する
- 2。減衰特性を指定する

5 出力ファイル名を入力して計算を実行する

## 参考文献

1. アナログフィルタの設計 著者 M. E. VAN VALKENBURG  
監訳者 柳沢 健、訳者 金井 元  
発行所 秋葉出版株式会社、1985年3月25日 初版発行  
〒101 東京都千代田区神田和泉町1-2-5 電話(03)866-5491
2. 電子フィルタ 回路設計ハンドブック 著者 A. B. WILLIAMS  
監訳者 加藤 康雄、訳者 荒木 亮一  
発行所 マグロウヒル ブック株式会社、昭和60年11月25日第1刷発行  
〒104 東京都中央区銀座4-14-11 (七十七ビル) 電話(03)542-8821
3. 実用アナログフィルタ設計法 著者 今田 悟／深谷 武彦  
発行所 CQ出版株式会社、1989年1月30日 初版発行  
〒170 東京都豊島区巣鴨1-14-2 電話(03)5395-2121
4. アクティブフィルタの設計 著者 柳沢 健／金光 磐  
発行所 株式会社 産報、1973年12月5日 初版印刷  
〒105 東京都港区浜松町1-10-17 電話(03)436-4151
5. MANUAL OF ACTIVE FILTER DESIGN  
著者 John L. Hilburn & David E. Johnson  
発行所 McGraw-Hill Book Company  
1221 Avenue of the Americas New York,  
New York 10020
6. トランジスタ技術 1988年2月号  
(保存版 アナログフィルタのすべて)  
著者 深谷 武彦／今田 悟／林 宏／岩室 光／池田 哲夫  
発行所 CQ出版社
7. Approximation Methods for Electronic Filter Design  
著者 R. W. Daniels  
発行所 McGraw Hill、1974

8。デジタル信号処理のポイント 著者 石田 義久／鎌田 弘之

発行所 産業図書株式会社、1989年7月31日初版第1刷

〒102 東京都千代田区飯田橋2-11-3 電話(03)3261-7821

9。Handbook of Filter SYNTHESIS 著者 Anatol I. Zverev

発行所 JOHN WILEY & SONS、1967

## アナログフィルタの設計と合成

### 第1章 ローパスフィルタの設計

#### 1-1 ローパスフィルタの種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースローパスフィルタ
- b. チェビシェフローパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフローパスフィルタ
- d. 楕円関数ローパスフィルタ

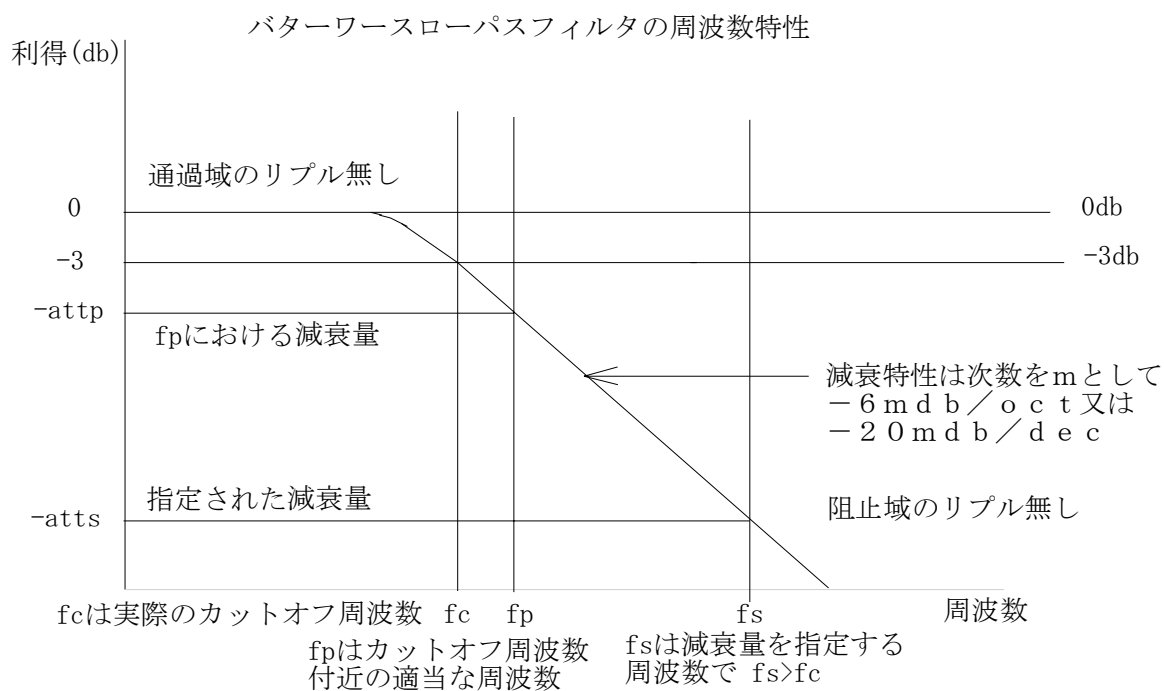


図1-1 バターワースローパスフィルタの周波数特性

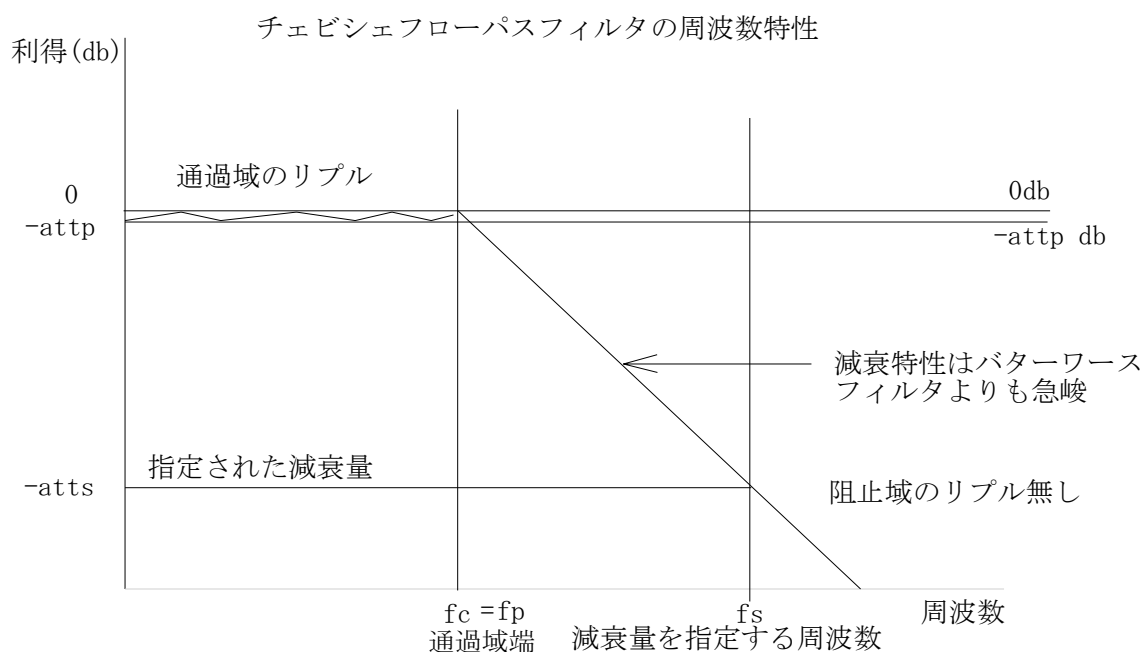


図 1 - 2 チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

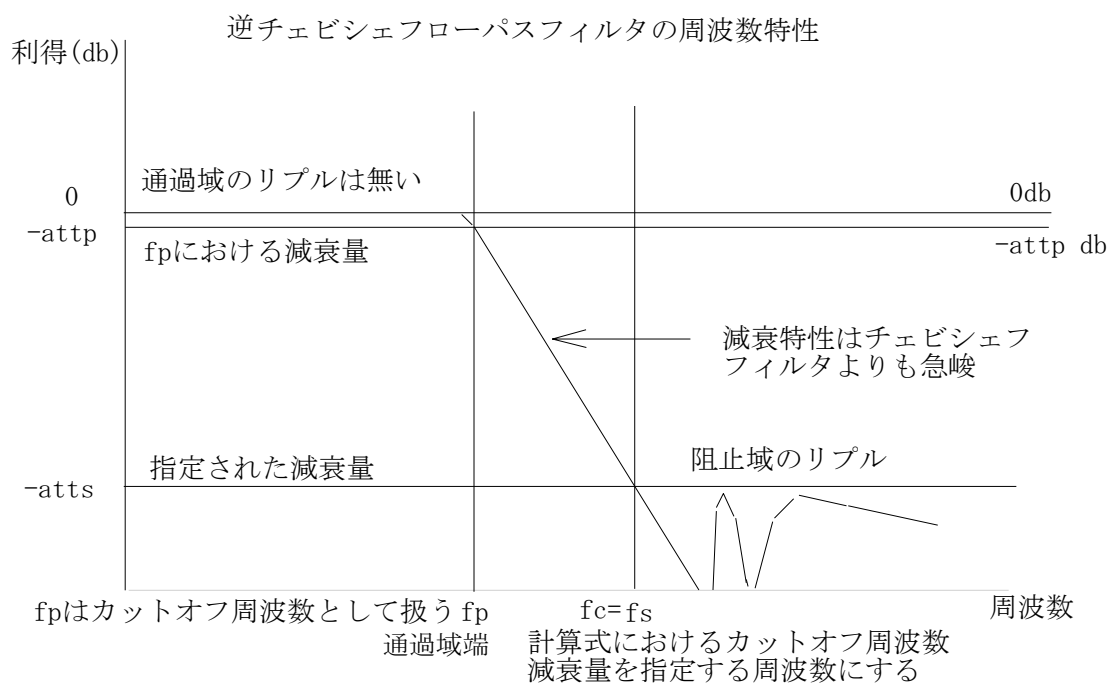


図 1 - 3 逆チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

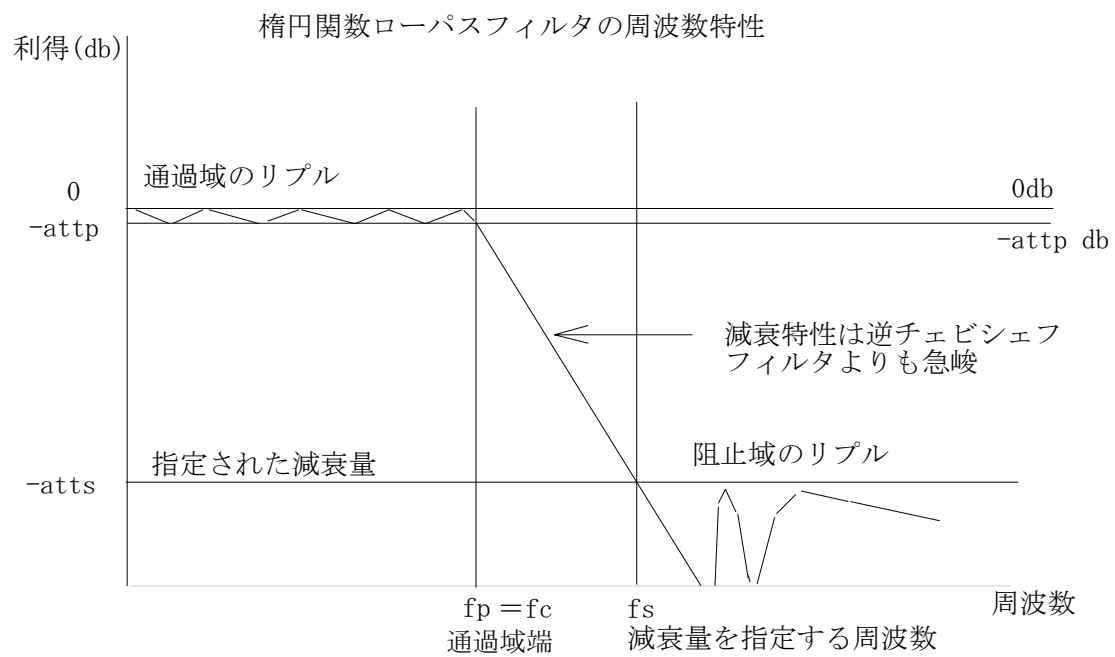


図 1 - 4 楕円関数ローパスフィルタの周波数特性



### 1-2 極のみを持つ伝達関数の例

$$1 \text{ 次の関数} \quad H_1(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \quad (1-1)$$

$$2 \text{ 次の関数} \quad H_{2k}(\omega_{ck}, s) = \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-2)$$

$$m \text{ 次の関数} \quad H_m(\omega_c, s) = \left\{ H_1(\omega_{c0}, s) \right\} \prod_{k=1}^{m/2} H_{2k}(\omega_{ck}, s) \quad (1-3)$$

### 1-3 バターワースフィルタの設計

m 次のバターワースローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています

$$\left| H_m(\omega_c, j\omega) \right|^2 = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_c)^{2m}} \quad (1-4)$$

ここで、 $s = j\omega$  として上式に代入し、分母=0 とすると極が求まります。

$$s = j\omega_c \sqrt[2m]{-1}$$

$$\sqrt[2m]{-1} = \exp\left(j \frac{\pi(2k+1)}{2m}\right) \dots (k = 0, 1, \dots, 2m-1)$$

$$j = \exp\left(j \frac{\pi}{2}\right) = \exp\left(j \frac{m\pi}{2m}\right)$$

$$s = \omega_c \exp\left(j \frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right)$$

$$s = \omega_c \left\{ \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) + j \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \right\} \quad (1-5)$$

これらの極は半径  $\omega_c$  の円上に並びますが、実際にフィルタを構成する場合には、s 平面の左半面にある極のみを用います。

従って、 $\theta = \frac{\pi(2k+1+m)}{2m} = \pi$  となる k 以外では共役複素根を持つことになります。

極の共役複素根を、 $s = p_k \pm jq_k$  とすると、

$$\{s - (p_k + jq_k)\} \{s - (p_k - jq_k)\} = s^2 - 2p_k s + (p_k^2 + q_k^2) = s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2$$

が成り立ちます、これから

$$\begin{aligned} \omega_{ck} &= \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\ Q_k &= -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{\omega_{ck}}{2p_k} \end{aligned} \quad (1-6)$$

#### 1-4 バターワースローパスフィルタの伝達関数のまとめ

バターワースローパスフィルタの次数 $m$ 、カットオフ周波数 $f_c$ とすると、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

バターワースローパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-7)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-8)$$

(1-7), (1-8)において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2} = \omega_c \quad (1-9)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

以上で、バターワースローパスフィルタの伝達関数は完全に求められました。

## 1-5 与えられた仕様を満たすバターワースローパスフィルタの設計

1-4までで、次数 $m$ とカットオフ周波数 $\omega_c$ によってバターワースローパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

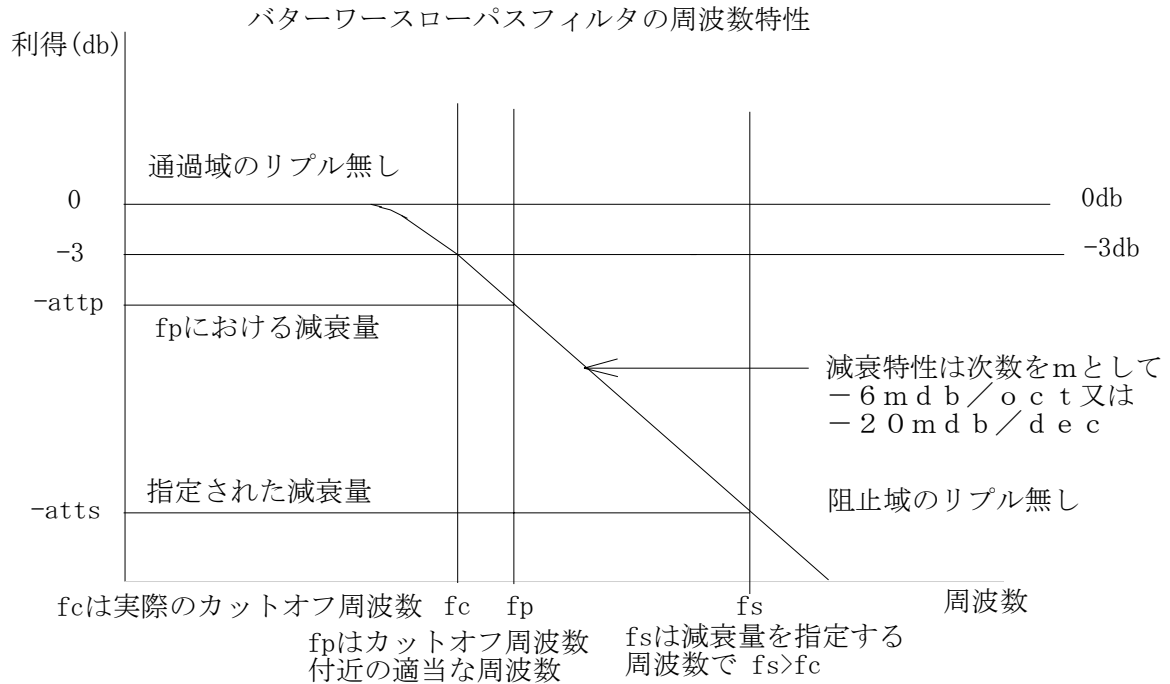


図1-1 バターワースローパスフィルタの周波数特性

図1-1における、 $f_p$ 、 $f_s$ 、 $a_{ttp}$ 、 $a_{tts}$ を与えられて、実際のカットオフ周波数 $f_c$ 及びフィルタの次数 $m$ を求め最終的に伝達関数を求めます。

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{a_{tts}/10} - 1}{10^{a_{ttp}/10} - 1}\right)}{2.0 \log(f_s / f_p)} \quad (1-10)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

求めるバターワースローパスフィルタのカットオフ周波数を計算します。

$$f_c = f_p / \sqrt[2m]{10^{a_{ttp}/10} - 1} \quad (1-11)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

次に、 $m$ と $\omega_c$ を(1-7)から(1-9)に適用すると最終的な設計が完了します。

## 次数の決定方法

カットオフ周波数またはその近辺の周波数 $fp$  (Hz)と減衰量 $ap$  (dB)および、周波数 $fs$  (Hz)と減衰量 $as$  (dB)を与えて、周波数 $fs$  (Hz)における減衰量が $as$  (dB)以上となるフィルターの次数  $m$  を求める。

注意：

ゲイン  $as$  は 0dB 以下の負の数値だが、 $as$  を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

前のページの式 (1-10) では、 $attp$  と  $atts$  は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

バターワース・ローパスフィルタのカットオフ周波数が $fc$ の場合、周波数が $fp$ における減衰量 $ap$  (dB)は次式で示される。

式 (1-4) より、

$$ap = 20 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{fp}{fc}\right)^{2m}}} \right\} = -10 \cdot \log_{10} \left\{ 1 + \left(\frac{fp}{fc}\right)^{2m} \right\} \quad (\text{負号を除去する}) \quad (1)$$

従って、

$$10^{\frac{ap}{10}} = 1 + \left(\frac{fp}{fc}\right)^{2m} \quad \therefore \frac{fp}{fc} = \sqrt[2m]{10^{\frac{ap}{10}} - 1} \quad (2)$$

同様に、

$$as = -10 \cdot \log_{10} \left\{ 1 + \left(\frac{fs}{fc}\right)^{2m} \right\} \quad (\text{負号を除去する}) \quad (3)$$

$$10^{\frac{as}{10}} = 1 + \left(\frac{fs}{fc}\right)^{2m} \quad \therefore \left(\frac{fs}{fc}\right)^{2m} = 10^{\frac{as}{10}} - 1 \quad (4)$$

(4) 式の両辺を常用対数にすると、

$$2m \cdot \log_{10} \left(\frac{fs}{fc}\right) = \log_{10} (10^{\frac{as}{10}} - 1) \quad (5)$$

(2) 式より、

$$fc = \frac{fp}{\sqrt[2m]{10^{\frac{ap}{10}} - 1}} \quad (6)$$

(6) 式を (5) 式に代入すると、

$$2m \cdot \log_{10} \left( \frac{fs}{fc} \right) = 2m \cdot \{ \log_{10}(fs) - \log_{10}(fc) \} = \log_{10} \left( 10^{\frac{as}{10}} - 1 \right)$$

$$2m \cdot \{ \log_{10}(fs) - \log_{10}(fc) \} = 2m \cdot \left\{ \log_{10}(fs) - \log_{10} \left( \frac{fp}{\sqrt[2m]{10^{\frac{ap}{10}} - 1}} \right) \right\}$$

$$= 2m \cdot \left\{ \log_{10}(fs) - \log_{10}(fp) + \frac{1}{2m} \cdot \log_{10} \left( 10^{\frac{ap}{10}} - 1 \right) \right\}$$

$$= 2m \cdot \log_{10} \left( \frac{fs}{fp} \right) + \log_{10} \left( 10^{\frac{ap}{10}} - 1 \right) = \log_{10} \left( 10^{\frac{as}{10}} - 1 \right)$$

従って、

$$2m \cdot \log_{10} \left( \frac{fs}{fp} \right) = \log_{10} \left( \frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} \right)$$

$$\therefore m = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log_{10} \left( \frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} \right)}{\log_{10} \left( \frac{fs}{fp} \right)}$$

前のページの式 (1-10) が得られた。

フィルターの次数は整数なので  $m$  の小数部を切り上げて、  
ローパスフィルタの次数を決定する。

$m$  を切り上げることで、周波数  $fs$  (Hz) における減衰量が  $as$  (dB) 以上となる。

次数ごとの利得関数の確認

伝達関数  $H_m(\omega_c, s) = \left\{ \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q_k} s + \omega_c^2}$  の利得関数が、

$|H_m(\omega_c, s)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}}$  となるかどうかを確認する。

m次の伝達関数は、(1-3) より

$$H_m(\omega_c, s) = \{H_1(\omega_c, s)\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} H_{2k}(\omega_c, s) = \left\{ \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q_k} s + \omega_c^2}$$

よって、利得関数は次式となります。

$$|H_m(\omega_c, s)|^2 = \left\{ \left| \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \right|^2 \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \left| \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q_k} s + \omega_c^2} \right|^2 = \left\{ \left| \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_c} + 1} \right|^2 \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + j \frac{1}{Q_k} \frac{\omega}{\omega_c}} \right|^2$$

$$= \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{1}{\left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right\}^2 + \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

$$\text{従って、} |H_m(\omega_c, s)|^2 = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

利得関数 m=1, 2

m=1 では、

$$|H_1(\omega_c, s)|^2 = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}}$$

m=2 では、

$$|H_2(\omega_c, s)|^2 = \prod_{k=0}^0 \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \pi}{4}\right) \right\}^2 = (-2 \cdot 0.707107)^2 = 2$$

よって、

$$|H_2(\omega_c, s)|^2 = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \{2 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}}$$

利得関数 m=3, 4

m=3 では、

$$|H_3(\omega_c, s)|^2 = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \cdot \prod_{k=0}^0 \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi}{6}\right) \right\}^2 = (-2 \cdot 0.5)^2 = 1$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_3(\omega_c, s)|^2 &= \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \{1 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}} \end{aligned}$$

m=4 では、

$$|H_4(\omega_c, s)|^2 = \prod_{k=0}^1 \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos\left(\frac{5 \cdot \pi}{8}\right) \right\}^2 = (-2 \cdot 0.382683)^2 = 0.585786$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos\left(\frac{7 \cdot \pi}{8}\right) \right\}^2 = (-2 \cdot 0.92388)^2 = 3.41421$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_4(\omega_c, s)|^2 &= \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \{0.585786 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \{3.41421 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \\ &= \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} - \sqrt{2} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \sqrt{2} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\}^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} - 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4} \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}} \end{aligned}$$

## 利得関数 m=5

m=5 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_5(\omega_c, s)|^{-2} = \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \prod_{k=0}^1 \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{6\pi}{10}\right)\right\}^2 = 0.381966$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{8\pi}{10}\right)\right\}^2 = 2.61803$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_5(\omega_c, s)|^{-2} &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{0.381966 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{2.61803 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.61803 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 0.618034 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\}^2 + (0.618034 - 1.61803) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \cdot \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.61803 \cdot 0.618034 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\}^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \cdot \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 \right] \\ &= \left[ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{10} + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{10} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$



利得関数 m=6

m=6 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_6(\omega_c, s)|^{-2} = \prod_{k=0}^2 \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \left\{ \left( \frac{1}{Q_k} \right)^2 - 2 \right\} \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]$$

$$\left( \frac{1}{Q_0} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{7 \cdot \pi}{12} \right) \right\}^2 = 0.267949$$

$$\left( \frac{1}{Q_1} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{9 \cdot \pi}{12} \right) \right\}^2 = 2$$

$$\left( \frac{1}{Q_2} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{11 \cdot \pi}{12} \right) \right\}^2 = 3.73205$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_6(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \{0.267949 - 2\} \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \{2 - 2\} \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \{3.73205 - 2\} \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.73205 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.73205 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\}^2 + (1.73205 - 1.73205) \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \cdot \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 3 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \\ &= \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\}^2 - 3 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \\ &= \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 + 2 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 - 3 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] = \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \\ &= \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{12} - \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 \right] \\ &= 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{12} = 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

利得関数  $m=7$

$m=7$  では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_7(\omega_c, s)|^{-2} = \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \prod_{k=0}^2 \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{8 \cdot \pi}{14}\right)\right\}^2 = 0.198062$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{10 \cdot \pi}{14}\right)\right\}^2 = 1.55496$$

$$\left(\frac{1}{Q_2}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{12 \cdot \pi}{14}\right)\right\}^2 = 3.24698$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_7(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right] \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{0.198062 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \right. \\ &\quad \left. \{1.55496 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{3.24698 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right] \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 0.44504 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{1 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 1.24698 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left[1 - 0.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - 0.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6\right] \left[1 + 1.44504 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 + 0.801938 \cdot \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 0.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6\right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{14} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

### 利得関数 m=8

m=8 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_8(\omega_c, s)|^{-2} = \prod_{k=0}^3 \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \left\{ \left( \frac{1}{Q_k} \right)^2 - 2 \right\} \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]$$

$$\left( \frac{1}{Q_0} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{9 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 0.152241$$

$$\left( \frac{1}{Q_1} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{11 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 1.23463$$

$$\left( \frac{1}{Q_2} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{13 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 2.76537$$

$$\left( \frac{1}{Q_3} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{15 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 3.84776$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_8(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.84776 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 0.765367 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 0.765367 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.84776 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[ 1 + 3.41421 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 - 2.613127 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - 2.613127 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 \right] \cdot \left[ 1 + 3.41421 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + 2.613127 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 + 2.613127 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 \right] \\ &= 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{16} = 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

### 利得関数 m=9

m=9 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_9(\omega_c, s)|^{-2} = \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \prod_{k=0}^3 \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{10 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = .1206147585$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{12 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = 1$$

$$\left(\frac{1}{Q_2}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{14 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = 2.347296358$$

$$\left(\frac{1}{Q_3}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{16 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = 3.532088888$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_9(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right] \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.879385242 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \\ &\quad \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 0.347296358 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 1.532088888 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - 1.879385240 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - 1.879385240 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{10}\right] \left[1 + \right. \\ &\quad \left. 2.532088891 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 + 1.879385246 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 1.879385246 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{18} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

### 利得関数 m=10

m=10 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_{10}(\omega_c, s)|^{-2} = \prod_{k=0}^4 \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \left\{ \left( \frac{1}{Q_k} \right)^2 - 2 \right\} \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]$$

$$\left( \frac{1}{Q_0} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{11 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 0.9788696811$$

$$\left( \frac{1}{Q_1} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{13 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 0.8244294960$$

$$\left( \frac{1}{Q_2} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{15 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 2$$

$$\left( \frac{1}{Q_3} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{17 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 3.175570507$$

$$\left( \frac{1}{Q_4} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left( \frac{19 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 3.902113032$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_{10}(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.902113032 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.175570504 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \\ &\quad \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.175570507 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.902113032 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[ 1 + 5.236067961 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 - 3.077683531 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + 5.236067961 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - 6.155367051 \cdot \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{12} - 3.077683531 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 \right] \cdot \left[ 1 + 4.236067981 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + 3.077683539 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 + 3.077683539 \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 \right] \\ &= 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{20} = 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

## 1-6 チェビシェフローパスフィルタの設計

m 次のチェビシェフローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

$$|H_m(\omega_c, j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 C_m^2(\omega/\omega_c)} \quad (1-12)$$

$$C_m(x) = \cos\{m \cos^{-1}(x)\} \dots \dots \dots |x| \leq 1 \quad (1-13)$$

$$C_m(x) = \cosh\{m \cosh^{-1}(x)\} \dots \dots \dots |x| > 1 \quad (1-14)$$

$\omega = 0$  と  $\omega = \omega_c$  における  $|H_m(\omega_c, j\omega)|^2$  の代表値はそれぞれ次のようになります。

$$|H_m(\omega_c, 0)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cos^2\left(\frac{m\pi}{2}\right)} \quad (1-15)$$

$$|H_m(\omega_c, j\omega_c)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2} \quad (1-16)$$

(1-15) は、m が偶数か奇数かによって次のように整理されます。

$$|H_m(\omega_c, 0)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2} \dots \dots \dots m = \text{even} \quad (1-17)$$

$$|H_m(\omega_c, 0)|^2 = 1 \dots \dots \dots m = \text{odd} \quad (1-18)$$

$\varepsilon$  は通過域のリップルを定めるものであり、  
カットオフ周波数  $f_c = f_p$ 、リップルを a t t p (d b) とすると

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1} \quad (1-19)$$

(1-12) に  $s = j\omega$  を適用して、分母多項式 = 0 とすると極を求めることが出来ます。

$$C_m\left(\frac{s}{j\omega_c}\right) = \pm j \frac{1}{\varepsilon} \quad (1-20)$$

ここで、 $\left|\frac{s}{j\omega_c}\right| \leq 1$  とすると (1-13) より

$$\cos\left\{m \cos^{-1}\left(\frac{s}{j\omega_c}\right)\right\} = \pm j \frac{1}{\varepsilon} \quad (1-21)$$

$$\text{さらに、} \cos^{-1}\left(\frac{s}{j\omega_c}\right) = a + jb \quad (1-22)$$

とすると、

$$\cos\left\{m \cos^{-1}\left(\frac{s}{j\omega_c}\right)\right\} = \cos(ma + jmb) \quad (1-23)$$

$$= \cos(ma) \cosh(mb) - j \sin(ma) \sinh(mb)$$

(1-21) と (1-23) の実部、虚部をそれぞれ等しいとして

$$\cos(ma) \cosh(mb) = 0 \quad (1-24)$$

$$\sin(ma) \sinh(mb) = \pm \frac{1}{\varepsilon} \quad (1-25)$$

定義より、 $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ ,  $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  従って、 $\cosh(mb) \geq 1$  ですから、

(1-24) は  $\cos(ma) = 0$  となります。

$$\begin{aligned} ma &= \frac{\pi(2k+1)}{2} \\ \text{従って、} \\ \therefore a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \end{aligned} \quad (1-26)$$

(1-26) を (1-25) に代入すると、 $\sin(ma) = \pm 1$  より

$$\begin{aligned} \sinh(mb) &= \pm \frac{1}{\varepsilon} \\ \therefore b &= \pm \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = \pm d \end{aligned} \quad (1-27)$$

(1-26) と (1-27) を式 (1-22) に代入すると

$$\begin{aligned} \cos^{-1}(s/j\omega_c) &= a_k \pm jd \\ s/j\omega_c &= \cos(a_k \pm jd) = \cos(a_k) \cosh(d) \pm j \sin(a_k) \sinh(d) \\ \therefore s &= \omega_c \{ \pm \sin(a_k) \sinh(d) + j \cos(a_k) \cosh(d) \} \end{aligned} \quad (1-28)$$

$s = -p_k \pm jq_k$  とすると、

$$\begin{aligned} p_k &= \omega_c \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ q_k &= \omega_c \cos(a_k) \cosh(d) \end{aligned} \quad (1-29)$$

上式を (1-2) に適用すると

$$\begin{aligned} \omega_{ck} &= \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\ Q_k &= \frac{\omega_{ck}}{2p_k} \end{aligned} \quad (1-30)$$

$m$  が奇数の時、 $k = \frac{m-1}{2}$  の時  $a_k = \frac{\pi}{2}$  となり

$p_k = \omega_c \sinh(d)$  ,  $q_k = 0$  となります。

### 1-7 チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

チェビシェフローパスフィルタの次数  $m$ 、カットオフ周波数  $f_c$ 、通過域のリプル  $\text{attp}(\text{db})$  とするとき、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

$m$  が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-31)$$

$m$  が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-32)$$

(1-31), (1-32) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \quad (1-32a)$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

以上で、チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は完全に求められました。



### 1-8 与えられた仕様を満たすチェビシェフローパスフィルタの設計

1-7までで、フィルタの次数 $m$ とカットオフ周波数 $\omega_c$ 及び通過域のリプル $attp(db)$ によってチェビシェフローパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

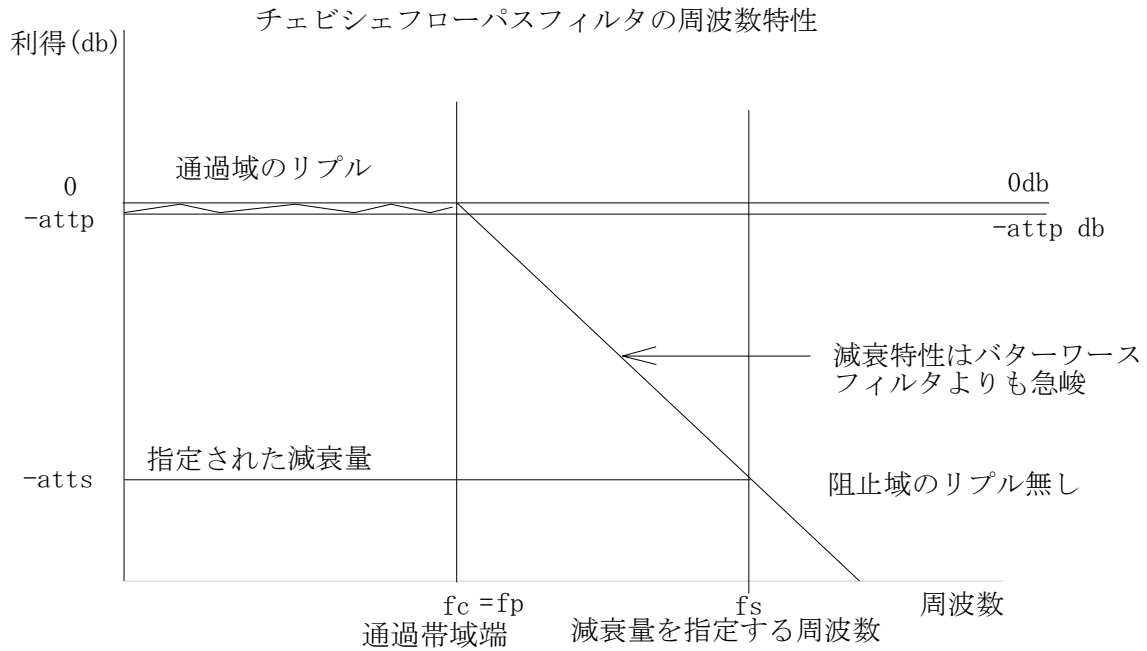


図1-2 チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

図1-2における、 $f_p = f_c$ 、 $f_s$ 、 $attp$ 、 $atts$ を与えられて、チェビシェフローパスフィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left( \frac{f_s}{f_c} \right)} \quad (1-33)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 $m$ を(1-31)から(1-32)に適用すると最終的な設計が完了します。

## 次数の決定方法

カットオフ周波数  $f_c = f_p$  (Hz) と減衰量  $a_p$  (dB) および、周波数  $f_s$  (Hz) と減衰量  $a_s$  (dB) を与えて、周波数  $f_s$  (Hz) における減衰量が  $a_s$  (dB) 以上となるフィルターの次数  $m$  を求める。

注意：

ゲイン  $a_s$  は 0dB 以下の負の数値だが、 $a_s$  を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

前のページの式 (1-33) では、 $att_p$  と  $atts$  は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

チェビシェフ・ローパスフィルタのカットオフ周波数が  $f_p$  の場合、周波数が  $f$  における減衰量  $a_f$  (dB) は次式で示される。

式 (1-12) より、

$$a_f = 20 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2 \left( \frac{f}{f_p} \right)}} \right\} = -10 \cdot \log_{10} \left\{ 1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2 \left( \frac{f}{f_p} \right) \right\} \quad (\text{負号を除去する}) \quad (1)$$

$$C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(x)\} \quad |x| \leq 1 \quad (2)$$

$$C_m(x) = \cosh\{m \cdot \cosh^{-1}(x)\} \quad |x| > 1 \quad (3)$$

$f = f_p$  の時は、 $x = f_p/f_p = 1$  となるので、

$$C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(1)\} = \cos(0) = 1$$

従って、この時の減衰量  $a_p$  は、

$$a_p = -10 \cdot \log_{10}\{1 + \varepsilon^2 \cdot 1\} \quad (\text{負号を除去する}) \quad (4)$$

$$\therefore \varepsilon^2 = 10^{\frac{a_p}{10}} - 1 \quad (5)$$

この  $a_p$  は通過域のリプル量を表わす。

$f_s > f_p$  の時は、 $x = \frac{f_s}{f_p} > 1$  となるので、

$$C_m(x) = \cosh\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}$$

従って、減衰量  $a_s$  は、

$$a_s = -10 \cdot \log_{10} \left[ 1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left( \frac{f_s}{f_p} \right) \right\} \right] \quad (\text{負号を除去する}) \quad (6)$$

従って、

$$10^{\frac{as}{10}} = 1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left( \frac{fs}{fp} \right) \right\}$$

$$\therefore \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left( \frac{fs}{fp} \right) \right\} = \frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{\varepsilon^2} = \frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{\frac{ap}{10^{\frac{ap}{10}} - 1}} \quad (7)$$

$$\therefore \cosh \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left( \frac{fs}{fp} \right) \right\} = \sqrt{\frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{\frac{ap}{10^{\frac{ap}{10}} - 1}}} \quad (8)$$

$$\therefore m \cdot \cosh^{-1} \left( \frac{fs}{fp} \right) = \cosh^{-1} \left( \sqrt{\frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{\frac{ap}{10^{\frac{ap}{10}} - 1}}} \right) \quad (9)$$

$$\therefore m = \frac{\cosh^{-1} \left( \sqrt{\frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{\frac{ap}{10^{\frac{ap}{10}} - 1}}} \right)}{\cosh^{-1} \left( \frac{fs}{fp} \right)}$$

前のページの式 (1-33) が得られた。

フィルタの次数は整数なので  $m$  の小数部を切り上げて、  
ローパスフィルタの次数を決定する。

$m$  を切り上げることで、周波数  $fs$  (Hz) における減衰量が  $as$  (dB) 以上となる。

### 1-9 逆チェビシェフローパスフィルタの設計

$m$  次の逆チェビシェフローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

$$\left| H_m(\omega_c, j\omega) \right|^2 = \frac{\varepsilon^2 C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}{1 + \varepsilon^2 C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)} \quad (1-34)$$

上式において、1-5 チェビシェフローパスフィルタの設計での以下の式が適用されます。

$$C_m(x) = \cos\{m \cos^{-1}(x)\} \dots\dots\dots |x| \leq 1 \quad (1-13)$$

$$C_m(x) = \cosh\{m \cosh^{-1}(x)\} \dots\dots\dots |x| > 1 \quad (1-14)$$

逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は極零型になります。

$s = j\omega$  を (1-34) に代入し、分母多項式 = 0 とし、極を求めます。

$$1 + \varepsilon^2 C_m^2\left(\frac{j\omega_c}{s}\right) = 0 \quad (1-35)$$

$$\therefore C_m\left(\frac{j\omega_c}{s}\right) = \pm j \frac{1}{\varepsilon}$$

$\left| \frac{\omega_c}{\omega} \right| \leq 1$  とすると、(1-13) を用いて、

$$C_m\left(\frac{j\omega_c}{\omega}\right) = \cos\left\{m \cos^{-1}\left(\frac{j\omega_c}{s}\right)\right\} \quad (1-36)$$

となります。ここで、

$\cos^{-1}\left(\frac{j\omega_c}{s}\right) = a + jb$  とし、(1-36) に代入すると、(1-23) と同様に、

$$\cos\left\{m \cos^{-1}\left(\frac{j\omega_c}{s}\right)\right\} = \cos(ma + jmb) \quad (1-37)$$

$$= \cos(ma) \cosh(mb) - j \sin(ma) \sinh(mb)$$

上式を (1-35) の右辺と比較して、実部、虚部をそれぞれ等しいとして、

次のように、(1-24) から (1-27) と等しい結果を得ます。

$$\cos^{-1}\left(\frac{j\omega_c}{s}\right) = a_k + jd$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (1-38)$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

従って、逆チェビシェフローパスフィルタの極は、

$$\begin{aligned}
 j\omega_c/s &= \cos(a_k \pm jd) \\
 &= \cos(a_k) \cosh(d) \pm j \sin(a_k) \sinh(d) \\
 \therefore s &= \frac{\omega_c}{\pm \sin(a_k) \sinh(d) - j \cos(a_k) \cosh(d)} \\
 &= \frac{\pm \sin(a_k) \sinh(d) + j \cos(a_k) \cosh(d)}{\sin^2(a_k) \sinh^2(d) + \cos^2(a_k) \cosh^2(d)} \omega_c
 \end{aligned} \tag{1-39}$$

となります。

$$\begin{aligned}
 s &= -p_k \pm jq_k \text{ として、} \\
 \cos^2(a_k) &= 1 - \sin^2(a_k) \quad \text{を (1-39) に代入すると、} \\
 \cosh^2(d) &= 1 + \sinh^2(d)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_k &= \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \omega_c \dots \dots \dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\
 q_k &= \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1} \omega_c
 \end{aligned} \tag{1-40}$$

となります。

一方、分子=0として零点を求めます。

$$\begin{aligned}
 \varepsilon^2 C_m^2 \left( j\omega_c/s \right) &= 0 \\
 \therefore C_m \left( j\omega_c/s \right) &= 0 \\
 \left| \omega_c/s \right| &\leq 1 \text{ とすると、 (1-13) を用いて、} \\
 \cos \left\{ m \cos^{-1} \left( j\omega_c/s \right) \right\} &= 0 \\
 \therefore m \cos^{-1} \left( j\omega_c/s \right) &= \frac{\pi(2k+1)}{2} \dots \dots \dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\
 \therefore j\omega_c/s &= \cos \left( \frac{\pi(2k+1)}{2m} \right)
 \end{aligned}$$

$$\text{従って、 } s = j \frac{\omega_c}{\cos \left( \frac{\pi(2k+1)}{2m} \right)} \text{ が得られます。}$$

$$r_k = \frac{\cos \left( \frac{\pi(2k+1)}{2m} \right)}{\omega_c} \text{ とすると、 } r_k^2 s^2 + 1 = 0 \tag{1-41}$$

## 1-10 逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

逆チェビシェフローパスフィルタの次数 $m$ 、周波数 $f_c$ における減衰量 $atts(\text{db})$ とすると  
き、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-42)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-43)$$

(1-42)、(1-43)において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c / \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \quad (1-44)$$

以上で、逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は完全に求められました。

### 1-11 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計

1-10までで、次数 $m$ と減衰量を指定する周波数 $\omega_c$ 及び減衰量 $atts$ (db)によって逆チェビシェフローパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

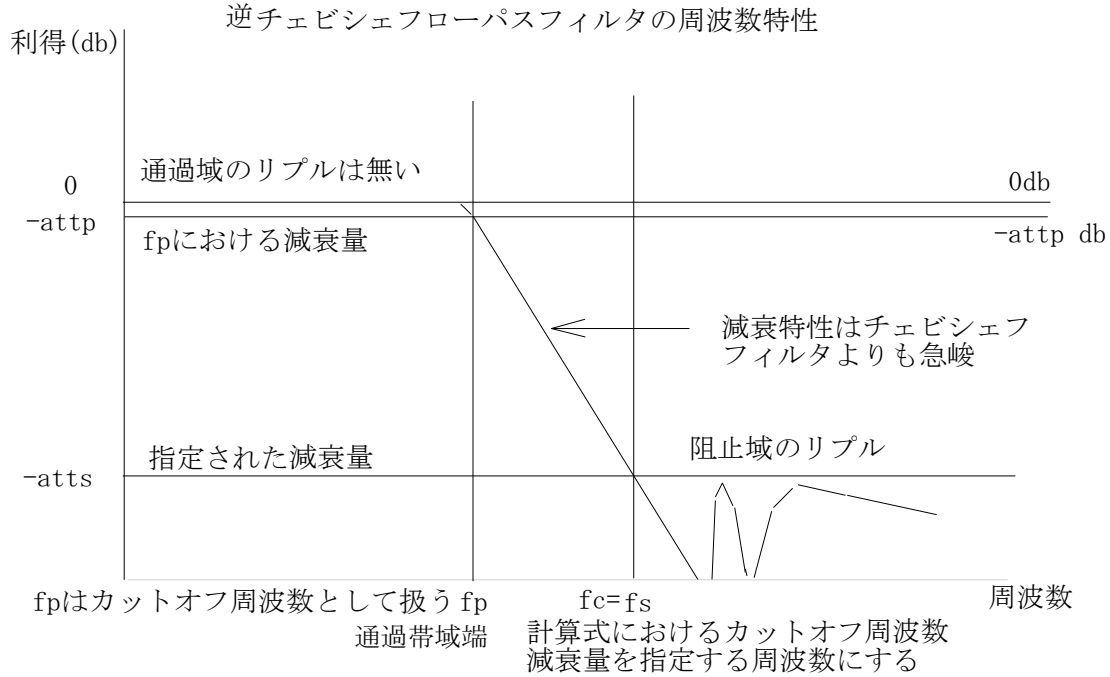


図 1-3 逆チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

上図において、計算式における周波数  $f_c$  はこれまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数  $f_s$ 、 $f_p$  はこれまでカットオフ周波数  $f_c$  として扱われてきました。従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として  $f_p$  の値を入力して、減衰量を指定する周波数として  $f_s$  の値を入力する場合の式は以下のようになります。

$$\omega_c = 2\pi f_s \quad (1-45)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \quad (1-46)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left( f_s / f_p \right)} \quad (1-47)$$

従って、フィルタの次数 $m$ は (1-47) の $d$ を切り上げて、

$$m = \text{ceil}(d) \quad (1-48)$$

次に、 $m$ を (1-42) から (1-43) に適用すると最終的な設計が完了します。

## 次数の決定方法

カットオフ周波数  $f_c = f_p$  (Hz) と減衰量  $ap$  (dB) および、周波数  $f_s$  (Hz) と減衰量  $as$  (dB) を与えて、周波数  $f_s$  (Hz) における減衰量が  $as$  (dB) 以上となるフィルターの次数  $m$  を求める。

注意：

ゲイン  $as$  は 0dB 以下の負の数値だが、 $as$  を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

前のページの式 (1-47) では、 $att_p$  と  $att_s$  は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

チェビシェフ・ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

$$|H_m(\omega_c, \omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)} \quad (1-12)$$

$$C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(x)\} \quad |x| \leq 1 \quad (1-13)$$

$$C_m(x) = \cosh\{m \cdot \cosh^{-1}(x)\} \quad |x| > 1 \quad (1-14)$$

逆チェビシェフ・ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

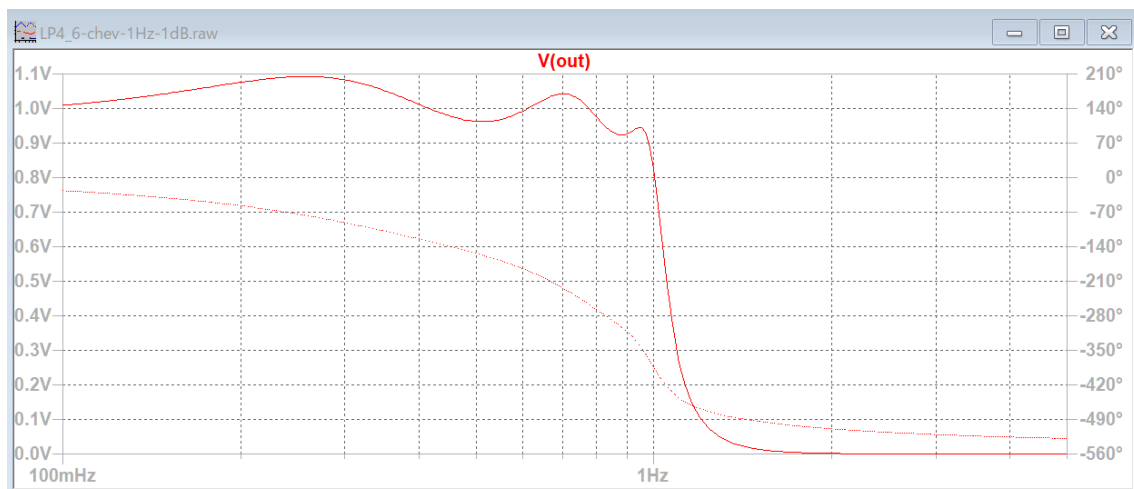
$$|H_m(\omega_c, \omega)|^2 = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)} \quad (1-34)$$

式 (1-12) から式 (1-34) を作成する方法を考えます。

式 (1-12) の特性は下図 (a) で示されます。(ゲインは dB ではなくリニア目盛)

基本角周波数  $\omega = 1$  で、ゲインが  $\frac{1}{1+\varepsilon^2}$  になることが分かります。

一般的には、カットオフ周波数  $f_c$  でゲインが  $\frac{1}{1+\varepsilon^2}$  になるという事です。



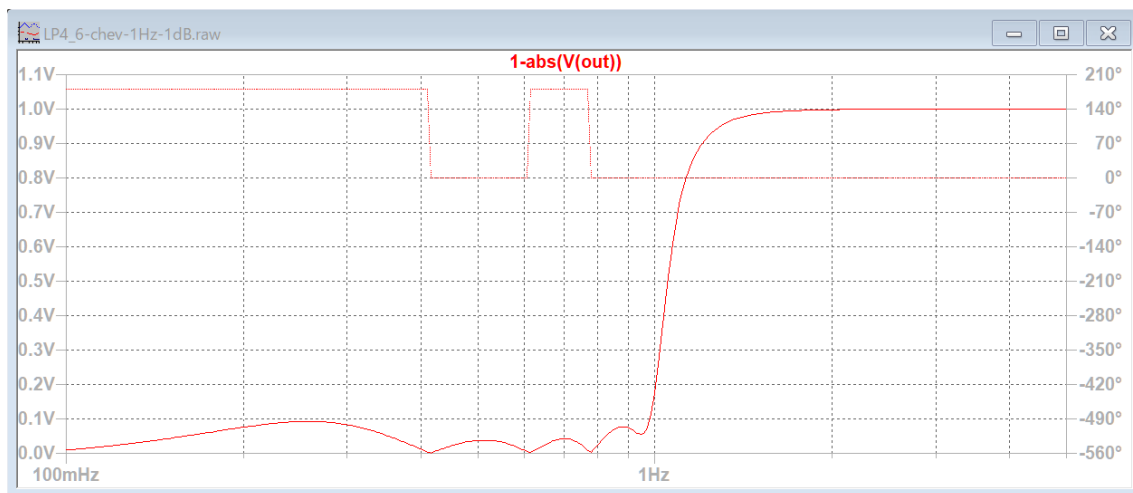


## 逆チェビシェフ・ローパスフィルター

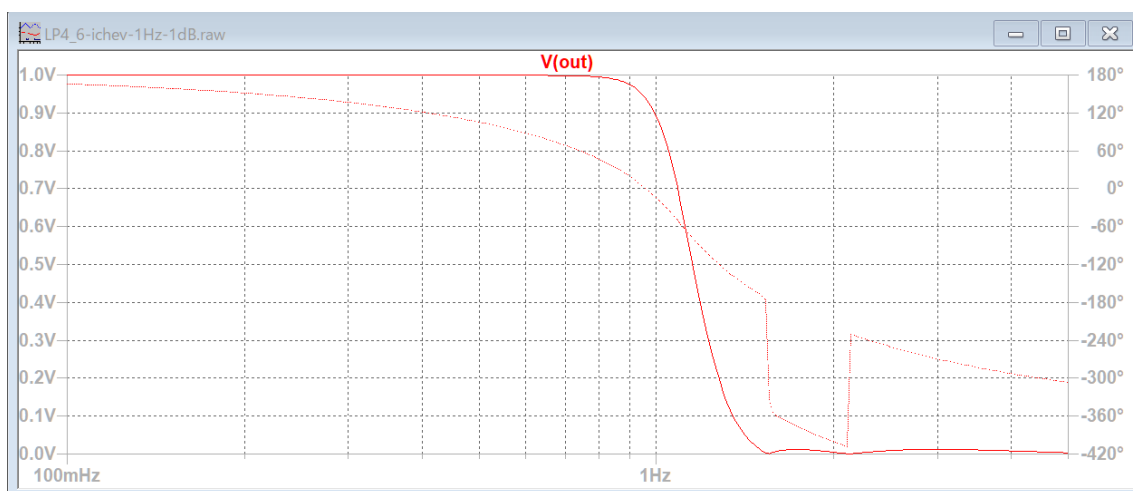
次に 1 からこの関数を引き算すると、

$$1 - \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)} = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}$$

となり、この特性は下図 (b)で示されます。



次に周波数を逆数にすると下図 (c)の逆チェビシェフ特性が得られます。



この時の振幅自乗特性は次の式で表されます。

$$|H_m(\omega_c, \omega)|^2 = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}$$

# 逆チェビシェフ・ローパスフィルター

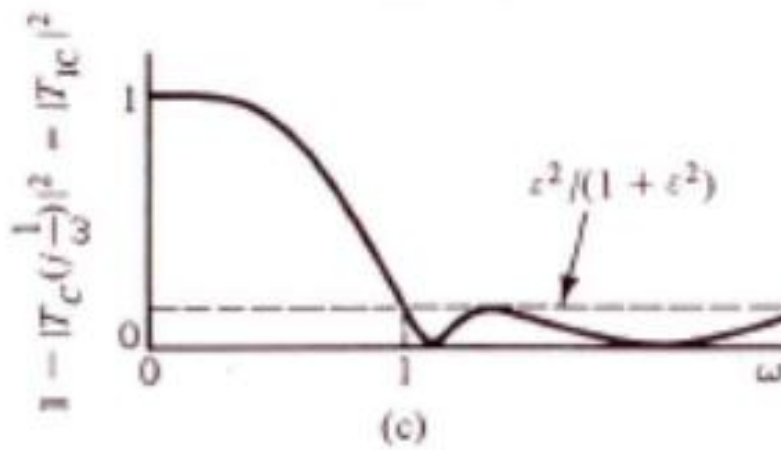
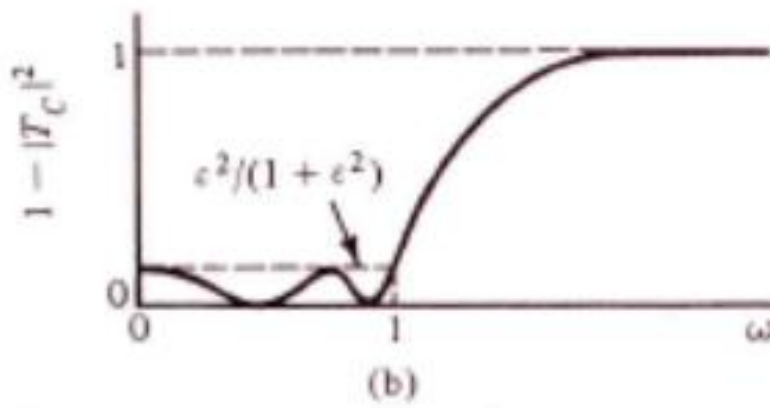
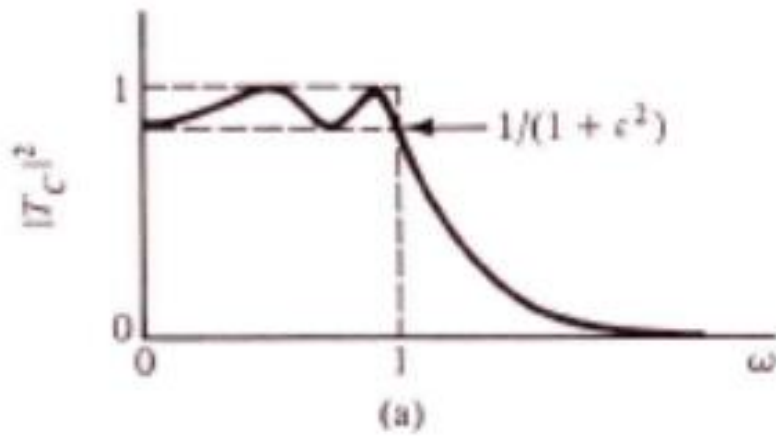


図 (c) はカットオフ周波数が  $f_s$  で、 $f_s$  における振幅自乗特性が  $\frac{\varepsilon^2}{1+\varepsilon^2} \rightarrow as$  であること、つまり、周波数が  $f_s$  における減衰量が  $as$  になることを示しています。

従って、逆チェビシェフ・ローパスフィルタで、カットオフ周波数  $f_c = f_p(\text{Hz})$  の減衰量が  $ap(\text{dB})$ 、周波数  $f_s(\text{Hz})$  の減衰量が  $as(\text{dB})$  以上となるフィルターの次数  $m$  は次の様に計算します。

式 (1-34) を次のように書き換える。

$$|H_m(f_s, f)|^2 = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{f_s}{f}\right)}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{f_s}{f}\right)} \quad (1-34-2)$$

$f = f_s$  の時の減衰量  $as$  は、 $x = \frac{f_s}{f_s} = 1$  なので、

$$C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(1)\} = \cos(0) = 1 \text{ より}$$

$$as = 20 \cdot \log_{10} \left\{ \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2}} \right\} = 10 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2} \right\} \quad (\text{負号を追加する}) \quad (1)$$

$$10^{\frac{-as}{10}} = \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2} \quad \therefore \varepsilon^2 \cdot \left( 10^{\frac{-as}{10}} - 1 \right) = -10^{\frac{-as}{10}} \quad (2)$$

$$\therefore \varepsilon^2 = \frac{-10^{\frac{-as}{10}}}{10^{\frac{-as}{10}} - 1} = \frac{1}{10^{\frac{as}{10}} - 1} \quad (3)$$

$f = f_p < f_s$  の時の減衰量  $ap$  は、 $x = \frac{f_s}{f_p} > 1$  なので、

$$C_m(x) = \cosh\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\} \text{ より}$$

$$ap = 10 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{\varepsilon^2 \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}}{1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}} \right\} \quad (\text{負号を追加する}) \quad (4)$$

$$\therefore 10^{\frac{-ap}{10}} = \frac{\varepsilon^2 \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}}{1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}} \quad (5)$$

$$\therefore \varepsilon^2 \cdot \left( 10^{\frac{-ap}{10}} - 1 \right) \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\} = -10^{\frac{-ap}{10}} \quad (6)$$

$$\therefore \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\} = \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \frac{-10^{\frac{-ap}{10}}}{10^{\frac{-ap}{10}} - 1} = \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \frac{1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} = \frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} \quad (7)$$

従って、

$$\therefore \cosh\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{fs}{fp}\right)\right\} = \sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{10}{10}}-1}}{\frac{ap}{10^{\frac{10}{10}}-1}}} \quad (8)$$

$$\therefore m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{fs}{fp}\right) = \cosh^{-1}\left(\sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{10}{10}}-1}}{\frac{ap}{10^{\frac{10}{10}}-1}}}\right) \quad (9)$$

$$m = \frac{\cosh^{-1}\left(\sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{10}{10}}-1}}{\frac{ap}{10^{\frac{10}{10}}-1}}}\right)}{\cosh^{-1}\left(\frac{fs}{fp}\right)}$$

前のページの式 (1-47) が得られた。

フィルターの次数は整数なので  $m$  の小数部を切り上げて、  
ローパスフィルタの次数を決定する。

$m$  を切り上げることで、周波数  $fs$  (Hz) における減衰量が  $as$  (dB) 以上となる。

## 1-12 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計2

1-11で、「1-10までで、次数 $m$ と周波数 $\omega_c$ 及び減衰量 $atts(\text{db})$ によってフィルタの設計が可能になりました」と書きましたが、実は $f_p$ と $attp$ は求められていないのです。ここでは、 $f_p$ における減衰量を $attp(\text{db})$ として、 $f_p$ を求めてみます。

(1-46) から、

$$\begin{aligned}atts &= -10 \log \left( \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2} \right) \\&= 10 \log \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right)\end{aligned}\tag{1-49}$$

$$\therefore \frac{1}{\varepsilon^2} = 10^{atts/10} - 1$$

図1-3において、 $\omega_c = x \omega_p \dots \dots \dots x > 1$  として、同様に (1-34) から

$$\begin{aligned}attp &= -10 \log \left( \frac{\varepsilon^2 \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(x)\}}{1 + \varepsilon^2 \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(x)\}} \right) \\&\therefore 10^{attp/10} - 1 = \frac{1}{\varepsilon^2 \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(x)\}}\end{aligned}\tag{1-50}$$

(1-49) を (1-50) に代入して、

$$\begin{aligned}\cosh \{m \cosh^{-1}(x)\} &= \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \\&\therefore x = \cosh \left( \frac{1}{m} \cosh^{-1} \left( \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \right) \right)\end{aligned}$$

従って、 $\omega_c = x \omega_p$  から

$$\omega_p = \frac{\omega_c}{\cosh \left( \frac{1}{m} \cosh^{-1} \left( \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \right) \right)}\tag{1-51}$$

$$\omega_c = 2\pi f_s$$

また、ついでに  $f_p$ ,  $f_s$ ,  $attp$  及び  $m$  を与えられて  $atts$  を求めてみます。

この場合も、 $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_s}{f_p} \omega_p = x \omega_p$  とすると、(1-49), (1-50) から

$$\begin{aligned}\frac{1}{\varepsilon^2} &= 10^{atts/10} - 1 = (10^{attp/10} - 1) \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(x)\} \\&\therefore atts = 10 \log \left[ (10^{attp/10} - 1) \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(f_s/f_p)\} + 1 \right]\end{aligned}\tag{1-52}$$

さらについでに、 $f_p$ 、 $a_{ttp}$ 、 $a_{tts}$  及び  $m$  を与えられて、 $f_s$  を求めてみます。

この場合も、 $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_s}{f_p} \omega_p = x \omega_p$  とすると、(1-51) から

$$\omega_c = \omega_p \cosh \left\{ \frac{1}{m} \cosh^{-1} \left( \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \right) \right\} \quad (1-53)$$

$$\omega_p = 2\pi f_p$$

以上をまとめて、注意しなければならないことは、(1-34) から (1-51) までの式で使用されている  $\omega_c$  は図 1-3 における  $f_s$  により計算されているということです。

$$\omega_c = 2\pi f_s$$

ローパスフィルタでは利得が減少しはじめる、図 1-3 でいえば、 $f_p$  をカットオフ周波数と呼ぶのが一般的です。従って、実用的には次の様にして設計がなされると思います。

1.  $f_p$ 、 $f_s$ 、 $a_{ttp}$ 、 $a_{tts}$  を与え、(1-45) から (1-48) を使用し、 $m$  と  $\omega_c$  を求め、これを (1-42) または (1-43) に適用する方法。
2.  $f_p$ 、 $a_{ttp}$ 、 $f_s$  及び  $m$  を与え、(1-52) により  $a_{tts}$  を求め、これが要求にあっているかを確認した後、 $f_s$  から  $\omega_c$  を求め、(1-42) または (1-43) に適用する方法。

### 1-13 楕円関数ローパスフィルタ（連立チェビシェフローパスフィルタ）の設計

m次の楕円関数ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

$$\left| H_m(\omega_c, j\omega) \right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 R_m^2(\omega/\omega_c, L)} \quad (1-54)$$

ここで、 $R_m(\omega/\omega_c, L)$  はヤコビの楕円関数又はチェビシェフ有理関数と呼ばれるものです。

いわゆるカットオフ周波数  $f_p$  におけるリプル  $atts$ 、阻止域における最小限の減衰量  $atts$  を実現する最初の周波数を  $f_s$  とするとき、

$$\omega_c = 2\pi f_p$$

$$R_m(1, L) = 1 \quad (1-55)$$

$$R_m(f_s/f_p, L) = L$$

とすると、(1-54) に  $f_p$ 、 $f_s$  をそれぞれ代入して

$$\varepsilon = \sqrt{10^{atts/10} - 1} \quad (1-56)$$

$$atts = 10 \log(1 + \varepsilon^2 L^2)$$

$$\therefore L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{atts/10} - 1}} \quad (1-57)$$

が得られます。これをもとにして伝達関数を求めてゆくわけですが、その前にチェビシェフ有理関数  $R_m(x, L)$  の性質を学びたいと思います。

1. mが偶数（奇数）のとき、 $R_m(x, L)$ は偶関数（奇関数）

2.  $R_m(x, L)$ は  $|x| < 1$ の範囲にすべての零を持ち、 $|x| \geq 1$ の範囲にすべての極を持つ

$$3. |R_m(x, L)| \leq 1 \dots \dots \dots |x| \leq 1 \quad (1-58)$$

$$4. R_m(1, L) = 1 \quad (1-59)$$

$$5. |R_m(x, L)| \geq L \dots \dots \dots |x| \geq x_L \quad (1-60)$$

$x_L$ は  $R_m(x_L, L) = L$  となる、最初（最小）の  $x$  の値

$$6. R_m(x, L) = \frac{L}{R_m(x_L/x, L)} \quad (1-61)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{atts/10} - 1}, \quad L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{atts/10} - 1}} \text{ として、}$$

次式で規定されるローパスフィルタは以下の特性を持ちます。

$$A(\omega) = 10 \log \left\{ 1 + \left[ \varepsilon R_m \left( \frac{\omega}{\omega_p}, L \right) \right]^2 \right\} \quad (1-62)$$

1. 通過域に  $atts$  の等リプルを持つ

2. 阻止域に  $atts$  の等リプルを持つ

3. カットオフ周波数は  $\omega_p$

(1-61) から、 $x = x_i$  が  $R_m(x, L)$  の極であれば、 $x = x_L/x_i$  が零となることが分かります。同様に、 $R_m(x, L)$  が偶関数であれ奇関数であれ、 $x = x_i$  が  $R_m(x, L)$  の極であれば、 $x = -x_i$  も  $R_m(x, L)$  の極となることが分かります。従って、 $R_m(x, L)$  は次のようになります。

$m = 2n$  (偶数)

$$R_m(x, L) = C_1 \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x^2 - (x_L/x_i)^2}{x^2 - x_i^2} \quad (1-63)$$

$m = 2n + 1$  (奇数)

$$R_m(x, L) = C_2 x \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - (x_L/x_i)^2}{x^2 - x_i^2} \quad (1-64)$$

上式において、

$$C_1 = L^{1/2} \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x_i^2}{x_L}, \quad C_2 = \left( \frac{L}{x_L} \right)^{1/2} \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x_i^2}{x_L} \quad (1-65)$$

(1-63) から (1-65) の式は好都合な形をしています。というのは、同式は通過域を等リプルにするために  $x_L/x_i$  を見つけることが出来れば、阻止域は自動的に等リプルに出来ることを暗示しているからです。それで、通過域に限定して考察を進めることが出来るようになりました。次に、 $R_m(x, L)$  を表わす微分方程式について学びますがそこでは、楕円積分と楕円関数の知識が必要になります。これらを用いると、式 (1-63), (1-64) の極と零は楕円正弦関数  $sn(u, k)$  によって表わすことが可能となります。 $sn(u, k)$  は数表によって値を求めることが出来ますが、プログラムによって値を計算することも可能です。

$k = 1/x_L$  として、

$m = 2n$  (偶数)

$$R_m(x, L) = C_1 \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x^2 - sn^2[(2\nu-1)K/m, k]}{x^2 - \{x_L/sn[(2\nu-1)K/m, k]\}^2} \quad (1-66)$$

$m = 2n + 1$  (奇数)

$$R_m(x, L) = C_2 x \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2[2\nu K/m, k]}{x^2 - \{x_L/sn[2\nu K/m, k]\}^2} \quad (1-67)$$

上式において、

$$C_1 = L^{1/2} \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x_L}{sn^2[(2\nu-1)K/m, k]} \quad (1-68)$$

$$C_2 = \left( \frac{L}{x_L} \right)^{1/2} \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x_L}{sn^2[2\nu K/m, k]}$$



これらの式において楕円正弦関数のモジュール $k$ は $k = 1/x_L$ で表わされ、この値は $K$ にも影響を与えます。この $K$ は $k$ に対する完全楕円積分として知られています。

$$K = K(k) = K(x_L^{-1}) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x}} dx$$

$$k' = \sqrt{1 - k^2} \quad (1-69)$$

$$K' = K'(k) = K(k') = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k'^2 \sin^2 x}} dx$$

楕円関数フィルタの次数 $m$ は、与えられた  $f_p, attp, f_s, atts$  により次式で求められます。

$$m = \frac{K(x_L^{-1})K'(L^{-1})}{K'(x_L^{-1})K(L^{-1})} \quad (1-70)$$

ここに、

$$x_L = f_s / f_p$$

$$L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \quad (1-71)$$

$R_m(x, L)$ を表わす微分方程式を求めます。

$dR_m/dx$ は通過域で $R_m = \pm 1$ となる $x$ において $m-1$ 個の零を持ち、阻止域で $R_m = \pm L$ となる $x$ において $m-1$ 個の零を持ちます。従って、2次の零を2個として数えると、

(a)  $(dR_m/dx)^2$ は4 (  $m-1$  ) 個の零を持ちます。(  $x = \pm 1, \pm x_L$  は除きます。)

今度は、代わりに  $R_m(x, L) + 1$  を考えると、これは $m$ 個の零を持ちます。同様に、 $R_m(x, L) - 1$  も $m$ 個の零を持ちます。同じく、  $R_m(x, L) - L$  も $m$ 個の零を持ちます。

従って、

(b)  $\{R_m^2(x, L) - 1\}\{R_m^2(x, L) - L^2\}$  は4  $m$  個の零を持ちます。零は  $R_m(x, L) = \pm 1, \pm L$

となる、 $x$ で現れますが、 $x = \pm 1, \pm x_L$  は1次の零でそれ以外は2次の零です。

(a) と (b) から

$$\frac{dR_m(x, L)}{dx} = M \left[ \frac{\{1 - R_m^2(x, L)\}\{L^2 - R_m^2(x, L)\}}{(1 - x^2)(x_L^2 - x^2)} \right]^{1/2}$$

最終的に、

$$\frac{CdR_m(x, L)}{\left[ \{1 - R_m^2(x, L)\}\{L^2 - R_m^2(x, L)\} \right]^{1/2}} = \frac{dx}{\left[ (1 - x^2)(x_L^2 - x^2) \right]^{1/2}} \equiv du \quad (1-72)$$

が得られます。

(1-72) が  $R_m(x, L)$  に対する微分方程式です。この方程式を解くには、ヤコビの楕円関数が必要になるので、楕円積分と楕円関数について説明をします。

### 第1種の楕円積分

$$u(\phi, k) = \int_0^{\phi} (1 - k^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \quad (1-73)$$

楕円積分は2つの変数  $\phi$  と  $k$  の関数です。 $k$  は楕円積分のモジュールと呼ばれ、1以下の値であれば、実数  $\phi$  に対して  $u(\phi, k)$  も実数となります。パラメータ  $\phi$  は楕円積分の偏角と呼ばれています。 $k$  はしばしばモジュラー角  $\theta$  によって表わされますが、その関係は

$$k = \sin \theta \quad (1-74)$$

によって表わされます。

$\phi = \pi/2$  の時の  $u(\phi, k)$  の値を特に、完全楕円積分と呼び、次のように定義されています。

$$u\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \equiv K = K(k) \quad (1-75)$$

楕円積分の性質

1.  $u(\phi, k) = -u(-\phi, k)$
2.  $u(\pi, k) = 2K$
3.  $u(\pi + \phi, k) = 2K + u(\phi, k)$
4.  $du/d\phi = (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{-1/2}$

モジュールの補数  $k'$  と完全楕円積分の補数  $K'$  を定義します。

$$k' = \sqrt{1 - k^2} \quad (1-76)$$

$$u\left(\frac{\pi}{2}, k'\right) = \int_0^{\pi/2} (1 - k'^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \equiv K' = K(k') \quad (1-77)$$

楕円関数

楕円積分は次のように定義されました。

$$u(\phi, k) = \int_0^{\phi} (1 - k^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \quad (1-73)$$

ヤコビの楕円関数は上式の表記に対して次のように定義されています。

$$\text{楕円正弦関数} \quad sn(u, k) = \sin \phi \quad (1-78)$$

$$\text{楕円余弦関数} \quad cn(u, k) = \cos \phi \quad (1-79)$$

$$dn(u, k) = \frac{d\phi}{du} \quad (1-80)$$

定義より、

$$dn(u, k) = \frac{d\phi}{du} = (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{1/2} = [1 - k^2 sn^2(u, k)]^{1/2} \quad (1-81)$$

楕円関数の性質

$$\begin{aligned} & sn(u, k) = -sn(-u, k) \\ \text{a. } & cn(u, k) = cn(-u, k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & sn(0, k) = 0 \quad sn(K, k) = 1 \\ \text{b. } & cn(0, k) = 1 \quad cn(K, k) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & sn(u + K, k) = sn(K - u, k) \\ \text{c. } & cn(u + K, k) = -cn(K - u, k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & sn(u + 2K, k) = -sn(u, k) \\ \text{d. } & cn(u + 2K, k) = -cn(u, k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & sn(u + 4K, k) = sn(u, k) \\ \text{e. } & cn(u + 4K, k) = cn(u, k) \end{aligned}$$

e. の性質から楕円関数は  $4K$  の周期を持つことが解ります。また、多くの点で通常の三角関数と似ています。実際、 $u(\phi, 0) = \phi$  なので

$$sn(u, 0) = \sin u \quad cn(u, 0) = \cos u \quad (1-82)$$

他に似ている性質は、

$$sn^2(u, k) + cn^2(u, k) = 1 \quad (1-83)$$

$$sn(u + v, k) = \frac{sn(u, k) * cn(v, k) * dn(v, k) + sn(v, k) * cn(u, k) * dn(u, k)}{1 - k^2 sn^2(u, k) * sn^2(v, k)} \quad (1-84)$$

$$cn(u + v, k) = \frac{cn(u, k) * cn(v, k) - sn(u, k) * sn(v, k) * dn(u, k) * dn(v, k)}{1 - k^2 sn^2(u, k) * sn^2(v, k)} \quad (1-85)$$

複素数の引数に対する楕円関数

$$sn(iu, k) = i \frac{sn(u, k')}{cn(u, k')} \quad (1-86)$$

$$cn(iu, k) = \frac{1}{cn(u, k')} \quad (1-87)$$

$$dn(iu, k) = \frac{dn(u, k')}{cn(u, k')} \quad (1-88)$$

複素数引数の楕円関数の性質

- a.  $sn(iu, k) = -sn(-iu, k)$
- b.  $sn(iK', k) = \infty$
- c.  $sn(i[u + K'], k) = -sn(i[K' - u], k)$
- d.  $sn(i[u + 2K'], k) = sn(iu, k)$
- e.  $sn(iu, 1) = i \tan u$

性質 d. から  $sn(iu, k)$  は周期  $2K'$  を持つことが解ります。

以上により、複素数  $u = y + iz$  に対する楕円関数を求める準備が出来ました。

$$\begin{aligned} sn(u, k) &= sn(y + iz, k) \\ &= \frac{sn(y, k)dn(z, k') + icn(y, k)dn(y, k)sn(z, k')cn(z, k')}{cn^2(z, k') + k^2 sn^2(y, k)sn^2(z, k')} \end{aligned} \quad (1-89)$$

前出の性質から、

$$\begin{aligned} sn(y + 4K, k) &= sn(y, k) \\ sn(i[z + 2K'], k) &= sn(iz, k) \end{aligned}$$

これは次の様に複素数に拡張されます。

$$\begin{aligned} sn(u + 4K, k) &= sn(u, k) \\ sn(u + i2K', k) &= sn(u, k) \end{aligned} \quad (1-90)$$

従って、 $sn(u, k)$  は、実数周期  $4K$  と虚数周期  $i2K'$  を持った、2重周期関数であることが解ります。この周期の様子は図 1-6 の周期長方形 (periodic rectangle) によって解りやすく示されています。

(1-90) により、 $sn(u, k)$  の振る舞いが周期長方形内部の全ての  $u$  に対して解れば、 $u$  平面全体に対して解ったことになります。 $sn(u, k)$  の極と零も同じ周期で現れます。

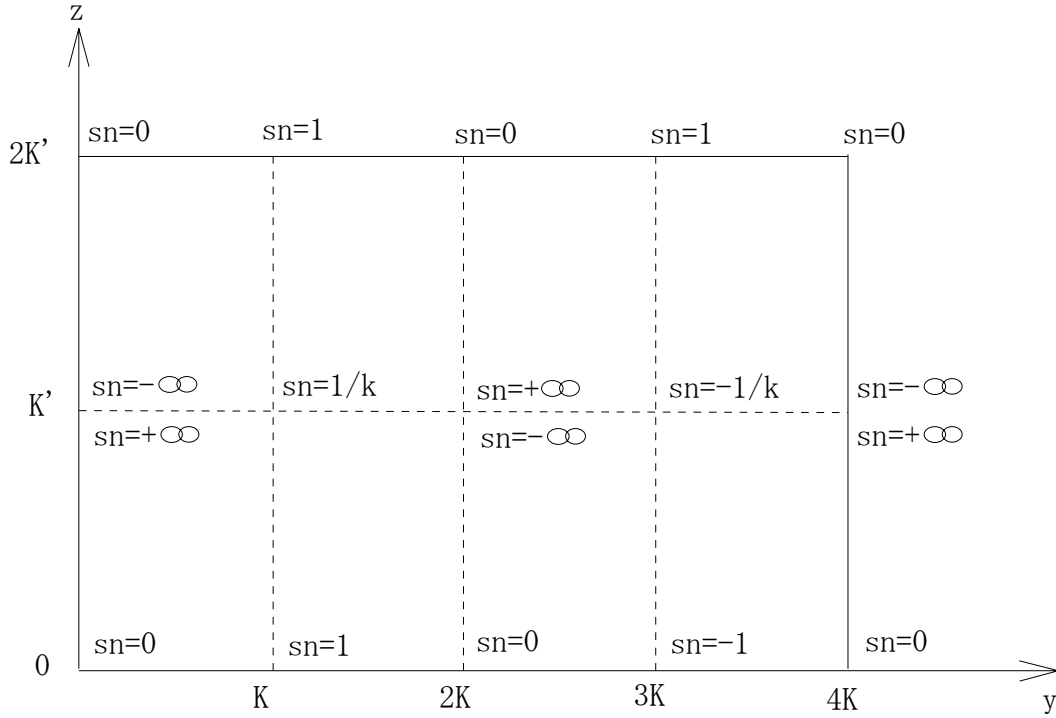


図 1-6 楕円正弦関数の周期長方形

#### 楕円積分のもう一つの表現

(1-73) で表わされる、楕円積分のもう一つの表現を見つけるために、次のようなパラメータ  $z$  を導入します。

$$z = \operatorname{sn}(u, k) = \sin \phi \quad (1-91)$$

従って、

$$\begin{aligned} \frac{dz}{du} &= \cos \phi \frac{d\phi}{du} = \operatorname{cn}(u, k) \operatorname{dn}(u, k) \\ &= [1 - \operatorname{sn}^2(u, k)]^{1/2} [1 - k^2 \operatorname{sn}^2(u, k)]^{1/2} \\ &= [(1 - z^2)(1 - k^2 z^2)]^{1/2} \end{aligned}$$

上式より、

$$du = [(1 - z^2)(1 - k^2 z^2)]^{-1/2} dz \quad (1-92)$$

(1-92) を  $z_1$  から  $z_2$  まで積分することを考えると、これは (1-91) から  $\sin \phi_1$  から  $\sin \phi_2$  まで積分することと同じです。従って、

$$u(\phi_2, k) - u(\phi_1, k) = \int_{\sin \phi_1}^{\sin \phi_2} [(1 - z^2)(1 - k^2 z^2)]^{-1/2} dz \quad (1-93)$$

(1-93)において、 $\phi_2 = \phi$  ,  $\phi_1 = 0$  を選択すると、

$$u(\phi, k) = \int_0^{\sin \phi} \left[ (1-z^2)(1-k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-94)$$

が得られ、これが楕円積分のもう一つの表現です。

この式は (1-92) の解である  $z$  を見つけるのに適用されます。解は  $z = sn(u, k)$  です。

また、

$$z = sn(au + b, k) \quad (1-95)$$

は

$$adu = \left[ (1-z^2)(1-k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-96)$$

の解です。

(1-94) はまた、完全楕円積分のもう一つの表現を与えるために使われます。

$\phi = \pi/2$  と設定して、

$$K(k) = u\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^1 \left[ (1-z^2)(1-k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-97)$$

また、完全楕円積分の補数  $K'$  を同様にして求めることができます。

$$K'(k) = u\left(\frac{\pi}{2}, k'\right) = \int_0^1 \left[ (1-z^2)(1-k'^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-98)$$

(1-98) は、次式のように表現することも出来ます。

$$K'(k) = \int_1^{1/k} \left[ (z^2 - 1)(1-k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-99)$$

楕円関数と  $R_m(x, L)$

$R_m(x, L)$  は (1-72) で以下のように示されています。

$$\begin{aligned} du &= \left[ (1-x^2)(x_L^2 - x^2) \right]^{-1/2} dx \\ &= C \left[ (1-R_m^2)(L^2 - R_m^2) \right]^{-1/2} dR_m \end{aligned} \quad (1-72)$$

どちらの方程式も次のように書き直すことができます。

$$du = \frac{1}{a} \left[ (1-z^2)(1-k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-100)$$

例えば、先の式では、変数  $x = z$  ,  $k = 1/x_L$  ,  $a = x_L$  とすると、(1-95) ,

(1-96) より、(1-100) の解は

$$z = sn(au + b, k) \quad (1-101)$$

となります。この結果を (1-72) に適応すると、

$$x = \operatorname{sn}\left(x_L u + b_1, x_L^{-1}\right) \quad , \quad R_m(x, L) = \operatorname{sn}\left(\frac{L}{C} u + b_2, L^{-1}\right) \quad (1-102)$$

ここで、 $b_1 = 0$  とすると、これは  $u = 0$  のとき  $x = 0$  を意味します。しかし、同時に次が成り立ちます。

$$R_m(x=0, L) = \begin{cases} 0 & m = 2n+1 \\ (-1)^{m/2} & m = 2n \end{cases}$$

$$= \operatorname{sn}(b_2, L^{-1})$$

さらに、上式から

$$b_2 = \begin{cases} 0 & m = 2n+1 \\ (-1)^{m/2} K(L^{-1}) & m = 2n \end{cases} \quad (1-103)$$

(1-102) , (1-103) から  $R_m(x, L)$  は次のように表わせます。

$$R_m(x, L) = \begin{cases} \operatorname{sn}\left(\frac{L}{C} u, L^{-1}\right) & m = 2n+1 \\ \operatorname{sn}\left[\frac{L}{C} u + (-1)^{m/2} K(L^{-1}), L^{-1}\right] & m = 2n \end{cases} \quad (1-104)$$

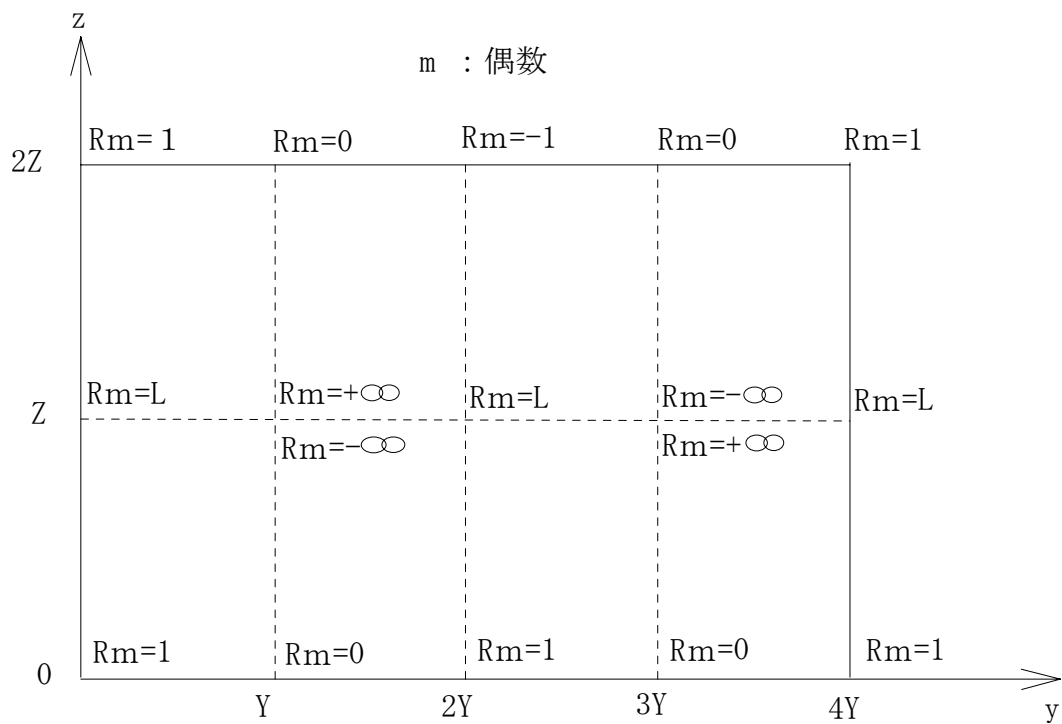
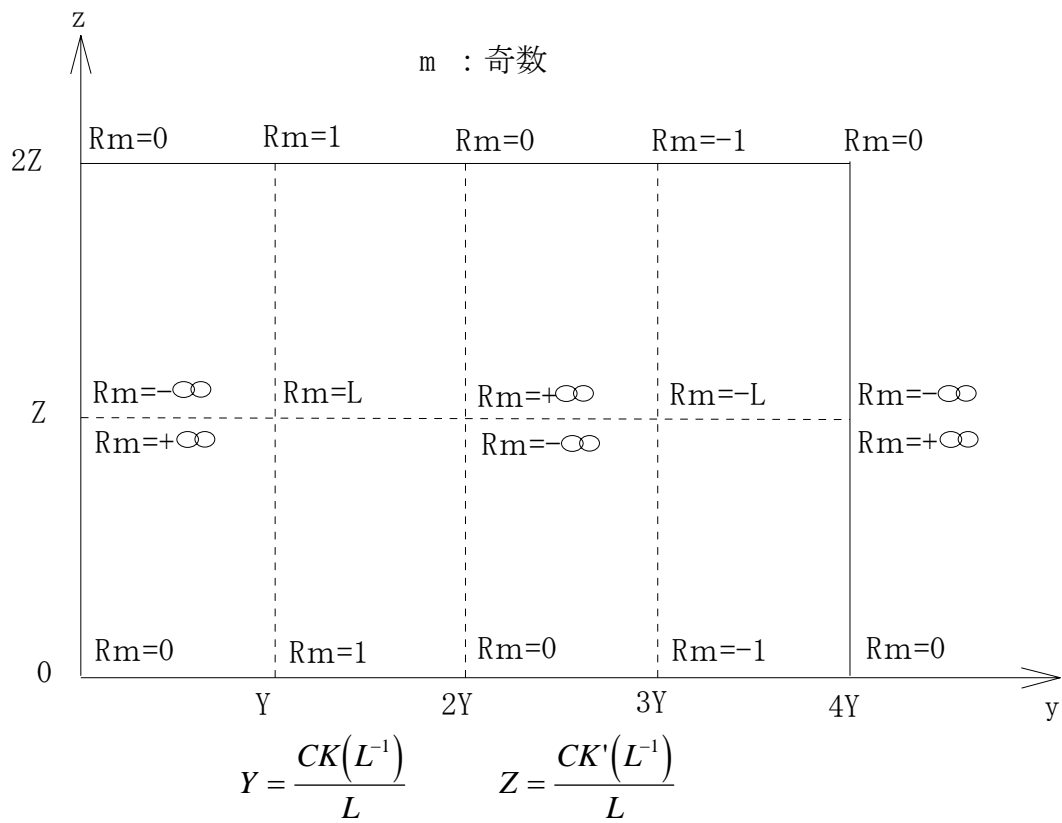
ここに、 $u$  は次の方程式の解です。

$$x = \operatorname{sn}\left(x_L u, x_L^{-1}\right) \quad (1-105)$$

(1-104) はチェビシェフ有理関数を楕円関数で表わしたものですが、変数  $x$  に陽に依存していないため不便な形となっています。次は、 $x$  の陽な関数として  $R_m(x, L)$  を表わしてみます。

### $R_m(x, L)$ に対する周期長方形

説明は  $m$  が奇数の場合を主に進めますが、偶数の場合も同様に考えることが出来ますので、結果のみを紹介します。(1-104) , (1-105) において、 $R_m(x, L)$  は周期関数です。 $R_m(x, L)$  を  $Lu/C$  の関数としてプロットすると、実数周期  $4K(L^{-1})$  を持ちます。ここに、 $K(L^{-1})$  は  $k = L^{-1}$  に対する完全楕円積分です。しかし、 $R_m(x, L)$  を  $u$  の関数として考えるほうが都合です。このとき  $u$  に対する実数周期は  $4(C/L)K(L^{-1})$  となります。同様に、虚数周期は  $2(C/L)K'(L^{-1})$  となります。これらの事実から  $R_m(x, L)$  に対する周期長方形が図 1-7 の様に求められます。



上図は $m = 4, 8, 12, \dots$ にたいする周期長方形で、 $m = 2, 6, 10, \dots$ に対しては、 $y = 2Y$ だけシフトする必要があります

図 1 - 7 チェビシエフ有理関数に対する周期長方形



図 1-7 は  $u$  の関数として  $R_m(x, L)$  を表わしています。これを  $x$  の関数として表わすためには、 $x$  に対する周期長方形が必要です。これは、(1-105) から実数周期は  $4K(x_L^{-1})/x_L$  であり、虚数周期は  $2K'(x_L^{-1})/x_L$  であることが分かります。従って、 $x$  に対する周期長方形は図 1-8 のように求められます。

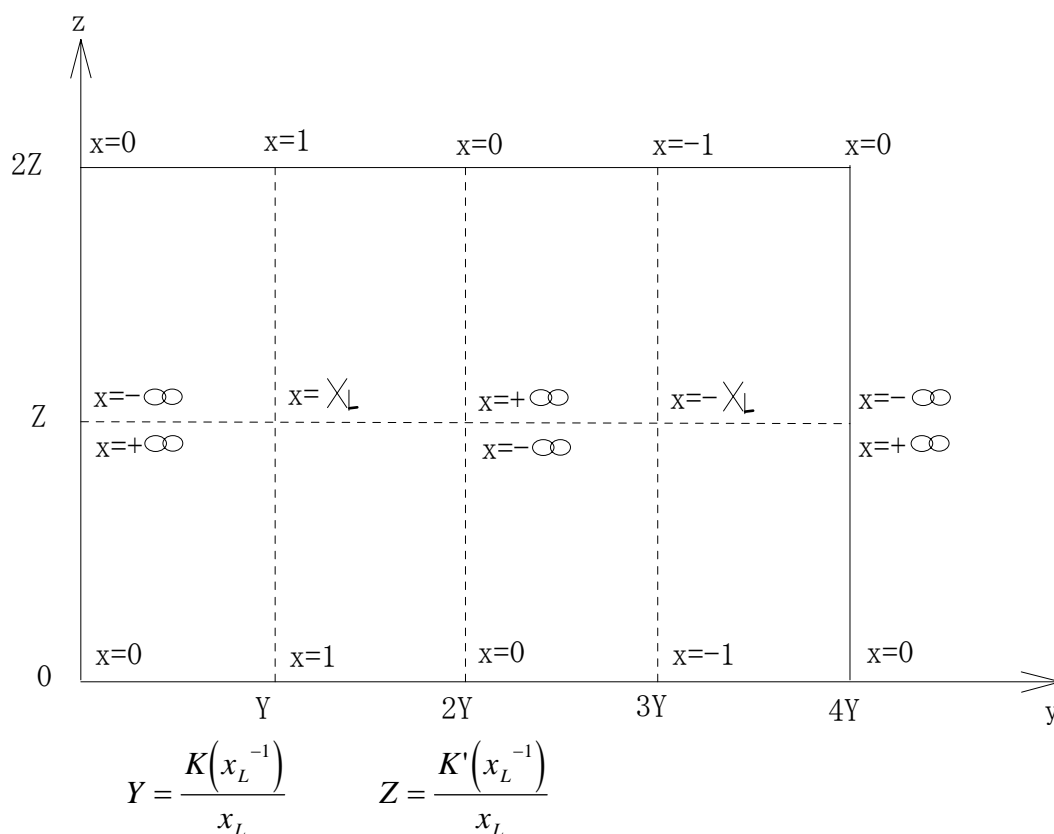


図 1-8 「周波数」変数  $x$  に対する周期長方形

図 1-7 と図 1-8 の周期長方形はお互いに無関係ではありません。(1-72) の上の式から

$$u(x=1) = \frac{1}{x_L} \int_0^1 \left[ (1-x^2) (1-x_L^{-2} x^2) \right]^{-1/2} dx \quad (1-106)$$

しかし、(1-97) から (1-106) は以下の様になります。

$$u(x=1) = \frac{K(x_L^{-1})}{x_L} \quad (1-107)$$

$x$  が 0 から 1 まで変化するあいだに、 $R_m(x, L)$  は 0 から 1 または、0 から -1 へ正確に  $m$  回変化します。従って、(1-72) の下の式は以下のようになります。

$$u(x=1) = \frac{mC}{L} \int_0^1 \left[ (1 - R_m^2) (1 - L^2 R_m^2) \right]^{-1/2} dR_m \quad (1-108)$$

$$= \frac{mCK(L^{-1})}{L}$$

(1-107) と (1-108) から、右辺同士が等しいので次式が得られます。

$$\frac{K(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{mCK(L^{-1})}{L} \quad (1-109)$$

(1-109) はもし図1-7と図1-8が同じ目盛りで描かれると、 $x$ に対する周期長方形は  $R_m(x, L)$  に対するものよりも、 $m$ 倍広いということを示しています。

長方形の高さも同様に関連しています。その関係は、 $x$ を1から $x_L$ まで増加させると見つけられます。 $R_m(x, L)$ は1から $L$ まで単調に変化します。従って、(1-99)と(1-72)から次式が得られます。

$$\frac{K'(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{CK'(L^{-1})}{L} \quad (1-110)$$

この式から、図1-7と図1-8の長方形は同じ高さであることが分かります。

(1-109) と (1-110) からフィルタの次数 $m$ が求められます。

$$m = \frac{K(x_L^{-1})K'(L^{-1})}{K'(x_L^{-1})K(L^{-1})} \quad (1-70)$$

実際に、 $f_p, attp, f_s, atts$ の条件を満足するフィルタを作成するためには、(1-70)で計算された $m$ を切り上げた値を $m$ として採用します。

ここに、

$$x_L = f_s / f_p$$

$$L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \quad (1-71)$$

次は、 $L$ を $m$ と $x_L$ の関数として表わす式を求めます。

$x = sn(x_L u, x_L^{-1})$ であれば、 $R_m(x, L)$ は次のように表わすことが出来ます。

$m$ が奇数の時、

$$R_m(x, L) = M \prod_{\nu=0}^{m-1} sn \left[ x_L u + 2\nu m^{-1} K(x_L^{-1}), x_L^{-1} \right] \quad (1-111a)$$

$$\text{ここに、} M^{-1} = \frac{Cx_L}{L} \prod_{\nu=1}^{m-1} sn \left[ 2\nu m^{-1} K(x_L^{-1}), x_L^{-1} \right] \quad (1-112a)$$

$m$ が偶数の時、

$$R_m(x, L) = M \prod_{\nu=0}^{m-1} sn \left[ x_L u + (1+2\nu)m^{-1} K(x_L^{-1}), x_L^{-1} \right] \quad (1-111b)$$

$$\text{ここに、 } M^{-1} = (-1)^{m/2} \prod_{\nu=0}^{m-1} \text{sn} \left[ (1+2\nu)m^{-1}K(x_L^{-1}), x_L^{-1} \right] \quad (1-112b)$$

証明

mが偶数の時も同様なので、mが奇数についてだけ示します。(1-104) から、

$$R_m(x, L) = \text{sn} \left( \frac{L}{C} u, L^{-1} \right) \quad (1-113)$$

$$\text{ここに、 } u \text{ は } x = \text{sn}(x_L u, x_L^{-1}) \text{ の解です。} \quad (1-114)$$

(1-113) は以下のuにおいて零となります。

$$u = -\frac{2CK(L^{-1})\nu}{L} \dots \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (1-115)$$

(1-109) から、

$$\frac{CK(L^{-1})}{L} = \frac{K(x_L^{-1})}{mx_L}$$

従って、 $R_m(x, L)$ の零は次の位置になります。

$$u = -\frac{2K(x_L^{-1})}{mx_L} \nu \quad (1-116)$$

これらの零は、(1-111a)の右辺に適合します。同様に、(1-113)と(1-111a)はどちらも $R_m(x, L)$ が零の上に $CK'(L^{-1})/L$ だけ離れて極を持つことを示しています。(図1-7参照) 従って、(1-111a)で与えられる $R_m(x, L)$ はふさわしい極と零を持ちます。(1-111)と(1-112)はLを求めるのに使われます。 $R_m(x, L)$ に対する周期長方形から、

$$1 = R_m(x, L) \Big|_{u=CK(L^{-1})/L} \quad (1-117)$$

$$L = R_m(x, L) \Big|_{u=CK(L^{-1})/L + iCK'(L^{-1})/L}$$

(1-109)と(1-110)を適用して、

$$1 = R_m(x, L) \Big|_{u=K(x_L^{-1})/mx_L} \quad (1-118)$$

$$L = R_m(x, L) \Big|_{u=K(x_L^{-1})/mx_L + iK'(x_L^{-1})/x_L}$$

(1-111)と(1-112)からの結果を代入して、Lについて解くと、

$$L^{-1} = \frac{\prod_{\nu=0}^{m-1} \text{sn} \left[ (1+2\nu)m^{-1}K(x_L^{-1})/m, x_L^{-1} \right]}{\prod_{\nu=0}^{m-1} \text{sn} \left[ (1+2\nu)K(x_L^{-1})/m + iK'(x_L^{-1}), x_L^{-1} \right]} \quad (1-119)$$

上式はmが奇数でも偶数でも成り立ちます。

(1-119) は次式を用いて簡略化出来ます。

$$\begin{aligned} & \operatorname{sn} \left[ \frac{(1+2\nu)K(x_L^{-1})}{m} + iK'(x_L^{-1}), x_L^{-1} \right] \\ &= \frac{x_L}{\operatorname{sn} \left[ (1+2\nu)K(x_L^{-1})/m, x_L^{-1} \right]} \end{aligned} \quad (1-120)$$

$$\begin{aligned} L^{-1} &= x_L^{-m} \prod_{\nu=0}^{m-1} \operatorname{sn}^2 \left[ \frac{(1+2\nu)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1} \right] \\ & \operatorname{sn}(2K-u) = \operatorname{sn}(u) \text{ なので、上式はさらに、} \\ L^{-1} &= x_L^{-m} \prod_{\nu=0}^{\operatorname{int}(m/2)-1} \operatorname{sn}^4 \left[ \frac{(1+2\nu)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1} \right] \end{aligned} \quad (1-121)$$

これで、準備が整いましたので次式の形式の  $R_m(x, L)$  を求めます。

$$R_m(x, L) = C \frac{\prod (x + z_i)}{\prod (x + p_i)}$$

$\operatorname{sn}(2K-u) = \operatorname{sn}(u)$  なので、(1-111) は次のように書き換えられます。

$m$  が奇数の時

$$R_m(x, L) = M \operatorname{sn}(x_L u) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \operatorname{sn}(2\nu m^{-1}K + x_L u) \operatorname{sn}(2\nu m^{-1}K - x_L u) \quad (1-122a)$$

$m$  が偶数の時

$$R_m(x, L) = M \prod_{\nu=0}^{(m-1)/2} \operatorname{sn}((1+2\nu)m^{-1}K + x_L u) \operatorname{sn}((1+2\nu)m^{-1}K - x_L u) \quad (1-122b)$$

上式において、 $K = K(x_L)$  ,  $\operatorname{sn}(x) = \operatorname{sn}(x, x_L)$  と略してあります。以後、同様に用います。また、次式を用いて (1-122a) を書き直します。

$$\operatorname{sn}(u+v)\operatorname{sn}(u-v) = \frac{\operatorname{sn}^2(u) - \operatorname{sn}^2(v)}{1 - k^2 \operatorname{sn}^2(u) \operatorname{sn}^2(v)} \quad (1-123)$$

$$R_m(x, L) = M \operatorname{sn}(x_L u) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{\operatorname{sn}^2(2\nu K/m) - \operatorname{sn}^2(x_L u)}{1 - x_L^{-2} \operatorname{sn}^2(2\nu K/m) \operatorname{sn}^2(x_L u)} \quad (1-124)$$

(1-124) は (1-114) から、 $x = \operatorname{sn}(x_L u, x_L^{-1})$  を代入すると、

$$R_m(x, L) = Mx \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - \operatorname{sn}^2(2\nu K/m)}{x^2 x_L^{-2} \operatorname{sn}^2(2\nu K/m) - 1} \quad (1-125)$$

上式は、 $m$  が奇数についての式ですが、 $m$  が偶数についても同様の式が得られます。それを以下にまとめると、

mが奇数の時

$$R_m(x, L) = C_1 x \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2(2\nu K/m)}{x^2 - [x_L / sn(2\nu K/m)]^2} \quad (1-126a)$$

mが偶数の時

$$R_m(x, L) = C_2 \prod_{v=1}^{m/2} \frac{x^2 - sn^2[(2\nu-1)K/m]}{x^2 - \{x_L / sn[(2\nu-1)K/m]\}^2} \quad (1-126b)$$

これで、遂に  $R_m(x, L)$  をその極と零で表わすことが出来ました。

(1-126) から、 $R_m(x, L)$  の零は次のように求められます。

mが奇数の時

$$x_{zv} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時

$$x_{zv} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$R_m(x, L)$  の極は次式で与えられます。

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$R_m(1, L) = 1$  から定数  $C_1$ 、 $C_2$  が求められます。

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1 - x_v^2}{1 - x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1 - x_v^2}{1 - x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

$R_m(x, L) = \pm 1$  となるのは、次の位置です。

mが奇数の時

$$x = sn \frac{(1+2\nu)K(x_L^{-1})}{m} \quad (1-130a)$$

mが偶数の時

$$x = sn \frac{2\nu K(x_L^{-1})}{m} \quad (1-130b)$$

$R_m(x, L) = \frac{L}{R_m(x_L/x, L)}$  から、(1-130) の零を  $x_{ev}$  と表わすと、

$R_m(x, L) = \pm L$  となるのは、次の位置です。

$$x = \frac{x_L}{x_{ev}} \quad (1-131)$$

(1-54) と (1-126) から  $m$  次の楕円関数ローパスフィルタの伝達関数を求めます。

$$\left| H_m(\omega_c, j\omega) \right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 R_m^2(\omega/\omega_c, L)} \quad (1-54)$$

$m$  が奇数の時

$$R_m(x, L) = C_1 x \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2(2\nu K/m)}{x^2 - [x_L / sn(2\nu K/m)]^2} \quad (1-126a)$$

$m$  が偶数の時

$$R_m(x, L) = C_2 \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{x^2 - sn^2[(2\nu-1)K/m]}{x^2 - \{x_L / sn[(2\nu-1)K/m]\}^2} \quad (1-126b)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1 - x_{\nu}^2}{1 - x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1 - x_{\nu}^2}{1 - x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

楕円関数ローパスフィルタの伝達関数  $H_m(s) \equiv H_m(\omega_p, s)$  に対して、 $P_m(s) \equiv \frac{1}{H_m(s)}$  を

用いると、

$$\left| P_m(s) \right|^2 = 1 + \varepsilon^2 \left| R_m(s/j\omega_p, L) \right|^2 \quad (1-132)$$

また、 $H_m(s)$  を有理関数と考えると、 $P_m(s)$  は次式で表わすことが出来ます。

$$P_m(s) = \frac{E(s)}{Q(s)} \quad (1-133)$$

$$\left| P_m(s) \right|^2 = \frac{E(s)E(-s)}{Q(s)Q(-s)} \quad (1-134)$$

(1-132) に (1-126) を代入すると、( $m$  が奇数について)

$$\left| P_m(s) \right|^2 = 1 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{\left\{ s^2 + [\omega_p sn(2\nu K/m)]^2 \right\}^2}{\left\{ s^2 + [x_L \omega_p / sn(2\nu K/m)]^2 \right\}^2}$$

(1-127) を代入すると、

$$\left| P_m(s) \right|^2 = 1 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{\left[ s^2 + (x_{z\nu} \omega_p)^2 \right]^2}{\left[ s^2 + (x_{\nu} \omega_p)^2 \right]^2} \quad (1-135)$$

(1-135) を通分すると、

$$|P_m(s)|^2 = \frac{\prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[ s^2 + (x_\nu \omega_p)^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[ s^2 + (x_{z\nu} \omega_p)^2 \right]^2}{\prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[ s^2 + (x_\nu \omega_p)^2 \right]^2} \quad (1-136)$$

(1-134) と (1-136) を比較して、分母、分子がそれぞれ等しいとすると、まず、求められるのは

$$Q(s) = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[ s^2 + (x_\nu \omega_p)^2 \right] \quad (1-137)$$

次に、

$$E(s) = C_H (s + \sigma) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} (s^2 + p_\nu s + q_\nu) \quad (1-138)$$

とすると、

$$E(s)E(-s) = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[ s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2 \right] \quad (1-139)$$

(1-139) と (1-136) の分子が等しいと考えられます。従って、(1-139) と (1-136) の分子をそれぞれ  $s$  の多項式として表わし、同じ次数の係数が等しいとして、 $C_H$ ,  $\sigma$ ,  $p_\nu$ ,  $q_\nu$  を求めると  $E(s)$  が求められます。

従って、

$m$  が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{\left( s^2 + (x_\nu \omega_p)^2 \right)}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma} \left( [s^2 + p_\nu s + q_\nu] \right)} \quad (1-140)$$

次に、

$m$  が偶数の時

$$E(s) = C_H \prod_{\nu=1}^{m/2} (s^2 + p_\nu s + q_\nu) \quad (1-141)$$

とすると、

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{\left( s^2 + (x_\nu \omega_p)^2 \right)}{m/2 \sqrt{C_H} \left( [s^2 + p_\nu s + q_\nu] \right)} \quad (1-142)$$

$$|P_m(s)|^2 = \frac{\prod_{\nu=1}^{m/2} \left[ s^2 + (x_\nu \omega_p)^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} \left[ s^2 + (x_{z\nu} \omega_p)^2 \right]^2}{\prod_{\nu=1}^{m/2} \left[ s^2 + (x_\nu \omega_p)^2 \right]^2} \quad (1-143)$$

例

$m = 2$  の場合

$$x_{z1} = \operatorname{sn}(K/2)$$

$$x_1 = x_L / x_{z1} = x_L / \operatorname{sn}(K/2)$$

$$C_2 = \frac{1 - x_1^2}{1 - x_{z1}^2}$$

$$E(s) = C_H(s^2 + p_1 s + q_1) \text{ とすると、}$$

$$Q(s) = s^2 + (x_1 \omega_p)^2$$

$$E(s)E(-s) = C_H^2 \left[ s^4 + (2q_1 - p_1^2)s + q_1^2 \right]$$

$$= \left[ s^2 + (x_1 \omega_p)^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \left[ s^2 + (x_{z1} \omega_p)^2 \right]^2$$

$$= \left( 1 + \varepsilon^2 C_2^2 \right) \left[ s^4 + 2\omega_p^2 \frac{x_1^2 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^2}{1 + \varepsilon^2 C_2^2} s^2 + \omega_p^4 \frac{x_1^4 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^4}{1 + \varepsilon^2 C_2^2} \right]$$

従って、

$$C_H = \sqrt{1 + \varepsilon^2 C_2^2}$$

$$q_1 = (\omega_p^2 / C_H) \sqrt{x_1^4 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^4}$$

$$p_1 = \sqrt{2 \left[ q_1 - \left( \frac{\omega_p}{C_H} \right)^2 (x_1^2 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^2) \right]}$$

最終的な、伝達関数は次の様になります。

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{Q(s)}{E(s)} = \frac{s^2 + (x_1 \omega_p)^2}{C_H(s^2 + p_1 s + q_1)}$$

$m = 2$  の例では、比較的簡単に  $C_H$ ,  $p_1$ ,  $q_1$  が求められましたが、一般的にはベアストウ法を利用したプログラムによって係数を求めます。



#### 1-14 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ

楕円関数ローパスフィルタの次数 $m$ （未知），カットオフ周波数 $f_p$ 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 $f_s$ において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$x_L = f_s/f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$m$ が奇数の時

$$x_{zv} = \text{sn}(2vK/m) \quad (1-127a)$$

$m$ が偶数の時

$$x_{zv} = \text{sn}[(2v-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1)/(10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

とする時、

$m$ が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{(m-1)/2 \sqrt{C_H} \sigma (s^2 + p_v s + q_v)} \quad (1-140)$$

ただし、 $C_H$ ,  $\sigma$ ,  $p_v$ ,  $q_v$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

$m$ が偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{m/2 \sqrt{C_H} (s^2 + p_v s + q_v)} \quad (1-142)$$

ただし、 $C_H$ ,  $p_v$ ,  $q_v$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

## 次数の決定方法

カットオフ周波数  $f_c = f_p$  (Hz) と減衰量  $a_p$  (dB) および、周波数  $f_s$  (Hz) と減衰量  $a_s$  (dB) を与えて、周波数  $f_s$  (Hz) における減衰量が  $a_s$  (dB) 以上となるフィルターの次数  $m$  を求める。

注意：

ゲイン  $a_s$  は 0dB 以下の負の数値だが、 $a_s$  を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

「1-13 楕円関数ローパスフィルタ（連立チェビシェフローパスフィルタ）の設計」の式（1-57）では、 $att_p$  と  $atts$  は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

$m$  次の楕円関数ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

$$\left| H_m(\omega_c, j\omega) \right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 R_m^2(\omega/\omega_c, L)} \quad (1-54)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1} \quad (1-56)$$

$$atts = 10 \log(1 + \varepsilon^2 L^2) \quad (1-57)$$

$$\therefore L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}} \quad (1-57)$$

ヤコビの楕円関数と楕円積分を用いて、与えられたパラメータと次数の関係を整理します。

$k = 1/x_L$  として、

$m = 2n$ （偶数）

$$R_m(x, L) = C_1 \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x^2 - sn^2[(2\nu-1)K/m, k]}{x^2 - \{x_L/sn[(2\nu-1)K/m, k]\}^2} \quad (1-66)$$

$m = 2n+1$ （奇数）

$$R_m(x, L) = C_2 x \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2[2\nu K/m, k]}{x^2 - \{x_L/sn[2\nu K/m, k]\}^2} \quad (1-67)$$

上式において、

$$C_1 = L^{1/2} \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x_L}{sn^2[(2\nu-1)K/m, k]} \quad (1-68)$$

$$C_2 = \left(\frac{L}{x_L}\right)^{1/2} \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x_L}{sn^2[2\nu K/m, k]}$$

これらの式において楕円正弦関数のモジュール $k$ は $k=1/x_L$ で表わされ、この値は $K$ にも影響を与えます。この $K$ は $k$ に対する完全楕円積分として知られています。

$$K = K(k) = K(x_L^{-1}) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x}} dx$$

$$k' = \sqrt{1-k^2} \quad (1-69)$$

$$K' = K'(k) = K(k') = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-k'^2 \sin^2 x}} dx$$

$$x_L = f_s / f_p$$

$$L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \quad (1-71)$$

$$\frac{K(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{mCK(L^{-1})}{L} \quad (1-109)$$

$$\frac{K'(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{CK'(L^{-1})}{L} \quad (1-110)$$

式(1-109)と(1-110)より、式(1-70)が得られる。

$$m = \frac{K(x_L^{-1})K'(L^{-1})}{K'(x_L^{-1})K(L^{-1})} \quad (\text{小数点以下切り上げ}) \quad (1-70)$$

フィルターの次数は整数なので  $m$  の小数部を切り上げて、ローパスフィルタの次数を決定する。

$m$  を切り上げることで、周波数  $f_s$  (Hz) における減衰量が  $as$  (dB) 以上となる。

## プログラムによって伝達関数を求める例

次のプログラムでは  $(1 - 1.37)$ ,  $(1 - 1.38)$ ,  $(1 - 1.41)$  を次のように変形して  $w_v$ ,  $C_H$ ,  $\sigma$ ,  $ZF_v$ ,  $ZQ_v$  を求めています。

mが奇数の時

$$w_v = 2\pi f_p(1/k) / \text{sn}(2vK/m, k) \quad (1 - 1.44)$$

$$Q(s) = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} (s^2 + w_v^2) \quad (1 - 1.45)$$

$$E(s) = C_H(s + \sigma) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[ s^2 + \frac{2\pi ZF_v}{ZQ_v} s + (2\pi ZF_v)^2 \right] \quad (1 - 1.46)$$

mが偶数の時

$$w_v = 2\pi f_p(1/k) / \text{sn}[(2v-1)K/m, k] \quad (1 - 1.47)$$

4 7)

$$Q(s) = \prod_{v=1}^{m/2} (s^2 + w_v^2) \quad (1 - 1.48)$$

$$E(s) = C_H \prod_{v=1}^{m/2} \left[ s^2 + \frac{2\pi ZF_v}{ZQ_v} s + (2\pi ZF_v)^2 \right] \quad (1 - 1.49)$$

従って、元の表記で表わすと、

$$p_v = \frac{2\pi ZF_v}{ZQ_v}, \quad q_v = (2\pi ZF_v)^2 \quad (1 - 1.50)$$

となります。

```
#define MAX    210
```

```
double g, pl, ql, rl, tm, f0, fd, fd0, fs,
       fpp, attp, fss, atts, w0, ep=1e-10;
double pi = M_PI;
double h, k, kd, kb, u, ks, kds;
double DK, kk, kkl, fdd;
double ee, e, tp, a, sigma, ch;
double aa[MAX], pp[MAX];
double ff[MAX], z[MAX], w[MAX], cc[MAX], dd[MAX], bb[MAX];
double s[MAX], qq[MAX], zw[MAX], zf[MAX], zq[MAX];
int    odd, nin, n, m, em, rr, tt;
```

```

double intg(double k)    /* 完全楕円積分  $K(k)$  を計算する */
{
double a,b,c,d;
int i;
a = 1.0;
b = sqrt(1-k*k);
for(i=0;i<50;i++){
c = (a+b)/2.0;
d = sqrt(a*b);
if((c-b) < c*ep) break;
a = c;
b = d;
}
a = c;
return (pi/2.0/a);
}

```

```

/* 楕円正弦関数  $sn(u,k)$  を計算する */
double sn(double u,double k)
{
double sn,q,v,w0;
int j;
q = exp(-pi*kk1/kk);
v = pi/2.0*u/kk;
sn = 0.0;
for(j=0;j<50;j++){
w0 = pow(q,j+.5);
sn += w0*sin((2.0*j+1.0)*v)/(1-w0*w0);
if(w0 < ep) break;
}
return ( sn*2.0*pi/k/kk );
}

```

```

void cal_prod(int sn)
{
int i, j;
bb[0] = s[1]; bb[1] = 1.0; j = 1;
loop_prod:
j++;
aa[0] = s[j]*bb[0];
for(i=1;i<=j-1;i++) aa[i] = bb[i-1]+s[j]*bb[i];
for(i=0;i<=j-1;i++) bb[i] = aa[i];
bb[j] = 1.0;
if(j<sn) goto loop_prod;
}

/* f0における減衰量を計算する */
void cal_loss(double f0)
{
int i;
double w0, ww, bf1, bf2, bf3;
w0 = tp*f0; ww = w0*w0; a = kk;
for(i=1;i<=m/2;i++) {
bf1 = pow(zw[i], 2.0); bf2 = pow(ww-bf1, 2.0);
bf3 = pow(w0*zw[i]/zq[i], 2.0);
a += 10.0*log10(bf2+bf3);
}
for(i=1;i<=n;i++) {
bf1 = pow(w[i], 2.0); bf2 = pow(ww-bf1, 2.0);
a -= 10.0*log10(bf2);
}
if(m>em) a += 10.0*log10(ww+pow(sigma, 2.0));
}

```

```

/* ベアストウ法により、2次式と1次式の因子の係数を計算する */
void cal_p_q()
{
    int i, il, x1, x2, x3;
    double p, q, x4, ddp, dq;
    for(i=1; i<=tt; i++) aa[i] /= aa[0];
    aa[0] = bb[0] = cc[0] = 1.0; il = 0;
loop_p_q2:
    p = q = 0.0; il++;
loop_p_q1:
    bb[1] = aa[1] - p; cc[1] = bb[1] - p;
    for(i=2; i<=tt; i++) bb[i] = aa[i] - p*bb[i-1] - q*bb[i-2];
    for(i=2; i<=tt-1; i++) cc[i] = bb[i] - p*cc[i-1] - q*cc[i-2];
    x1 = tt-1; x2 = tt-2; x3 = tt-3;
    x4 = pow(cc[x2], 2.0) + cc[x3]*(bb[x1]-cc[x1]);
    if(x4 == 0.0) x4 = 0.001;
    ddp = (bb[x1]*cc[x2] - bb[tt]*cc[x3])/x4; p += ddp;
    dq = (bb[tt]*cc[x2] - bb[x1]*(cc[x1]-bb[x1]))/x4; q += dq;
    if(fabs(ddp)+fabs(dq)>1e-6) goto loop_p_q1;
    pp[il] = p; qq[il] = q; aa[1] -= p; tt -= 2;
    for(i=2; i<=tt; i++) aa[i] -= (p*aa[i-1] + q*aa[i-2]);
    if(tt>2) goto loop_p_q2;
    if(tt == 2) {
        il++; pp[il] = aa[1]; qq[il] = aa[2];
    }
    if(tt == 1) a = -aa[1];
}

```

／＊  $Q^2(s)$  の各次数の係数を計算する ＊／

```
void cal_qz()
{
    int i;
    double d;
    for(i=1;i<=nin;i++) s[i] = -1;
    for(i=nin+1;i<=nin+n;i++) s[i] = -pow(z[i-nin], 2.0);
    for(i=nin+n+1;i<=nin+2*n;i++) s[i] = s[i-n];cal_prod(m);
    d = pow(-1, nin);
    for(i=0;i<=2*m;i += 2) dd[i] = d*bb[i/2];
}
```

／＊  $\varepsilon^2 C^2 \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^{2nin} \prod_v \left[ s^2 + (x_{zv} \omega_p)^2 \right]^2$  の各次数の係数を計算する ＊／

```
void cal_fz2(int i)
{
    int j, ji, jf;
    if(i<em+2) {
        ji = 0; jf = i;
    }
    if(i>em) {
        ji = i-em; jf = em;
    }
    cc[i] = 0;
    for(j=ji;j<=jf;j += 2) cc[i] += aa[j]*aa[i-j];
}
```



```

void cal_fz()
{
int i;
for(i=1;i<=nin;i++) s[i] = 1;
for(i=nin+1;i<=nin+n;i++) s[i] = z[i-nin];
for(i=nin+n+1;i<=nin+2*n;i++) s[i] = z[i-nin-n];
i--;
cal_prod(i);
for(i=0;i<=em;i += 2) aa[i] = e*bb[i];
for(i=0;i<=2*em;i += 2) cal_fz2(i);
}

```

／＊  $E(s)$  を計算する、メインプログラム (j はフィルタの次数)

k は  $f_p/f_s$  の値, f d 0 はカットオフ周波数 f p

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{C_H \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + p_v s + q_v]} \text{ において、}$$

$$p_v = ZW[i]/ZQ[i], \quad q_v = \{ZW[i]\}^2, \quad x_v \omega_p = W[i] \quad * /$$

```

void zero_find(int j)
{
int i;
double d;
for(i=0;i<MAX;i++) {
    aa[i] = 0.0; bb[i] = 0.0; cc[i] = 0.0; dd[i] = 0.0;
    pp[i] = 0.0; s[i] = 0.0; z[i] = 0.0; w[i] = 0.0;
    zf[i] = 0.0; zq[i] = 0.0; qq[i] = 0.0; zw[i] = 0.0;
}
kd = sqrt(1.0-k*k);
ee = pow(10.0, 0.1*attp)-1.0;          ／＊  $\varepsilon^2$  ＊／
e = sqrt(ee);                          ／＊  $\varepsilon$  ＊／
kk = intg(k);                          ／＊  $kk = K(k)$  ＊／
kk1 = intg(kd);                       ／＊  $kk1 = K'(k)$  ＊／
if(odd) {
    for(i=1;i<=(j-1)/2;i++) ff[i]=1/k/sn(kk*i*2/j,k)*fd0;
}

```

```

}
else
    for(i=1;i<=j/2;i++)    ff[i]=1/k/sn(kk*(i*2-1)/j,k)*fd0;
fdd = fd0*fd0;
n = j/2;
nin = (j - (j/2)*2);
m = nin + 2*n;
em = 2*(m/2);
tp = 2.0*pi;
kk = 0.0;    rr = 0;
tt = m;
for(i=1;i<=n;i++) {
    z[i] = sqrt(1.0-fdd/ff[i]/ff[i]);
    w[i] = tp * ff[i];
}
cal_fz();
cal_qz();
if(m>em)    cc[2*m] = 0;
for(i=0;i<=2*m;i += 2)    aa[m-i/2] = cc[i]+dd[i];
cal_p_q();
loop_zf:
    rr++;    d = 1.0+pp[rr]+qq[rr];
    bb[rr] = (1.0+pp[rr]/2.0)*fdd/d;
    zf[rr] = fd0/pow(d, 0.25);
    zq[rr] = 1/sqrt(2.0*(1-bb[rr]/pow(zf[rr], 2.0)));
    zw[rr] = tp*zf[rr];
    if(rr<em/2)    goto    loop_zf;
    if(m>em)    sigma = sqrt(fdd/(a-1.0))*tp;
    cal_loss(fd0);
    kk = attp - a;
    ch = pow(10.0, 0.05*kk);
}

```

## 1-15 与えられた次数による楕円関数ローパスフィルタの設計

1-14までで、カットオフ周波数  $f_p$ 、通過域のリプル  $att_p$  (dB)、周波数  $f_s$  において最低減衰量  $atts$  (dB) を確保する楕円関数ローパスフィルタの設計が可能になりました。ここでは、フィルタの次数  $m$ 、カットオフ周波数  $f_p$ 、通過域のリプル  $att_p$  (dB)、最低減衰量に達する周波数  $f_s$  を与えて楕円関数ローパスフィルタを設計する方法を紹介します。

$$x_L = f_s / f_p = 1/k, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1}$$

$$L^{-1} = x_L^{-m} \prod_{v=0}^{\text{int}(m/2)-1} sn^4 \left[ \frac{(1+2v)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1} \right] \quad (1-121)$$

$$atts = 10 \log[1 + \varepsilon^2 L^2] \quad (1-151)$$

により、最低減衰量を確認し、これが要求にあうかどうかを確認します。よければ、次式によって詳細設計を続けます。

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1 - x_v^2}{1 - x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1 - x_v^2}{1 - x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

**mが奇数の時**

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma} ([s^2 + p_v s + q_v])} \quad (1-140)$$

ただし、 $C_H$ 、 $\sigma$ 、 $p_v$ 、 $q_v$  は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

**mが偶数の時**

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{m/2 \sqrt{C_H} ([s^2 + p_v s + q_v])} \quad (1-142)$$

ただし、 $C_H$ 、 $p_v$ 、 $q_v$  は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

# アナログフィルタの設計と合成

## 第2章 ローパスフィルタの合成

### 2-1 ローパスフィルタの種類と基本回路形式

- a. バターワースローパスフィルタ
- b. チェビシェフローパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフローパスフィルタ
- d. 楕円関数ローパスフィルタ

#### 1 次のローパスフィルタ基本回路

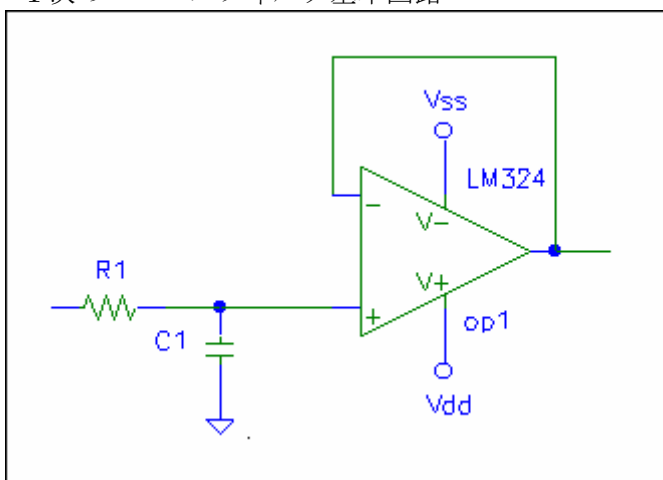


図 2-1 1 次のローパスフィルタ基本回路 1 lp1\_1.cir

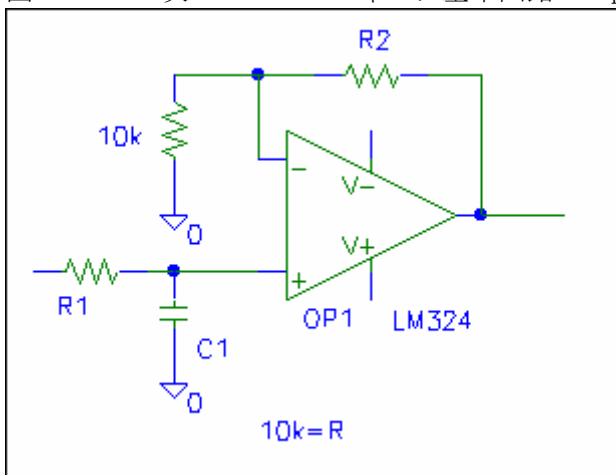


図 2-2 1 次のローパスフィルタ基本回路 1 lp1\_2.cir

l p 1\_\_1. c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (2-1)$$

l p 1\_\_2. c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{\frac{R + R_2}{R} (1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (2-2)$$

2 次のローパスフィルタ基本回路

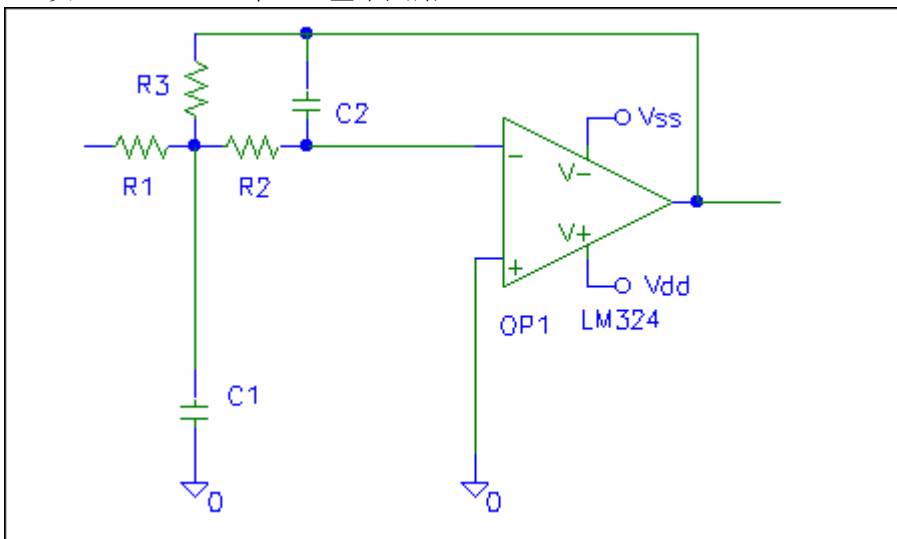


図 2-3 2 次のローパスフィルタ基本回路 lpat1\_2.cir

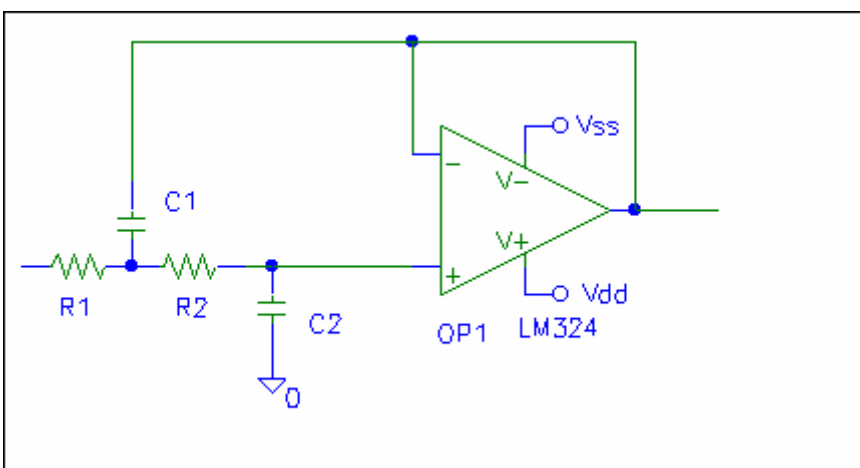


図 2-4 2 次のローパスフィルタ基本回路 lpat2\_2.cir

l p a t 1 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)} \quad (2-3)$$

l p a t 2 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{1}{\frac{C_1 C_2 R_1 R_2}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}} \quad (2-4)$$

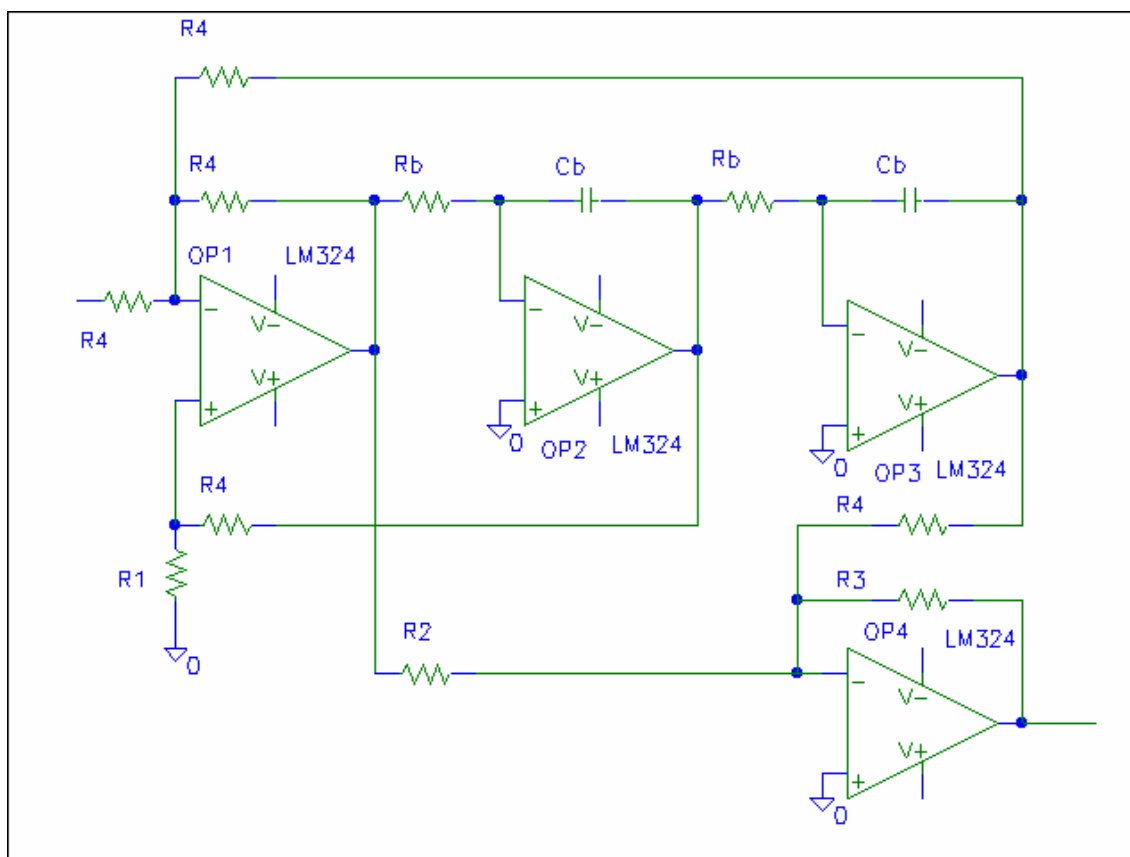
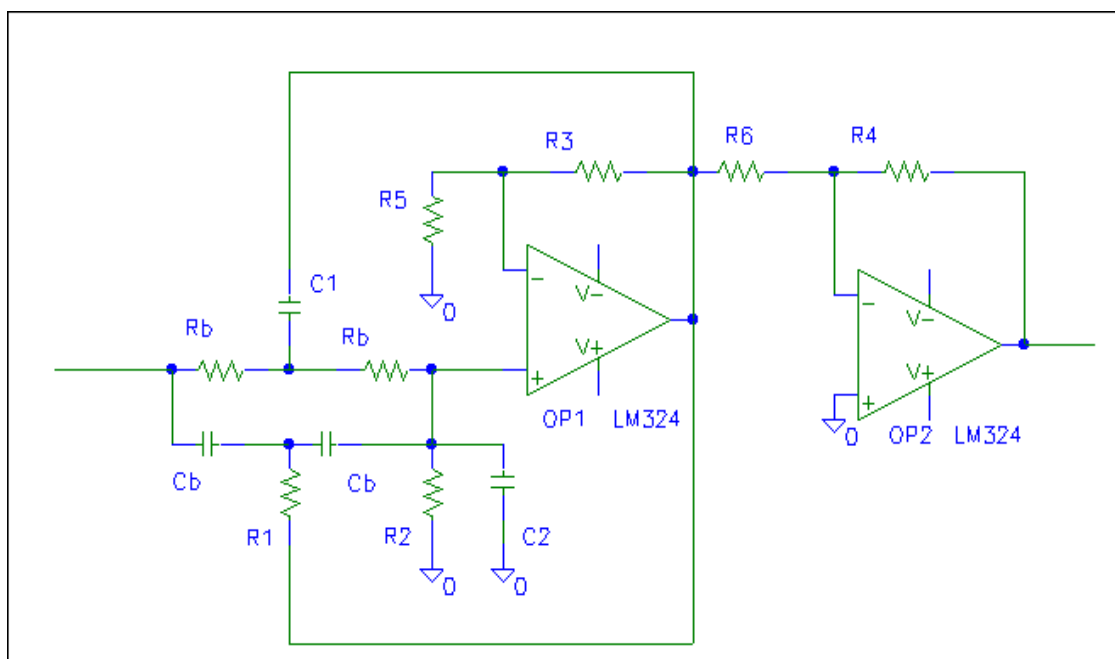


図 2-5 2 次のローパスフィルタ基本回路 lpet1\_2.cir

l p e t 1 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (2-5)$$



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

図 2-6 2 次のローパスフィルタ基本回路 lpet2\_2.cir

l p e t 2 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (2-6)$$

## 2-2 ローパスフィルタの種類と伝達関数

- a. バターワースローパスフィルタ
- b. チェビシェフローパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフローパスフィルタ
- d. 楕円関数ローパスフィルタ

## 2-2-a バターワースローパスフィルタの伝達関数のまとめ

バターワースローパスフィルタの次数 $m$ 、カットオフ周波数 $f_c$ とすると、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

バターワースローパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-7)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-8)$$

(1-7), (1-8) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2} = \omega_c \quad (1-9)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

回路の合成に於いては、次の値が設計段階ですでに求められているものとします。

$$m, \omega_c, \omega_{ck}, Q_k \dots k = 0, 1, \dots, m/2$$



## 2-2-b チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

チェビシェフローパスフィルタの次数 $m$ 、カットオフ周波数 $f_c$ 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-31)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-32)$$

(1-31), (1-32) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \quad (1-32a)$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

回路の合成に於いては、次の値が設計段階ですでに求められているものとします。

$$m, \omega_d, \omega_{ck}, Q_k \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, m/2$$

## 2-2-c 逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

逆チェビシェフローパスフィルタの次数 $m$ 、周波数 $f_c$ における減衰量 $atts(\text{db})$ とすると、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-42)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-43)$$

(1-42)、(1-43)において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c / \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \quad (1-44)$$

回路の合成に於いては、次の値が設計段階ですでに求められているものとします。

$$m, \omega_d, \omega_{ck}, Q_k, r_k \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, m/2$$

## 2-2-d 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ

楕円関数ローパスフィルタの次数 $m$ （未知），カットオフ周波数 $f_p$ 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 $f_s$ において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$x_L = f_s/f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$m$ が奇数の時

$$x_{zv} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

$m$ が偶数の時

$$x_{zv} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1)/(10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

とする時、

$m$ が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{(m-1)/2 \sqrt{C_H} \sigma (s^2 + p_v s + q_v)} \quad (1-140)$$

ただし、 $C_H$ ,  $\sigma$ ,  $p_v$ ,  $q_v$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

$m$ が偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{m/2 \sqrt{C_H} (s^2 + p_v s + q_v)} \quad (1-142)$$

ただし、 $C_H$ ,  $p_v$ ,  $q_v$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

## 2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

ローパスフィルタの特性の種類

- a. バターワースローパスフィルタ
- b. チェビシェフローパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフローパスフィルタ
- d. 楕円関数ローパスフィルタ

### 2-3-1 1次の回路のローパスフィルタへの適用

例えば、バターワースローパスフィルタの伝達関数 (1-7), (1-8) よりフィルタの次数  $m$  が奇数の場合には、1次の回路と2次の回路の縦続接続により実現され、 $m$  が偶数の時には2次の回路の縦続接続により実現されることが解ります。この時、a から d までの特性のローパスフィルタすべてに対して、1次の回路はローパスフィルタの利得が1の場合には  $lp1\_1.cir$  が使用され、利得が1以上の時には  $lp1\_2.cir$  が使用されます。

### 2-3-2 2次の回路のローパスフィルタへの適用

例えば、 $lp2\_1.cir$  と  $lp2\_2.cir$  は a 及び b の特性のローパスフィルタの実現に使用出来ます。また、 $lp2\_1.cir$  と  $lp2\_2.cir$  は c と d の特性のローパスフィルタの実現に使用出来ます。

### 2-3-a バターワースローパスフィルタへの適用

バターワースローパスフィルタの次数  $m$ 、カットオフ周波数  $f_c$  とするとき、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2)-1$  として

バターワースローパスフィルタの伝達関数は

$m$  が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-7)$$

$m$  が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-8)$$

(1-7), (1-8) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2} = \omega_c \quad (1-9)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1 次の回路部分

(1-7) より l p 1\_\_1. c i r が使用されます。

(2-1) と (1-7) の 1 次の項を比較して、

$$\omega_c = \frac{1}{C_1 R_1} \quad (2-9)$$

ここで、 $\omega_c = 1$ ,  $C_1 = 1$  とすると、

$$R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1} = \frac{1}{1*1} = 1$$

$$\text{従って、} C_1 = R_1 = 1 \quad (2-10)$$

ここで、インピーダンス変換係数 Z 及び周波数変換係数 F S F を導入します。

Z は C および R のインピーダンスを Z 倍する倍率を表わし、F S F は、カットオフ周波数を  $f_c$  とする時、 $FSF = 2\pi f_c$  を表わします。

(2-10) において、カットオフ周波数を  $f_c$ , R の値を Z とすると、

$$FSF = 2\pi f_c$$

$$R_1 = Z$$

$$C_1 = 1/FSF/Z \quad (2-11)$$

l p 2\_\_1. c i r においても、(2-11) は適用されます。利得を A とした場合、

$$R_2 = (A-1)R = (A-1)*10k \quad (2-12)$$

2 次の回路部分

l p a t 1\_\_2. c i r を使用する場合

(2-3) と (1-8) より、利得を 1 とすると、 $R_3 = R_1$  となります。

$C_2 = C, C_1 = mC, R_1 = R, R_2 = kR$  とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-13)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} = \frac{1+2k}{mkCR} \quad (2-14)$$

(2-13) と (2-14) から、

$$\omega_{ck}^2 = \left( \frac{1+2k}{mkCR} \right)^2 Q_k^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-15)$$

(2-15) から、与えられた正の実数mに対して、kは

$$4Q_k^2 k^2 + (4Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0 \quad (2-16)$$

を満足するはずですが。kは正の実数でなければなりませんから、

$$A = 4Q_k^2, B = 4Q_k^2 - m \text{ とすると、 } k = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - A^2}}{2A} \text{ より、}$$

$$B \leq 0 \quad (2-17)$$

$$\therefore m \geq 4Q_k^2 > 0$$

また、判別式より、

$$D = (4Q_k^2 - m)^2 - 16Q_k^4 = m(m - 8Q_k^2) \geq 0 \quad (2-18)$$

$$\therefore m \geq 8Q_k^2$$

(2-17) と (2-18) より、

$$m \geq 8Q_k^2 \text{ の時、} \quad (2-19)$$

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2} \quad (2-20)$$

従って、(1-9) に基づき、変換係数Z, F S Fを適用して、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = R_3 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (2-21)$$

ただし、 $m \geq 8Q_k^2$

2次の回路部分

**l p a t 2 \_ 2 . c i r**を使用する場合

(2-4) と (1-8) より、 $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$  とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-22)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} = \frac{1+k}{mkCR} \quad (2-23)$$

(2-22) と (2-23) から、

$$\omega_{ck}^2 = \left( \frac{1+k}{mkCR} \right)^2 Q_k^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-24)$$

(2-24) から、与えられた正の実数mに対して、kは

$$Q_k^2 k^2 + (2Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0 \quad (2-25)$$

を満足するはずですが。kは正の実数でなければなりませんから、

$$A = Q_k^2, B = 2Q_k^2 - m \text{ とすると、 } k = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4A^2}}{2A} \text{ より、}$$

$$B \leq 0 \quad (2-26)$$

$$\therefore m \geq 2Q_k^2 > 0$$

また、判別式より、

$$D = (2Q_k^2 - m)^2 - 4Q_k^4 = m(m - 4Q_k^2) \geq 0 \quad (2-27)$$

$$\therefore m \geq 4Q_k^2$$

(2-26) と (2-27) より、

$$m \geq 4Q_k^2 \quad (2-28)$$

の時、

$$k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{2Q_k^2} \quad (2-29)$$

従って、(1-9) に基づき、変換係数  $Z$ ,  $FSF$  を適用して、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (2-30)$$

ただし、 $m \geq 4Q_k^2$

### 2-3-b チェビシェフローパスフィルタへの適用

チェビシェフローパスフィルタの次数  $m$ 、カットオフ周波数  $f_c$ , 通過域のリプル  $att_p(\text{db})$

とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

$m$  が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-31)$$

$m$  が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-32)$$

(1-31), (1-32) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots \dots \dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$\begin{aligned}
p_k &= \sin(a_k) \sinh(d) > 0, \dots, k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\
q_k &= \cos(a_k) \cosh(d) \\
\omega_{ck} &= \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\
Q_k &= \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \\
\omega_d &= \omega_c \sinh(d) \\
\omega_c &= 2\pi f_c
\end{aligned} \tag{1-32a}$$

1 次の回路部分

(1-31) より 1 p 1\_\_1. c i r が使用されます。

カットオフ周波数を  $f_c$ , R の値を Z とすると、(1-32a) より、

$$\begin{aligned}
\omega_c &= 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c \sinh(d), FSF = \omega_d \\
R_1 &= Z \\
C_1 &= 1/FSF/Z
\end{aligned} \tag{2-11}$$

2 次の回路部分

1 p a t 1\_\_2. c i r を使用する場合

バターワースローパスフィルタの場合と同様に、(2-3) と (1-8) より、

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2} \tag{2-20}$$

(1-32a) に基づき、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = R_3 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \tag{2-21}$$

ただし、 $m \geq 8Q_k^2$

1 p a t 2\_\_2. c i r を使用する場合

バターワースローパスフィルタの場合と同様に、(2-4) と (1-8) より、

$$k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{2Q_k^2} \tag{2-29}$$

(1-32a) に基づき、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \tag{2-30}$$

ただし、 $m \geq 4Q_k^2$

### 2-3-c 逆チェビシェフローパスフィルタへの適用

逆チェビシェフローパスフィルタの次数  $m$ 、周波数  $f_c$  における減衰量  $atts(db)$  とするとき、



$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-42)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-43)$$

(1-42)、(1-43)において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{att/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c / \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \quad (1-44)$$

(2-5)と(2-6)を(1-42)、(1-43)の2次式の部分と比較し易いように変形します。

(2-5)の変形

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_4} \frac{\frac{1}{C_b^2 R_b^2} \left( \frac{C_b^2 R_b^2 R_4}{R_2} s^2 + 1 \right)}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (2-31)$$

(2-6) の変形

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kr} \frac{R_4}{R_6} \frac{\frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} (C_b^2 R_b^2 s^2 + 1)}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)}} \quad (2-32)$$

1 次の回路部分

(1-42) より l p 1\_\_1. c i r が使用されます。

カットオフ周波数を  $f_c$ , R の値を Z とすると、(1-44) より、

$$\omega_c = 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c / \sinh(d), FSF = \omega_d$$

$$R_1 = Z$$

$$C_1 = 1/FSF/Z \quad (2-11)$$

2 次の回路部分

l p e t 1\_\_2. c i r を使用する場合

(2-31) と (1-43), (1-44) より、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (2-33)$$

$$r_k^2 = \frac{C_b^2 R_b^2 R_4}{R_2} = \frac{R_4}{R_2 \omega_{ck}^2} \quad (2-34)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (2-35)$$

(2-33) と (2-35) より、

$$9R_1^2 Q_k^2 = (R_1 + R_4)^2 \quad (2-36)$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_k - 1} \quad \left( Q_k > \frac{1}{3} \right)$$

(2-34) より、

$$R_2 = \frac{R_4}{r_k^2 \omega_{ck}^2} \quad (2-37)$$

(2-33) より、

$$FSF = \omega_{ck}, C_b = 1/Z/FSF, R_b = Z, R_3 = R_4 \quad (2-38)$$

2 次の回路部分

l p e t 2\_\_2. c i r を使用する場合

(2-32) と (1-43), (1-44) より、

$$r_k^2 = C_b^2 R_b^2 \quad (2-39)$$

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{r_k^2 (1+kd)} \quad (2-40)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{r_k (1+kd)} \quad (2-41)$$

$$G = \frac{kk}{1+kr} \frac{R_4}{R_6} = 1 \quad (2-42)$$

(2-40) より、

$$kd = \frac{1+kr}{r_k^2 \omega_{ck}^2} - 1 > \frac{1}{r_k^2 \omega_{ck}^2} - 1 > 0 \dots \because kr > 0 \quad (2-43)$$

まず、 $kd$  を (2-43) を満足する値に設定します。このとき、(2-40) より、  
 $kr = r_k^2 \omega_{ck}^2 (1+kd) - 1 \quad (2-44)$

(2-41) より、

$$kd+kr+4(1-kk) = \frac{r_k \omega_{ck} (1+kd)}{Q_k} \quad (2-45)$$

$$\therefore kk = \frac{kd+kr+4 - \frac{r_k \omega_{ck} (1+kd)}{Q_k}}{4}$$

(2-45) に (2-44) を代入して、 $kk > 1, r_k \omega_{ck} < 1$  を適用すると

$$kd > \frac{Q_k (1 - r_k^2 \omega_{ck}^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k (1 + r_k^2 \omega_{ck}^2) - r_k \omega_{ck}} \quad (2-46)$$

$$(2-42) \text{ より、 } R_4 = \frac{1+kd}{kk} R_6$$

従って、(2-39) より、変換係数を  $FSF = 1/r_k$  とすると、

$$C_b = 1/Z/FSF, R_b = Z, R_1 = R_b/2, R_2 = 2R_b/kr \quad (2-47)$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{1+kr}{kk} R_6$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kd > \max[\frac{1}{r_k^2 \omega_{ck}^2} - 1, \frac{Q_k (1 - r_k^2 \omega_{ck}^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k (1 + r_k^2 \omega_{ck}^2) - r_k \omega_{ck}}]$  を満足する  $kd$  に対して、

$$kr = r_k^2 \omega_{ck}^2 (1+kd) - 1 \quad (2-44)$$

$$kk = \{kd+kr+4 - r_k \omega_{ck} (1+kd)/Q_k\}/4 \quad (2-45)$$

### 2-3-d 楕円関数ローパスフィルタへの適用

楕円関数ローパスフィルタの次数  $m$  (未知)、カットオフ周波数  $f_p$ 、通過域のリプル  $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数  $f_s$  において最低減衰量  $\text{atts}(\text{db})$  を確保する場合、

$$x_L = f_s/f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

mが奇数の時

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10}-1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10}-1)/(10^{attp/10}-1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

とする時、

mが奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s+\sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_\nu \omega_p)^2)}{(m-1)/2 \sqrt{C_H} \sigma ([s^2 + p_\nu s + q_\nu])} \quad (1-140)$$

ただし、 $C_H$ ,  $\sigma$ ,  $p_\nu$ ,  $q_\nu$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_\nu \omega_p)^2)}{m/2 \sqrt{C_H} ([s^2 + p_\nu s + q_\nu])} \quad (1-142)$$

ただし、 $C_H$ ,  $p_\nu$ ,  $q_\nu$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_\nu^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

(2-5) と (2-6) を (1-140) と (1-142) の2次式の部分と比較して楕円関数ローパスフィルタを合成します。

カットオフ周波数を  $\omega_p = 2\pi f_p$  とします。合成に先立って、 $C_H, \sigma, x_\nu \omega_p, p_\nu, q_\nu$  が求められているものとします。さらに、計算式を解りやすくするために、 $\omega_{0\nu} = x_\nu \omega_p$  とします。

1 次の回路部分

定義より、 $\left|H_m(\omega_p, 0)\right|=1$ なので、1 p 1\_\_1. c i r が使用されます。

$$FSF = \sigma, R_1 = Z, C_1 = 1/Z/FSF \quad (2-48)$$

2 次の回路部分

1 p e t 1\_\_2. c i r を使用する場合

(2-5) と (1-142) より、

$$q_v = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (2-49)$$

$$\omega_{0v}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} q_v \quad (2-50)$$

$$p_v = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3\sqrt{q_v} R_1}{(R_1 + R_4)} \quad (2-51)$$

(2-49) より、

$$FSF = \sqrt{q_v} \text{ として、 } C_b = 1/Z/FSF, R_b = Z \quad (2-52)$$

(2-50) より、 $\omega_{0v} = x_v \omega_p$  として、

$$R_2 = \frac{\omega_{0v}^2}{q_v} R_4 \quad (2-53)$$

$$G^{-1} = {}^{(m-1)/2}\sqrt{C_H \sigma} (m = odd) \quad G^{-1} = {}^{m/2}\sqrt{C_H} (m = even) \text{ として、}$$

$$R_3 = GR_2$$

$$(2-51) \text{ より、 } R_1 = \frac{p_v}{3\sqrt{q_v} - p_v} R_4 \quad (2-54)$$

2 次の回路部分

1 p e t 2\_\_2. c i r を使用する場合

(2-6) と (1-142) より、 $\omega_{0v} = x_v \omega_p$  として、

$$\omega_{0v} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (2-55)$$

$$q_v = \frac{1 + kr}{C_b^2 R_b^2 (1 + kd)} = \frac{1 + kr}{1 + kd} \omega_{0v}^2 \quad (2-56)$$

$$p_v = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{(1 + kd)} \omega_{0v} \quad (2-57)$$

$$G^{-1} = {}^{(m-1)/2}\sqrt{C_H \sigma} (m = odd) \quad G^{-1} = {}^{m/2}\sqrt{C_H} (m = even) \text{ として、}$$

$$G = \frac{kk}{1 + kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (2-58)$$

(2-56) より、

$kd = \frac{\omega_{0v}^2}{q_v}(1+kr) - 1 > \frac{\omega_{0v}^2}{q_v} - 1 > 0 \dots \because kr > 0$  を満足する  $k, d$  に対して、

$$kr = \frac{q_v}{\omega_{0v}^2}(1+kd) - 1 \quad (2-59)$$

(2-57) より、

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{p_v(1+kd)}{4\omega_{0v}} \quad (2-60)$$

(2-60) に (2-59) を代入して、 $kk > 1$  を適用すると、

$$kd > \frac{\omega_{0v}^2 + p_v\omega_{0v} - q_v}{\omega_{0v}^2 - p_v\omega_{0v} + q_v}$$

(2-58) より、 $R_4 = \frac{1+kd}{kk} GR_6$  (2-61)

従って、 $FSF = \omega_{0v} = x_v \omega_p$  として、 $kd > \max[\frac{\omega_{0v}^2}{q_v} - 1, \frac{\omega_{0v}^2 + p_v\omega_{0v} - q_v}{\omega_{0v}^2 - p_v\omega_{0v} + q_v}]$  に対して、

$$C_b = 1/Z/FSF, R_b = Z, R_1 = R_b/2, R_2 = 2R_b/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{1+kd}{kk} GR_6$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、

$$kr = \frac{q_v}{\omega_{0v}^2}(1+kd) - 1 \quad (2-59)$$

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{p_v(1+kd)}{4\omega_{0v}} \quad (2-60)$$

## アナログフィルタの設計と合成

### 第3章 ハイパスフィルタの設計

#### 3-1 ハイパスフィルタの種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースハイパスフィルタ
- b. チェビシェフハイパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフハイパスフィルタ
- d. 楕円関数ハイパスフィルタ

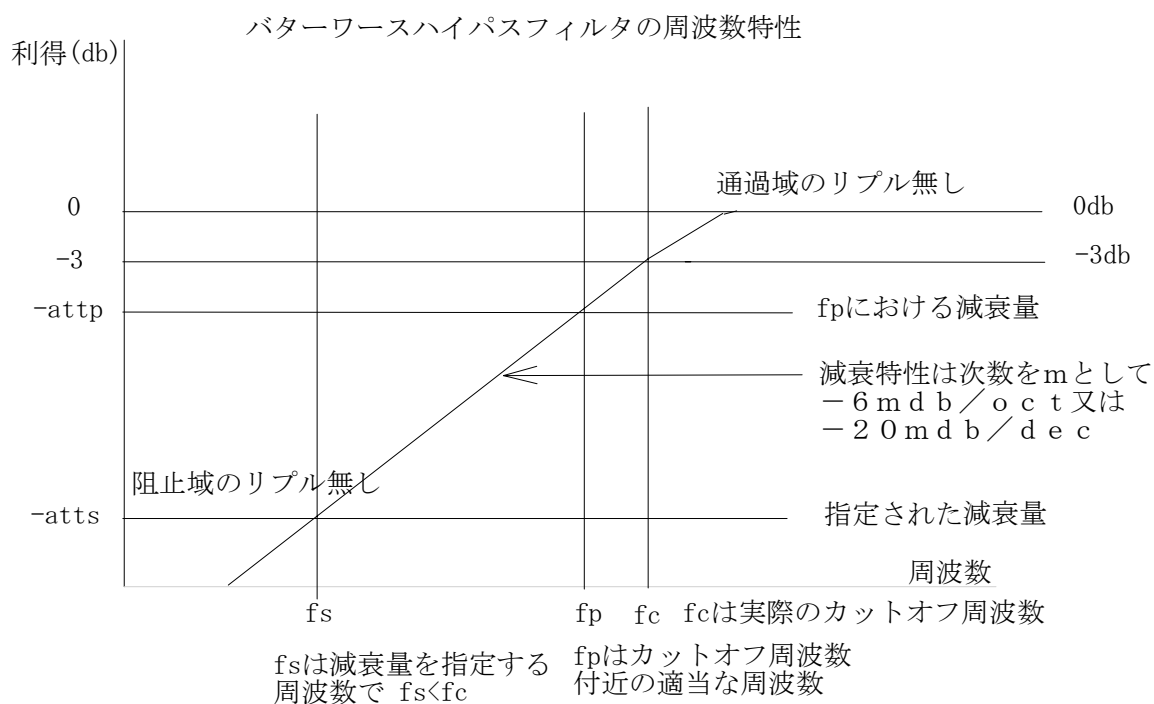


図3-1 バターワースハイパスフィルタの周波数特性

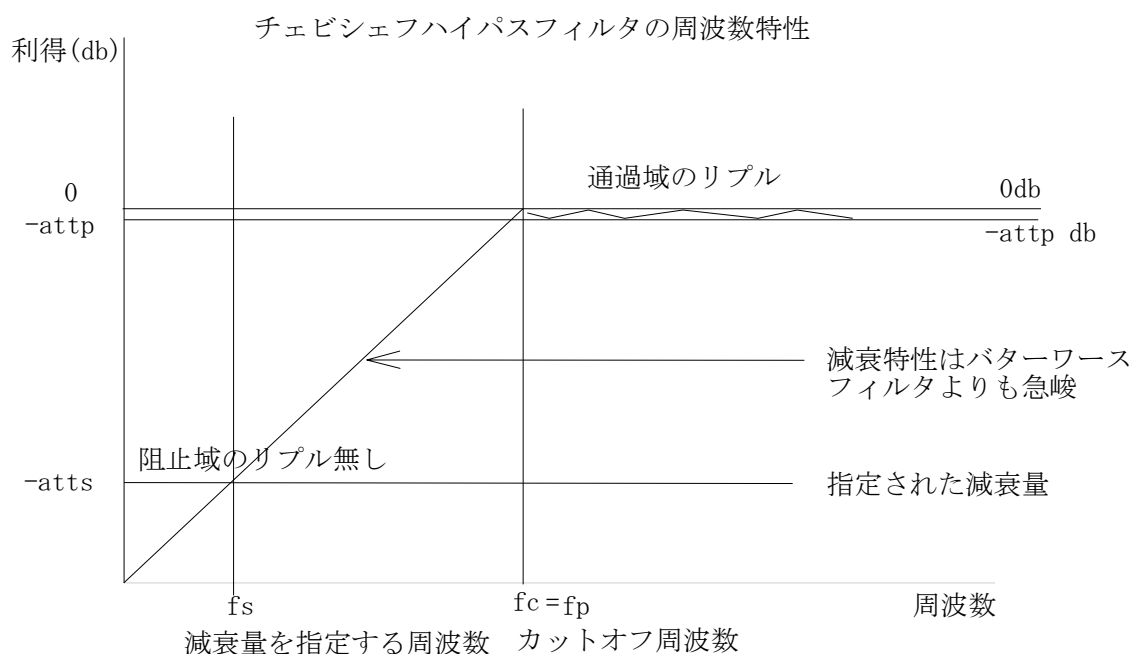


図 3 - 2 チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性

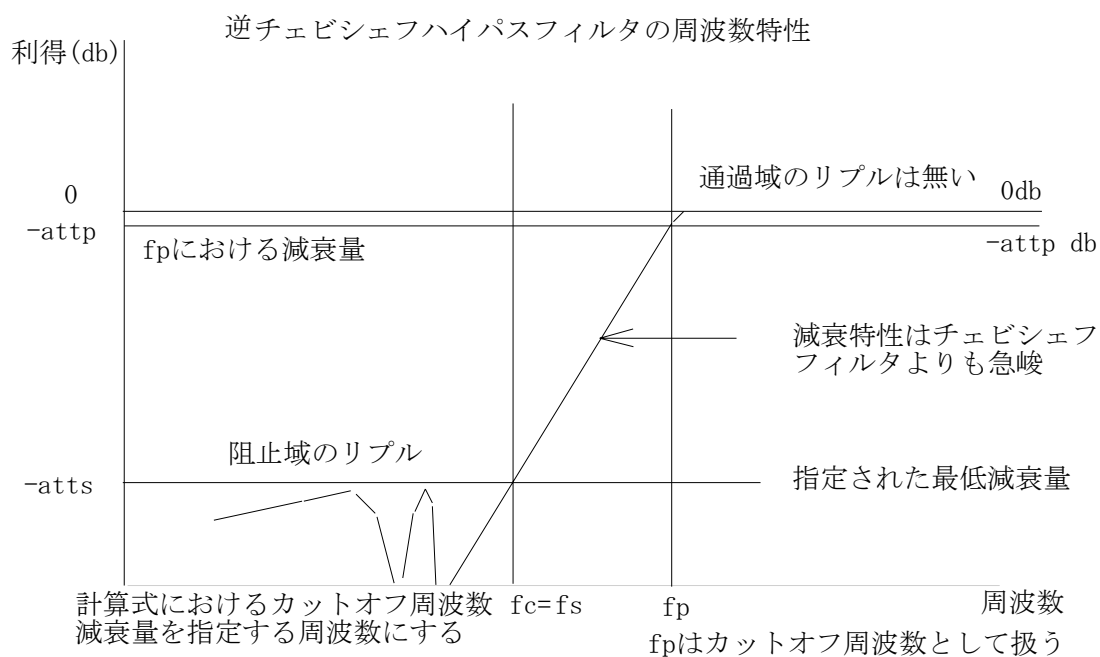


図 3 - 3 逆チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性



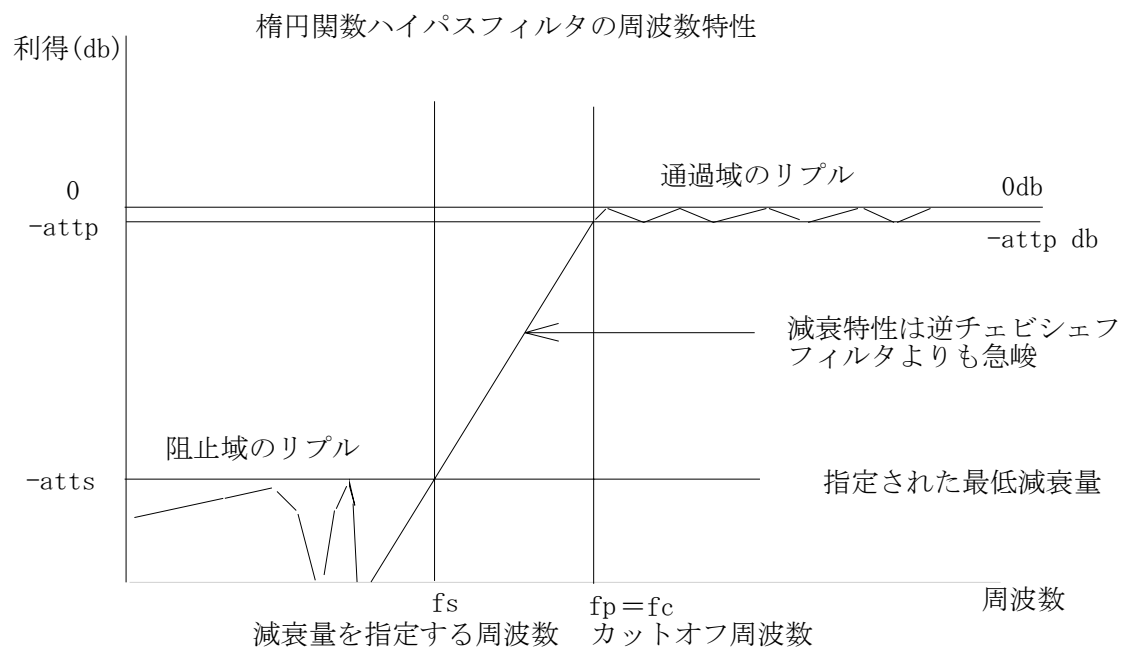


図 3 - 4 楕円関数ハイパスフィルタの周波数特性

### 3-2 ローパスフィルタをハイパスフィルタに変換する

カットオフ周波数  $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$  のハイパスフィルタの伝達関数は  $\omega_c = 1$  として設計したローパスフィルタの伝達関数において  $s$  の代わりに  $\omega_0/s$  を代入後、 $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$  を  $\omega_c$  と書き換えることで得られます。

1 次の回路の変換

(1-7) については、

$$\frac{\omega_c}{s + \omega_c} \rightarrow \frac{\omega_c}{\omega_0/s + \omega_c} = \frac{s}{s + \omega_0/\omega_c}$$

$$\because \omega_c = 1, \quad \rightarrow \frac{s}{s + \omega_0} \rightarrow \frac{s}{s + \omega_c}$$

(3-1)

ローパスフィルタの伝達関数に含まれる  $\omega_c, \omega_d, \omega_{ck}, \omega_p$  などを 1 にして、 $s = \frac{\omega_0}{s}$  として伝達関数を計算しなおして、最後に  $\omega_0 \rightarrow \omega_c, \omega_d, \omega_{ck}, \omega_p$  に戻します。

(1-31), (1-42), (1-140) については、

$$\frac{\omega_d}{s + \omega_d} \rightarrow \frac{1}{\omega_0/s + 1} = \frac{s}{s + \omega_0} \rightarrow \frac{s}{s + \omega_d} \quad (3-2)$$

2 次の回路の変換

(1-7), (1-8), (1-31), (1-32) 及び (1-42), (1-43), (1-140), (1-142) の一部については、

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{\omega_{ck}^2}{\omega_0^2/s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)\omega_0/s + \omega_{ck}^2} \\ &\rightarrow \frac{s^2}{s^2 + (\omega_0/\omega_{ck})/Q_k s + (\omega_0/\omega_{ck})^2} \rightarrow \frac{s^2}{s^2 + \frac{(\omega_c/\omega_{ck})}{Q_k} s + (\omega_c/\omega_{ck})^2} \\ &\rightarrow \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \end{aligned} \quad (3-3)$$

$$\frac{1}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{1}{\omega_0^2/s^2 + p_v \omega_0/s + q_v} \rightarrow \frac{s^2}{q_v \left( s^2 + \frac{p_v}{q_v} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_v} \right)}$$

(1-4 2), (1-4 3), (1-1 4 0), (1-1 4 2) の一部については、

$$r_k^2 s^2 + 1 \rightarrow \frac{r_k^2 \omega_0^2}{s^2} + 1 = \frac{s^2 + r_k^2 \omega_0^2}{s^2} \rightarrow \frac{s^2 + r_k^2}{s^2}$$

$$s^2 + (x_v \omega_p)^2 \rightarrow s^2 + x_v^2 (\because \omega_p = 1) \rightarrow \frac{\omega_0^2}{s^2} + x_v^2 \quad (3-4)$$

$$= \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + \left( \frac{\omega_0}{x_v} \right)^2 \right\}}{s^2} \rightarrow \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + (\omega_p / x_v)^2 \right\}}{s^2}$$

### 3-3 バターワースハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

バターワースハイパスフィルタの次数  $m$ 、カットオフ周波数  $f_c$  とするとき、  
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として、(3-1), (3-3) を適用すると、

バターワースハイパスフィルタの伝達関数は  
 $m$  が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-5)$$

$m$  が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-6)$$

(3-5), (3-6) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}} = \omega_c \quad (3-7)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

### 3-4 与えられた仕様を満たすバターワースハイパスフィルタの設計

3-3までで、次数 $m$ とカットオフ周波数 $\omega_c$ によってバターワースハイパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

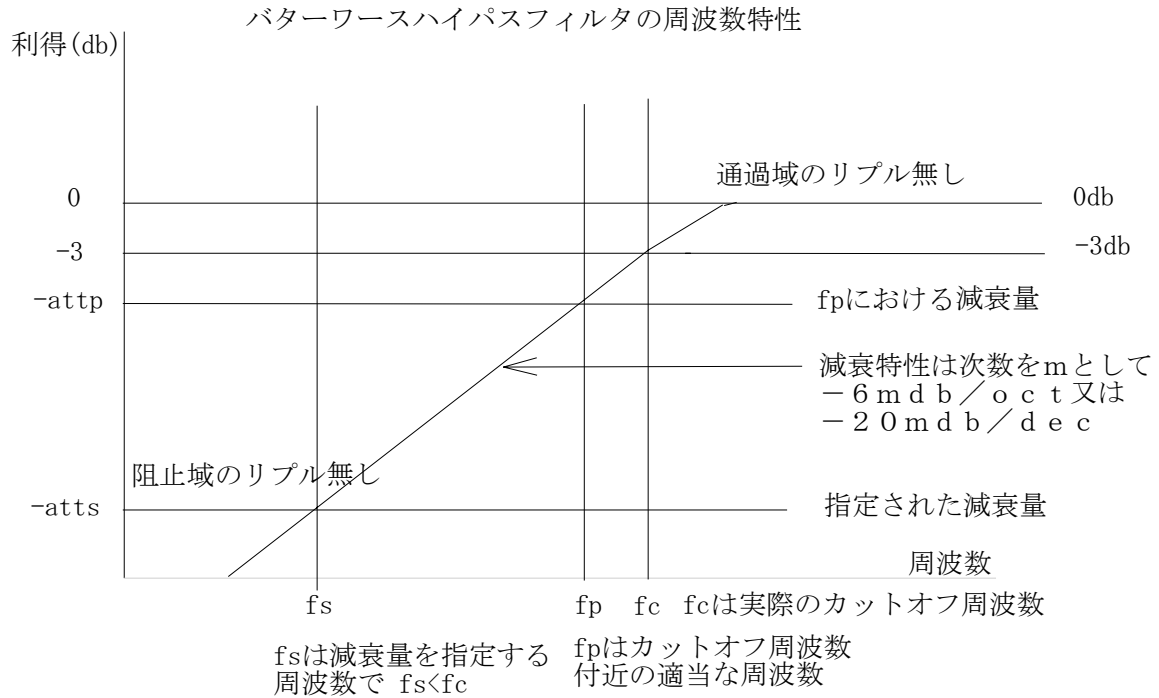


図3-1 バターワースハイパスフィルタの周波数特性

図3-1における、 $f_p$ 、 $f_s$ 、 $att_p$ 、 $att_s$ を与えられて、実際のカットオフ周波数 $f_c$ 及びフィルタの次数 $m$ を求め最終的に伝達関数を求めます。

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{att_s/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}\right)}{2.0 \log(f_p / f_s)} \quad (3-8)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

求めるバターワースハイパスフィルタのカットオフ周波数を計算します。

$$f_c = f_p \sqrt[2m]{10^{att_p/10} - 1} \quad (3-9)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

次に、 $m$ と $\omega_c$ を(3-5)から(3-7)に適用すると最終的な設計が完了します。

### 3-5 チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

チェビシェフハイパスフィルタの次数 $m$ 、カットオフ周波数 $f_c$ 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とするとき、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、(3-2)，(3-3)を適用して、

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-10)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-11)$$

(3-10)，(3-11)において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (3-12)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \frac{\omega_c}{\sinh(d)}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

### 3-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフハイパスフィルタの設計

3-5 までで、フィルタの次数  $m$  とカットオフ周波数  $\omega_c$  及び通過域のリプル  $attp(db)$  によってチェビシェフハイパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた 2 点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

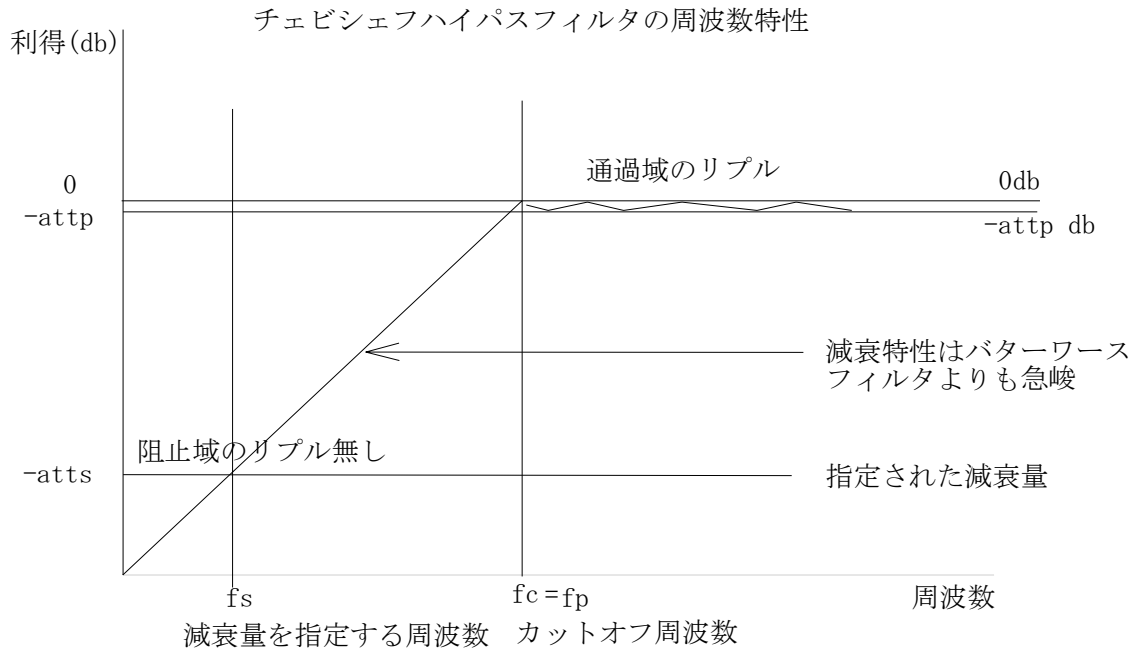


図 3-2 チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性

図 3-2 における、 $f_p = f_c$ 、 $f_s$ 、 $attp$ 、 $atts$  を与えられて、チェビシェフハイパスフィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{\frac{(10^{atts/10} - 1)}{(10^{attp/10} - 1)}} \right\}}{\cosh^{-1} \left( \frac{f_c}{f_s} \right)} \quad (3-13)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 $m$  を (3-10) から (3-12) に適用すると最終的な設計が完了します。

### 3-7 逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

逆チェビシェフハイパスフィルタの次数 $m$ 、周波数 $f_c$ における減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ とすると、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、(3-2) から (3-4) を適用すると、

逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-14)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-15)$$

(3-14)、(3-15) において

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{\sqrt{10^{\text{atts}/10} - 1}} \\ a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ d &= \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \\ p_k &= \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ q_k &= \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1} \\ r_k &= \omega_c \cos(a_k) \\ \omega_{ck} &= \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}} \\ Q_k &= \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \\ \omega_d &= \omega_c \sinh(d) \\ \omega_c &= 2\pi f_c \end{aligned} \quad (3-16)$$

### 3-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフハイパスフィルタの設計

3-7までで、次数 $m$ と周波数 $\omega_c$ 及び減衰量 $atts$ (db)によってフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

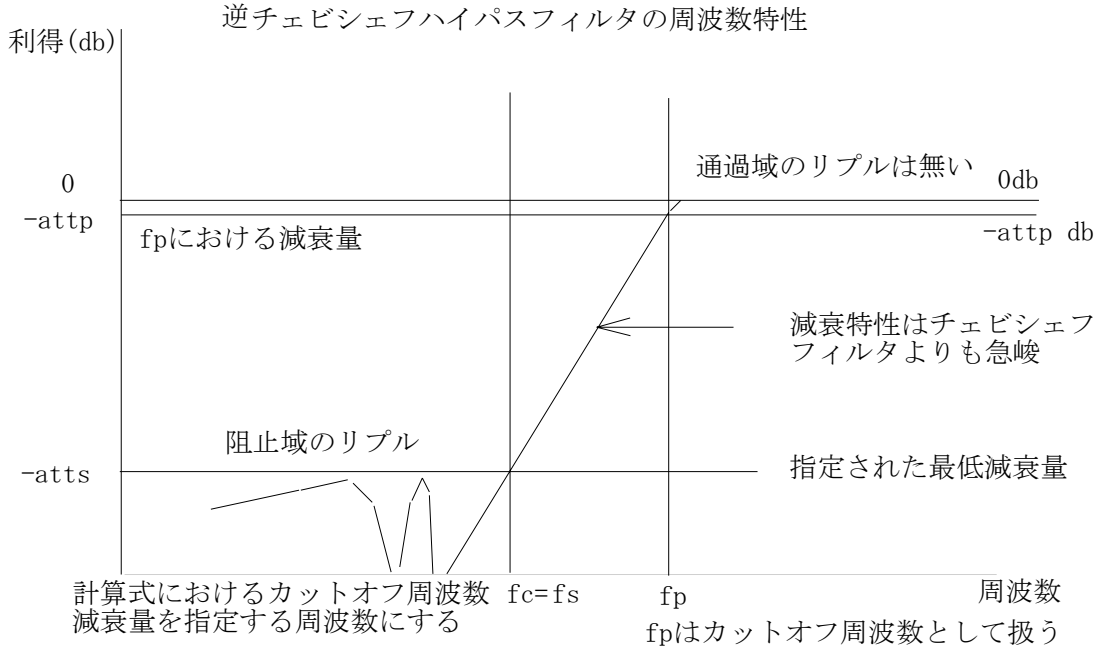


図3-3 逆チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性

上図において、計算式における周波数 $f_c$ はこれまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数 $f_s$ 、 $f_p$ はこれまでカットオフ周波数 $f_c$ として扱われてきました。従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として $f_p$ の値を入力して、減衰量を指定する周波数として $f_s$ の値を入力する場合の式は以下のようになります。

$$\omega_c = 2\pi f_s$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \quad (3-17)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left( \frac{f_p}{f_s} \right)} \quad (3-18)$$

従って、フィルタの次数 $m$ は(3-18)の $d$ を切り上げて、

$$m = \text{ceil}(d) \quad (3-19)$$

次に、 $m$ を(3-14)から(3-16)に適用すると最終的な設計が完了します。



さらについでに、 $f_p$ 、 $att_p$ 、 $atts$  及び  $m$  を与えられて、 $f_s$  を求めてみます。

この場合は、 $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_p}{f_s} \omega_p = x \omega_p$  とすると、(1-51) から

$$\omega_c = \omega_p \left/ \cosh \left\{ \frac{1}{m} \cosh^{-1} \left( \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \right) \right\} \right. \quad (3-20)$$

$$\omega_p = 2\pi f_p$$

により、最低減衰量に達する周波数  $f_s$  が要求にあうかどうかを確認します。よければ、(3-14)、(3-15)、(3-16) によって詳細設計を続けます。

### 3-9 楕円関数ハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

楕円関数ハイパスフィルタの次数  $m$  (未知)、カットオフ周波数  $f_p$ 、通過域のリプル  $attp(db)$ 、周波数  $f_s$  において最低減衰量  $atts(db)$  を確保する場合、

$$x_L = f_p / f_s = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$m$  が奇数の時

$$x_{zv} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

$m$  が偶数の時

$$x_{zv} = sn[(2\nu - 1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1 - x_v^2}{1 - x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1 - x_v^2}{1 - x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

とする時、(3-2)、(3-3)、(3-4) を適用して、

$m$  が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{s}{s + \omega_p/\sigma} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + (\omega_p/x_v)^2 \right\}}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma q_v} \left( s^2 + \frac{p_v}{q_v} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_v} \right)} \quad (3-21)$$

ただし、 $C_H$ 、 $\sigma$ 、 $p_v$ 、 $q_v$  は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + (\omega_p/x_v)^2 \right\}}{\sqrt[m/2]{C_H} q_v \left( s^2 + \frac{p_v}{q_v} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_v} \right)} \quad (3-22)$$

ただし、 $C_H$ 、 $p_v$ 、 $q_v$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{z_v}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

(3-21)、(3-22)において、1次及び2次のハイパスフィルタの各段のゲインは1です。

### 3-10 与えられた次数による楕円関数ハイパスフィルタの設計

3-9までで、カットオフ周波数  $f_p$ 、通過域のリプル  $att_p$  (dB)、周波数  $f_s$  において最低減衰量  $atts$  (dB) を確保する楕円関数ハイパスフィルタの設計が可能になりました。ここでは、フィルタの次数  $m$ 、カットオフ周波数  $f_p$ 、通過域のリプル  $att_p$  (dB)、最低減衰量に達する周波数  $f_s$  を与えて楕円関数ハイパスフィルタを設計する方法を紹介します。

$$x_L = f_p/f_s = 1/k, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{atts/10} - 1}$$

$$L^{-1} = x_L^{-m} \prod_{v=0}^{\text{int}(m/2)-1} sn^4 \left[ \frac{(1+2v)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1} \right] \quad (3-23)$$

$$atts = 10 \log[1 + \varepsilon^2 L^2] \quad (3-24)$$

により、最低減衰量を確認し、これが要求にあうかどうかを確認します。よければ、(3-21)、(3-22)によって詳細設計を続けます。

## アナログフィルタの設計と合成

### 第4章 ハイパスフィルタの合成

#### 4-1 ハイパスフィルタの種類と基本回路形式

- a. バターワースハイパスフィルタ
- b. チェビシェフハイパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフハイパスフィルタ
- d. 楕円関数ハイパスフィルタ

##### 1次のハイパスフィルタ基本回路

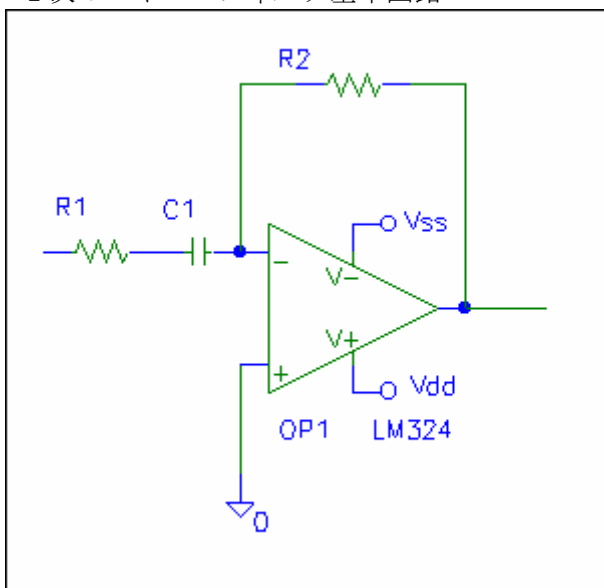


図4-1 1次のハイパスフィルタ基本回路1 hp1\_1.cir

hp1\_1.cirの伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{s}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (4-1)$$

2 次のハイパスフィルタ基本回路

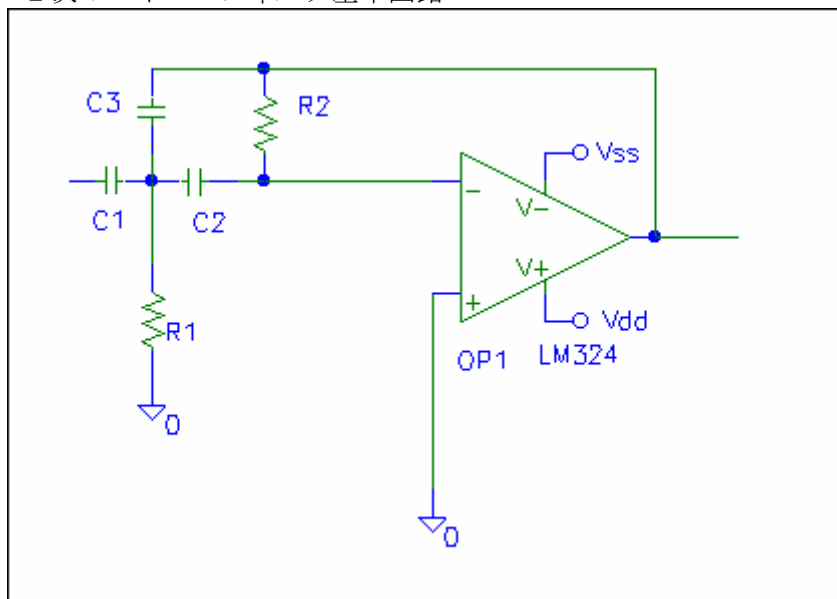


図 4－2 2 次のハイパスフィルタ基本回路 hpat1\_2.cir

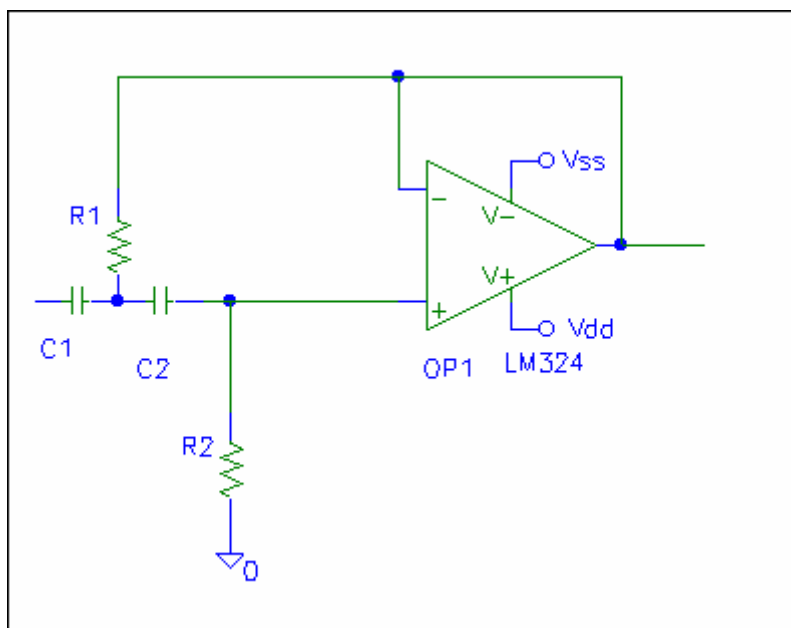


図 4－3 2 次のハイパスフィルタ基本回路 hpat2\_2.cir

h p a t 1 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{C_1}{C_3} \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} s + \frac{1}{C_2 C_3 R_1 R_2}} \quad (4-2)$$

h p a t 2 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (4-3)$$

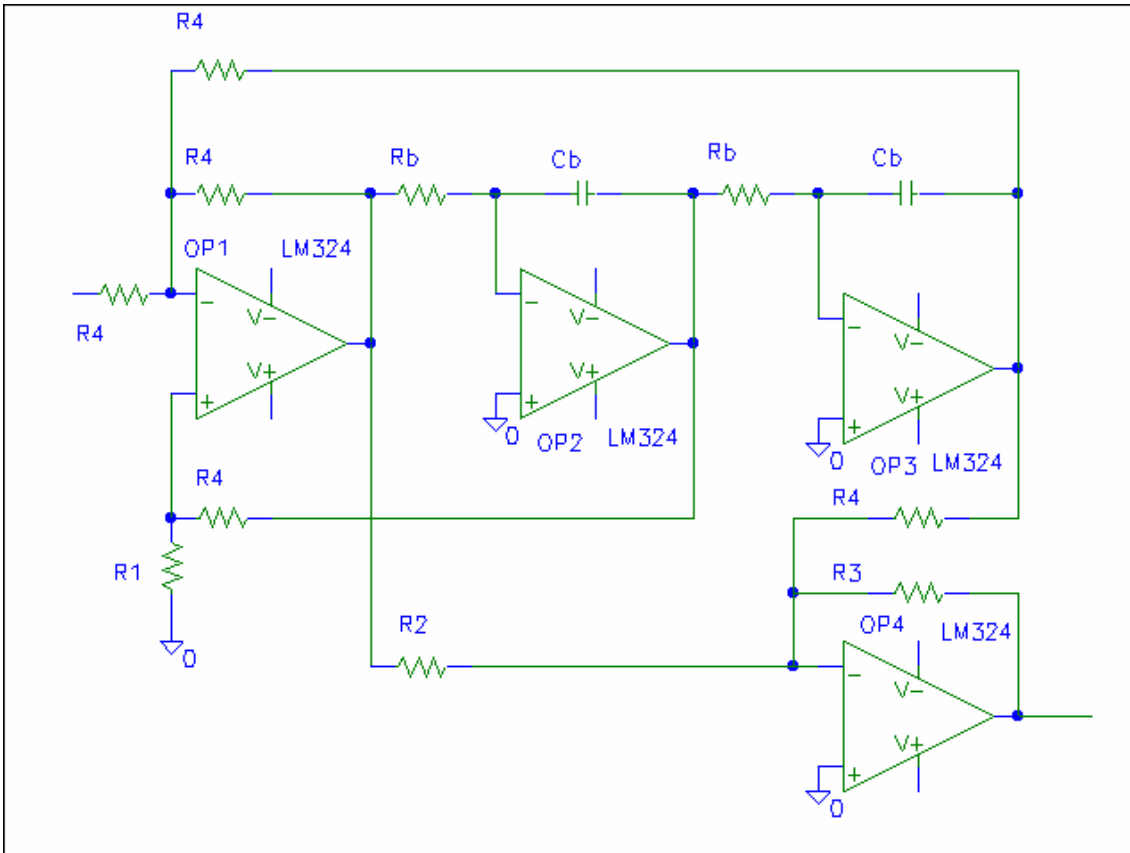
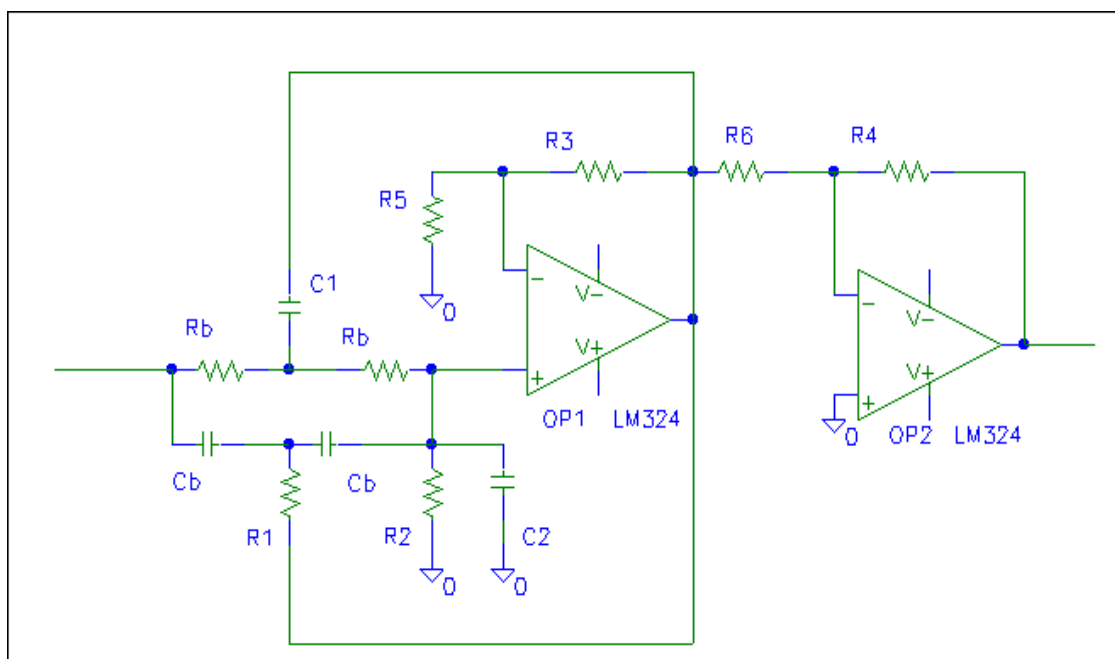


図 4-4 2次のハイパスフィルタ基本回路 lpet1\_2.cir (図 2-5 と同じ)

l p e t 1 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (4-4)$$



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

図 4-5 2 次のハイパスフィルタ基本回路 lpet2\_2.cir (図 2-6 と同じ)

l p e t 2 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (4-5)$$

## 4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

ハイパスフィルタの特性の種類

- a. バターワースハイパスフィルタ
- b. チェビシェフハイパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフハイパスフィルタ
- d. 楕円関数ハイパスフィルタ

### 4-2-1 1 次の回路のハイパスフィルタへの適用

例えば、バターワースハイパスフィルタの伝達関数 (3-5), (3-6) よりフィルタの次数  $m$  が奇数の場合には、1 次の回路と 2 次の回路の縦続接続により実現され、 $m$  が偶数の時には 2 次の回路の縦続接続により実現されることが解ります。この時、a から d までの特性のハイパスフィルタすべてに対して、1 次の回路は h p 1 \_ 1 . c i r が使用されます。

4-2-2 2次の回路のハイパスフィルタへの適用

例えば、h p a t 1\_\_2. c i r と h p a t 2\_\_2. c i r は a 及び b の特性のハイパスフィルタの実現に使用出来ます。また、l p e t 1\_\_2. c i r と l p e t 2\_\_2. c i r は c と d の特性のハイパスフィルタの実現に使用出来ます。

#### 4-2-a バターワースハイパスフィルタへの適用

バターワースハイパスフィルタの次数 m、カットオフ周波数  $f_c$  とするとき、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2)-1$  として、(3-1)、(3-3)を適用すると、バターワースハイパスフィルタの伝達関数は

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-5)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-6)$$

(3-5)、(3-6)において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}} = \omega_c \quad (3-7)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1次の回路部分

(3-5)より h p 1\_\_1. c i r が使用されます。

(4-1)と(3-5)の1次の項を比較して、利得を1とすると、

$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 \\ \omega_c &= \frac{1}{C_1 R_1} \end{aligned} \quad (4-6)$$

ここで、インピーダンス変換係数 $Z$ 及び周波数変換係数 $FSF$ を導入します。

$Z$ は $C$ および $R$ のインピーダンスを $Z$ 倍する倍率を表わし、 $FSF$ は、カットオフ周波数を $f_c$ とする時、 $FSF = 2\pi f_c$ を表わします。

$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 = Z \\ C_1 &= 1/FSF/Z \end{aligned} \quad (4-7)$$

2次の回路部分

h p a t 1\_\_2. c i rを使用する場合

利得を1とすると、(4-2)と(3-6)より $C_3 = C_1$ となります。

$C_2 = mC, C_1 = C, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_2 C_3 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (4-8)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} = \frac{2+m}{mkCR} \quad (4-9)$$

(4-8), (4-9) から、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} = \frac{(2+m)^2}{m^2 k^2 (CR)^2} Q_k^2 \quad (4-10)$$

$$\therefore k = \frac{(2+m)^2}{m} Q_k^2$$

従って、変換係数 $Z$ 、 $FSF$ を適用して、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = C_3 = 1/Z/FSF, C_2 = m/Z/FSF \quad (4-11)$$

2次の回路部分

h p a t 2\_\_2. c i rを使用する場合

(4-3)と(3-6)より、 $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (4-12)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} = \frac{1+m}{mkCR} \quad (4-13)$$

(4-12), (4-13) から、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} = \frac{(1+m)^2}{m^2 k^2 (CR)^2} Q_k^2 \quad (4-14)$$

$$\therefore k = \frac{(1+m)^2}{m} Q_k^2$$

従って、変換係数 $Z$ 、 $FSF$ を適用して、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (4-15)$$

上式に於いて、 $\omega_{ck}$ 及び $Q_k$ は(3-7)に従います。



#### 4-2-b チェビシェフハイパスフィルタへの適用

チェビシェフハイパスフィルタの次数 $m$ 、カットオフ周波数 $f_c$ 、通過域のリプル $att_p(\text{db})$

とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、(3-2)，(3-3)を適用して、 $m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-10)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-11)$$

(3-10)，(3-11)において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (3-12)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \frac{\omega_c}{\sinh(d)}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1 次の回路部分

h p 1 \_ 1 . c i r が使用されます。

カットオフ周波数を $f_c$ 、 $R$ の値を $Z$ とすると、(3-12)より、

$$\omega_c = 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c / \sinh(d), FSF = \omega_d$$

$$R_1 = R_2 = Z$$

$$C_1 = 1 / FSF / Z \quad (4-16)$$

2 次の回路部分

h p a t 1\_\_2. c i r を使用する場合

バターワースハイパスフィルタの場合と同様に、正の値  $m$  に対して、

$$k = \frac{(2+m)^2}{m} Q_k^2 \quad (4-10)$$

従って、変換係数  $Z$ ，F S F を適用して、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = C_3 = 1/Z/FSF, C_2 = m/Z/FSF \quad (4-11)$$

上式に於いて、 $\omega_{ck}$  及び  $Q_k$  は (3-12) に従います。

h p a t 2\_\_2. c i r を使用する場合

バターワースハイパスフィルタの場合と同様に、正の値  $m$  に対して、

$$k = \frac{(1+m)^2}{m} Q_k^2 \quad (4-14)$$

従って、変換係数  $Z$ ，F S F を適用して、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (4-15)$$

上式に於いて、 $\omega_{ck}$  及び  $Q_k$  は (3-12) に従います。

#### 4-2-c 逆チェビシェフハイパスフィルタへの適用

逆チェビシェフハイパスフィルタの次数  $m$ 、周波数  $f_c$  における減衰量  $atts(db)$  とするとき、

$l = \text{ceil}((double)(m-1)/2) - 1$  として、(3-2) から (3-4) を適用して、

逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、

$m$  が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-14)$$

$m$  が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-15)$$

(3-14)、(3-15) において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (3-16)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \omega_c \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1 次の回路部分

(3-14) より  $h p 1\_1. \text{cir}$  が使用されます。

カットオフ周波数を  $f_c$ ,  $R$  の値を  $Z$  とすると、

$$\omega_c = 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c \sinh(d), FSF = \omega_d$$

$$R_1 = R_2 = Z$$

$$C_1 = 1/FSF/Z \quad (4-17)$$

2 次の回路部分

$l p e t 1\_2. \text{cir}$  を使用する場合

(4-4) と (3-15) より、 $R_3 = R_2$

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (4-18)$$

$$r_k^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ck}^2 \quad (4-19)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (4-20)$$

(4-18) と (4-20) より、

$$9R_1^2 Q_k^2 = (R_1 + R_4)^2 \quad (4-21)$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_k - 1} \quad \left( Q_k > \frac{1}{3} \right)$$

(4-19) より、

$$R_2 = \frac{r_k^2}{\omega_{ck}^2} R_4 \quad (4-22)$$

(4-18) より、

$$FSF = \omega_{ck}, R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF \quad (4-23)$$

2 次の回路部分

l p e t 2\_\_2. c i r を使用する場合

(4-5) と (3-15) より、

$$r_k^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (4-24)$$

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} r_k^2 \quad (4-25)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{1+kd} r_k \quad (4-26)$$

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \quad (4-27)$$

(4-25) より、

$$kr = \left( \frac{\omega_{ck}}{r_k} \right)^2 (1+kd) - 1 > \left( \frac{\omega_{ck}}{r_k} \right)^2 - 1 > 0 \dots \because kd > 0 \quad (4-28)$$

まず、 $kr$  を (4-28) を満足する値に設定します。

このとき、(4-25) より、

$$kd = \left( \frac{r_k}{\omega_{ck}} \right)^2 (1+kr) - 1 \quad (4-29)$$

(4-26) より、

$$kd+kr+4(1-kk) = \frac{\omega_{ck}(1+kd)}{r_k Q_k}$$

$$\therefore kk = \frac{kd+kr+4 - \frac{\omega_{ck}(1+kd)}{r_k Q_k}}{4} > 1 \quad (4-30)$$

$$\therefore kr > \frac{Q_k(\omega_{ck}^2 - r_k^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k(\omega_{ck}^2 + r_k^2) - r_k \omega_{ck}}$$

$$(4-27) \text{ より、 } R_4 = \frac{1+kd}{kk} R_6 \quad (2-46)$$

従って、(4-24) より、変換係数を  $FSF = r_k$  とすると、

$$FSF = r_k, R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF, R_1 = Z/2$$

$$R_2 = 2Z/kr, R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{1+kd}{kk} R_6 \quad (2-47)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kr > \max\left[\left(\frac{\omega_{ck}}{r_k}\right)^2 - 1, \frac{Q_k(\omega_{ck}^2 - r_k^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k(\omega_{ck}^2 + r_k^2) - r_k \omega_{ck}}\right]$  を満足する  $kr$  に対して、

$$kd = \left( \frac{r_k}{\omega_{ck}} \right)^2 (1 + kr) - 1 \quad (4-29)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{\omega_{ck}(1 + kd)}{r_k Q_k}}{4} \quad (4-30)$$

#### 4-2-d 楕円関数ハイパスフィルタへの適用

楕円関数ハイパスフィルタの次数 $m$ （未知），カットオフ周波数 $f_p$ 、通過域のリプル $att_p(\text{db})$ 、周波数 $f_s$ において最低減衰量 $atts(\text{db})$ を確保する場合、

$$x_L = f_p / f_s = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$m$ が奇数の時

$$x_{zv} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

$m$ が偶数の時

$$x_{zv} = sn[(2\nu - 1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1 - x_\nu^2}{1 - x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1 - x_\nu^2}{1 - x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{att_p/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

とする時、(3-2)，(3-3)，(3-4)を適用して、

$m$ が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{s}{s + \omega_p / \sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{x_\nu^2 \left\{ s^2 + (\omega_p / x_\nu)^2 \right\}}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma q_\nu} \left( s^2 + \frac{p_\nu}{q_\nu} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_\nu} \right)} \quad (3-21)$$

ただし、 $C_H$ ， $\sigma$ ， $p_\nu$ ， $q_\nu$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[ s^2 + x_\nu^2 \omega_p^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[ s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2 \right]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[ s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2 \right] \end{aligned}$$

$m$ が偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + (\omega_p/x_v)^2 \right\}}{\sqrt[m/2]{C_H} q_v \left( s^2 + \frac{p_v}{q_v} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_v} \right)} \quad (3-22)$$

ただし、 $C_H$ 、 $p_v$ 、 $q_v$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} \left[ s^2 + x_v^2 \omega_p^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} \left[ s^2 + x_v^2 \omega_p^2 \right]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} \left[ s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2 \right] \end{aligned}$$

(3-31) と (3-32) を (4-4) と (4-5) の2次式の部分と比較して楕円関数ハイパスフィルタを合成します。

カットオフ周波数を  $\omega_p = 2\pi f_p$  とします。合成に先立って、 $C_H, \sigma, x_v \omega_p, p_v, q_v$  が求められているものとします。さらに、計算式を解りやすくするために、 $\omega_{0v} = x_v \omega_p$  とします。

1 次の回路部分

定義より、 $\left| H_m(\omega_p, \infty) \right| = 1$  なので、hp1\_\_1.cir が使用されます。

$$FSF = \omega_p / \sigma, \quad R_1 = R_2 = Z, \quad C_1 = 1/Z / FSF \quad (4-31)$$

2 次の回路部分

lp2\_\_2.cir を使用する場合

(4-4) と (3-22) より、

$$\frac{\omega_p^2}{q_v} = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (4-32)$$

$$\omega_{0v}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \frac{\omega_p^2}{q_v} \quad (4-33)$$

$$\frac{p_v}{q_v} \omega_p = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1 \omega_p}{(R_1 + R_4) \sqrt{q_v}} \quad (4-34)$$

$$G = \frac{x_v^2}{\sqrt[m-1]{2} C_H \sigma q_v} (m = odd) \quad G = \frac{x_v^2}{\sqrt[m/2]{C_H} q_v} (m = even) \text{ として、 } R_3 = G R_2$$

(4-32) より、 $FSF = \omega_p / \sqrt{q_v}$  として、 $R_b = Z, C_b = 1/Z / FSF$  (4-35)

$$(4-33) \text{ より、 } R_2 = \frac{q_v \omega_{0v}^2}{\omega_p^2} R_4 \quad (4-36)$$

ただし、 $\omega_{0v} = \omega_p / x_v$  とします。

(4-34) より、

$$R_1 = \frac{p_v}{3\sqrt{q_v} - p_v} R_4 \quad (3\sqrt{q_v} - p_v > 0) \quad (4-37)$$

2 次の回路部分

1 p e t 2\_\_2. c i r を使用する場合

(4-5) と (3-22) より、

$$\omega_{0v} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (4-38)$$

$$\frac{\omega_p^2}{q_v} = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{0v}^2 \quad (4-39)$$

9)

$$\frac{p_v}{q_v} \omega_p = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{(1+kd)} \omega_{0v} \quad (4-40)$$

$$G = \frac{x_v^2}{(m-1)/2 \sqrt{C_H} \sigma q_v} (m = odd) \quad G = \frac{x_v^2}{m/2 \sqrt{C_H} q_v} (m = even) \text{ として、}$$

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (4-41)$$

(4-39) より、

$$kr = \frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} (1+kd) - 1 > \frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} - 1 > 0 \dots \because kd > 0 \text{ を満足する } k, r \text{ に対して、}$$

$$kd = \frac{q_v \omega_{0v}^2}{\omega_p^2} (1+kr) - 1 \quad (4-42)$$

(4-40) より、

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{p_v \omega_p (1+kd)}{4 q_v \omega_{0v}} > 1 \quad (4-43)$$

$$\therefore kr > \frac{\omega_p^2 - q_v \omega_{0v}^2 + p_v \omega_p \omega_{0v}}{\omega_p^2 + q_v \omega_{0v}^2 - p_v \omega_p \omega_{0v}}$$

$$(4-41) \text{ より、 } R_4 = \frac{1+kd}{kk} G R_6 \quad (4-44)$$

$$\text{従って、 } kr > \max \left[ \frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} - 1, \frac{\omega_p^2 - q_v \omega_{0v}^2 + p_v \omega_p \omega_{0v}}{\omega_p^2 + q_v \omega_{0v}^2 - p_v \omega_p \omega_{0v}} \right] \text{ に対して、}$$

$$FSF = \omega_{0v} = \omega_p / x_v, R_b = Z, C_b = 1/Z / FSF$$

$$R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr, R_3 = (kk-1)R_5$$

$$R_4 = \frac{1+kd}{kk} G R_6, C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、

$$kd = \frac{q_v \omega_{0v}^2}{\omega_p^2} (1+kr) - 1, \quad kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{p_v \omega_p (1+kd)}{4 q_v \omega_{0v}}$$

## アナログフィルタの設計と合成

### 第5章 バンドパスフィルタの設計

#### 5-1 バンドパスフィルタの種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースバンドパスフィルタ
- b. チェビシェフバンドパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフバンドパスフィルタ
- d. 楕円関数バンドパスフィルタ

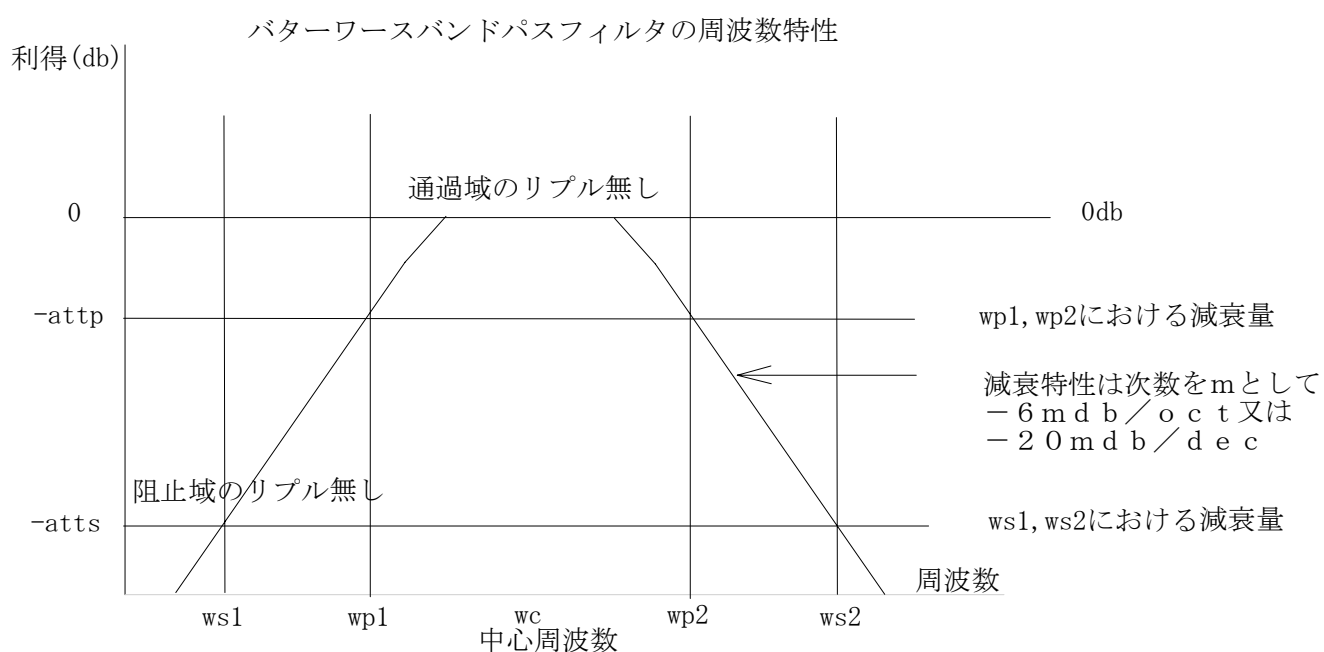


図5-1 バターワースバンドパスフィルタの周波数特性



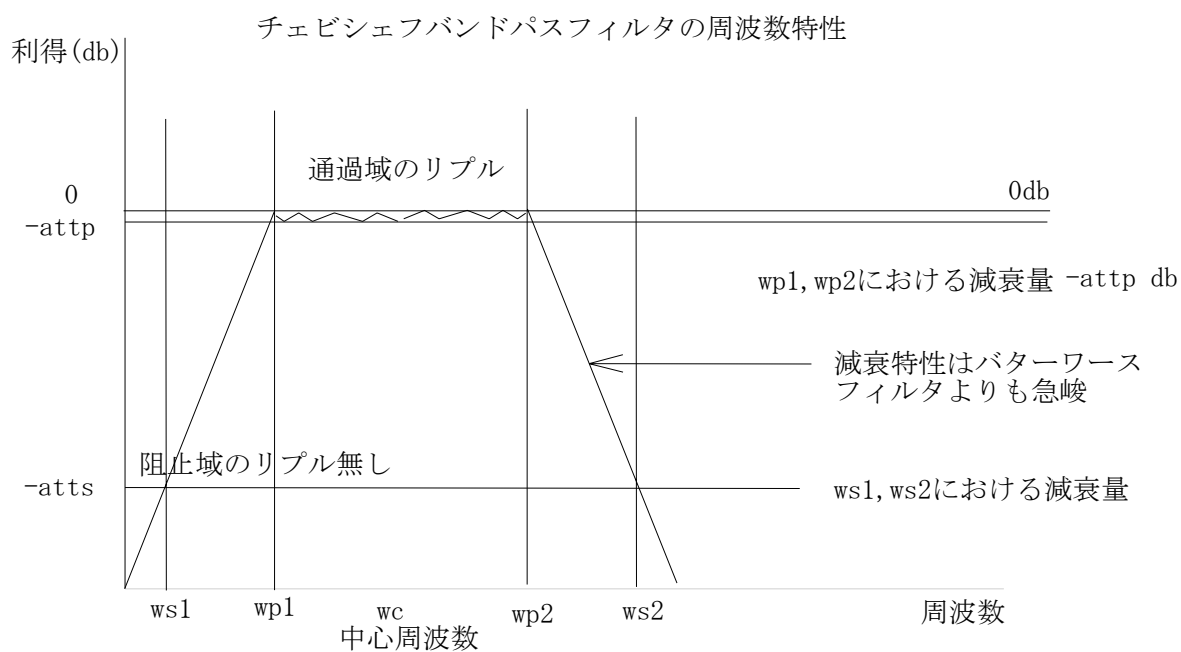


図 5 - 2 チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

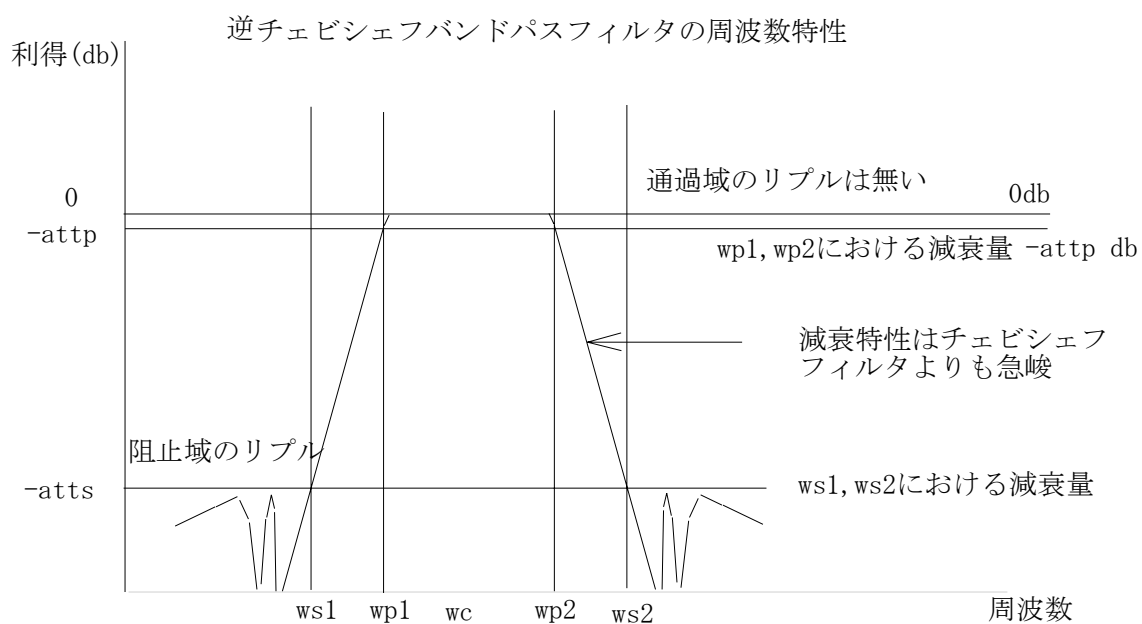


図 5 - 3 逆チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

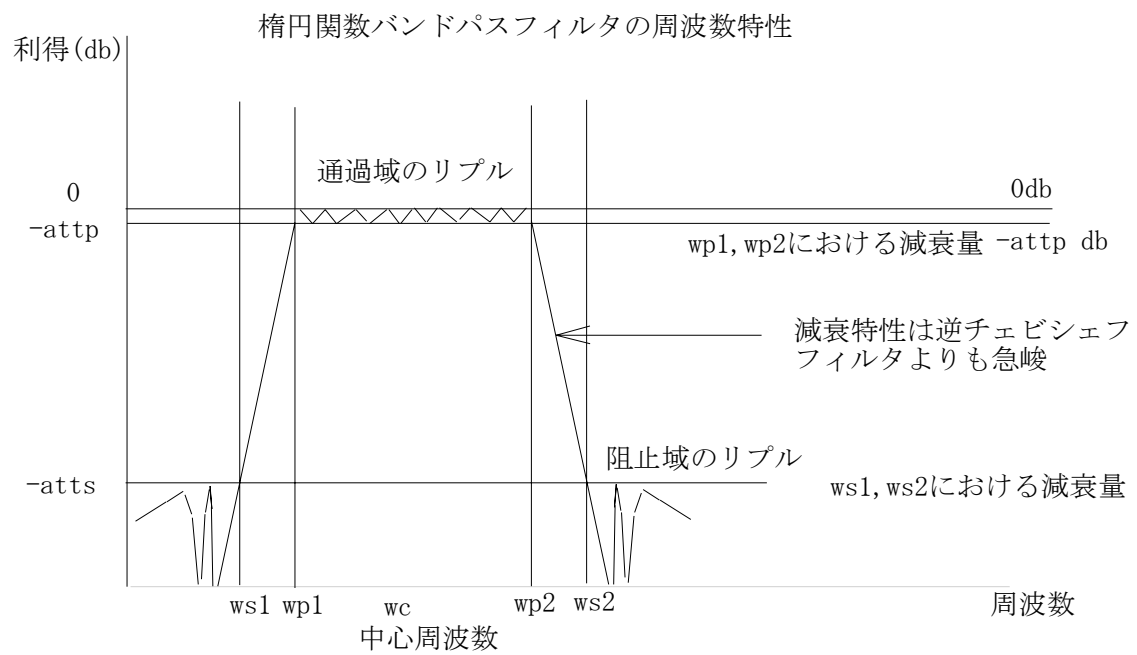


図 5 - 4 楕円関数バンドパスフィルタの周波数特性

## 5-2 ローパスフィルタをバンドパスフィルタに変換する

中心周波数  $f_c (\omega_c = 2\pi f_c)$ 、通過域の上限、下限の周波数  $\omega_{p1}, \omega_{p2}$  における減衰量  $\text{attp}(\text{db})$ 、減衰量を指定する周波数  $\omega_{s1}, \omega_{s2}$  における減衰量  $\text{atts}(\text{db})$  のバンドパスフィルタの伝達関数は、 $\omega_c = 1$  において減衰量  $\text{attp}(\text{db})$ 、 $\omega_s = (\omega_{s2} - \omega_{s1}) / (\omega_{p2} - \omega_{p1})$  において減衰量  $\text{atts}(\text{db})$  として設計したローパスフィルタの伝達関数において  $s$  の代わりに  $\frac{s^2 + \omega_0^2}{B_w s}$  を代入後、 $f_0 (\omega_0 = 2\pi f_0)$  を  $\omega_c$  と書き換えることで得られます。ここに、バンド

パスフィルタの  $Q$  を  $Q_{bp}$  としたとき、 $B_w = \frac{\omega_c}{Q_{bp}} = \omega_{p2} - \omega_{p1}$  です。attpは通過域の上限、

下限における減衰量であり、バターワースフィルタの場合 attp=3.01 固定、チェビシェフフィルタの場合 attp はリップルの量を表します。

### 1 次の回路の変換

(1-7) については、

$$\frac{\omega_c}{s + \omega_c} \rightarrow \frac{1}{s + 1} \rightarrow \frac{1}{\frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s} + 1} = \frac{B_w s}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \quad (5-1)$$

$\omega = \omega_c$  におけるゲイン  $A_1$  は、 $A_1 = 1$

(1-31), (1-42) については、

$$\frac{\omega_d}{s + \omega_d} \rightarrow \frac{\omega_d}{\frac{s^2 + \omega_0^2}{B_w s} + \omega_d} = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_0^2} \quad (5-2)$$

$$\rightarrow \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2}$$

$\omega = \omega_c$  におけるゲイン  $A_1$  は、 $A_1 = 1$

(1-140) については、

$$\frac{1}{s + \sigma} \rightarrow \frac{1}{\frac{s^2 + \omega_0^2}{B_w s} + \sigma} = \frac{B_w s}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_0^2} \quad (5-3)$$

$$\rightarrow \frac{B_w s}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_c^2}$$

$\omega = \omega_c$  におけるゲイン  $A_1$  は、 $A_1 = 1/\sigma$

2 次の回路の変換

(1-7), (1-8), (1-3 1), (1-3 2) 及び (1-4 2), (1-4 3) の一部については、

$$\begin{aligned}
& \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{\omega_{ck}^2}{\left(\frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s}\right)^2 + (\omega_{ck}/Q_k)\frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s} + \omega_{ck}^2} \\
& = \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{s^4 + \frac{B_w \omega_{ck}}{Q_k} s^3 + (2\omega_c^2 + B_w^2 \omega_{ck}^2) s^2 + \frac{B_w \omega_c^2 \omega_{ck}}{Q_k} s + \omega_c^4} \quad (5-4) \\
& = \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}
\end{aligned}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-5)$$

$$\begin{aligned}
l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\
l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-6) \\
L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck}} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}
\end{aligned}$$

(1-7), (1-8), (1-3 1) および (1-3 2) を変換した (5-4) は中心周波数  $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$  と  $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$  の2つの1次のバンドパスフィルタを縦続接続することを表わしています。中心周波数  $\omega = \omega_{ra}$  と  $\omega = \omega_{rb}$  におけるゲイン  $A_2$  は互いに等しく、

$$A_2^2 = \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 \omega_{ra} \omega_{rb}}{K \omega_{ra} M \omega_{rb}} = \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2}{KM} \quad (5-7)$$

$$\therefore A_2 = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}$$

となります。

従って、(5-4) をつぎの様に書き換えて、 $\omega = \omega_{ra}$  と  $\omega = \omega_{rb}$  におけるゲイン  $A_2$  を計算し、(5-7) を適用して各1次のバンドパスフィルタの伝達関数を決定します。

$$\begin{aligned}
& \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \quad (5-8) \\
& = \frac{G_1 s}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{G_2 s}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{G_1 \omega_{ra}}{K \omega_{ra}} &= \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} \quad \therefore G_1 = B_w \omega_{ck} \sqrt{K/M} = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} K \\ \frac{G_2 \omega_{rb}}{M \omega_{rb}} &= \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} \quad \therefore G_2 = B_w \omega_{ck} \sqrt{M/K} = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} M\end{aligned}\tag{5-9}$$

従って、(1-7)，(1-8)，(1-31) および (1-32) を変換したバンドパスフィルタの伝達関数は最終的に次のようになります。

$$\begin{aligned}\frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\ &= \frac{\frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} Ks}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{\frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} Ms}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}\end{aligned}\tag{5-10}$$

(5-10) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k}\tag{5-5}$$

$$\begin{aligned}l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2\end{aligned}\tag{5-6}$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}\tag{5-11}$$

各バンドパスフィルタの中心周波数  $\omega_{ra}, \omega_{rb}$  におけるゲインは、

$$A_2 = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}\tag{5-7}$$

となります。

次に、逆チェビシェフローパスフィルタの (1-42)，(1-43) の一部については、

$$\begin{aligned}r_k^2 s^2 + 1 &\rightarrow \frac{r_k^2 (s^2 + \omega_c^2)^2}{B_w^2 s^2} + 1 = \frac{r_k^2 s^4 + (B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2)s^2 + r_k^2 \omega_c^4}{B_w^2 s^2} \\ &= \frac{r_k^2 (s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{B_w^2 s^2}\end{aligned}\tag{5-12}$$

$$\begin{aligned}n_1 &= B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2}\end{aligned}\tag{5-13}$$

従って、(1-42), (1-43) については(5-4)と(5-12)から、

$$\frac{\omega_{ck}^2(r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \quad (5-14)$$

(5-6), (5-13) において、 $N > L > 1$  が成立するので、 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$ ,  $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$  とすると、(5-14) はカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の2次のローパスフィルタとカットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の2次のハイパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

$\omega = \omega_{ra}$ ,  $\omega = \omega_{rb}$  それぞれの周波数におけるゲインが等しく  $A_2$  であるとする、

$$\begin{aligned} A_2^2 &= \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (N\omega_c^2 - \omega_{ra}^2)(\omega_{rb}^2 - \omega_c^2/N)}{K\omega_{ra} M\omega_{rb}} \\ &= \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (N-L)(1/L - 1/N)\omega_c^4}{KM\omega_c^2} = \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (N-L)^2}{KLMN} \omega_c^2 \end{aligned} \quad (5-15)$$

$$\therefore A_2 = \frac{(N-L)}{\sqrt{KLMN}} r_k \omega_{ck} \omega_c = \frac{(N-L)}{K\sqrt{N}} r_k \omega_{ck} \omega_c$$

(5-14) のローパスフィルタ部分の伝達関数を  $\frac{G_1(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)}$  と考えると、

$\omega = \omega_{ra}$  におけるゲインを計算して、(5-15) を適用すると、

$$\frac{G_1(N-L)\omega_c^2}{K\sqrt{L}\omega_c} = A_2 = \frac{(N-L)}{K\sqrt{N}} r_k \omega_{ck} \omega_c \quad (5-16)$$

$$\therefore G_1 = r_k \omega_{ck} \sqrt{L/N}$$

同様に、(5-14) のハイパスフィルタ部分の伝達関数を  $\frac{G_2(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$  と考える

と、 $\omega = \omega_{rb}$  におけるゲインを計算して、(5-15) を適用すると、

$$G_2 = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} \quad (5-17)$$

従って、(5-14) は次のように書き換えられます。

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2(r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\ &= \frac{r_k \omega_{ck} \sqrt{L/N} (s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} (s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \end{aligned} \quad (5-18)$$

(5-18) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-5)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-6)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w \omega_{ck}} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2$$

$$n_2 = B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \quad (5-13)$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2}$$

(5-18) のカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、  
 カットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、  
 $A_{2low} = A_{2high} = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L}$  (5-19)

となります。

次に、楕円関数ローパスフィルタの (1-140), (1-142) の一部については、

$$\frac{1}{s^2 + p_\nu s + q_\nu} \rightarrow \frac{1}{\left(\frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s}\right)^2 + p_\nu \frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s} s + q_\nu}$$

$$= \frac{B_w^2 s^2}{s^4 + B_w p_\nu s^3 + (2\omega_c^2 + B_w^2 q_\nu) s^2 + B_w p_\nu \omega_c^2 s + \omega_c^4} \quad (5-20)$$

$$= \frac{B_w^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_\nu}{1+L} \quad (5-21)$$

$$l_1 = B_w^4 q_\nu^2 - 4B_w^2 p_\nu^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_\nu \omega_c^2 + 16\omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 q_\nu^2 - 2p_\nu^2 \omega_c^2 + 4q_\nu \omega_c^2 \quad (5-22)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}q_\nu B_w} + B_w^2 q_\nu}{4\omega_c^2}$$

また、 $(1-140)$ ， $(1-142)$  の他の一部については、

$$\begin{aligned} s^2 + (x_v \omega_p)^2 &\rightarrow s^2 + x_v^2 \dots (\because \omega_p = 1) \rightarrow \frac{(s^2 + \omega_c^2)^2}{B_w^2 s^2} + x_v^2 \\ &= \frac{s^4 + (B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2)s^2 + \omega_c^4}{B_w^2 s^2} = \frac{(s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{B_w^2 s^2} \end{aligned} \quad (5-23)$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 x_v^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w x_v + n_2}{2\omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-24)$$

$(5-20)$  および  $(5-23)$  により、

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{(s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \quad (5-25)$$

$(5-22)$ ， $(5-24)$  において、 $N > L > 1$  が成立するので、 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$ ， $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$  とすると、 $(5-25)$  はカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の2次のローパスフィルタとカットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の2次のハイパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

$\omega = \omega_{ra}$ ， $\omega = \omega_{rb}$  それぞれの周波数におけるゲインが等しく  $A_2$  であるとする、

$$\begin{aligned} A_2^2 &= \frac{(N\omega_c^2 - \omega_{ra}^2)(\omega_{rb}^2 - \omega_c^2/N)}{K\omega_{ra}M\omega_{rb}} \\ &= \frac{(N-L)(1/L - 1/N)\omega_c^4}{KM\omega_c^2} = \frac{(N-L)^2}{KLMN} \omega_c^2 \\ \therefore A_2 &= \frac{(N-L)}{\sqrt{KLMN}} \omega_c = \frac{(N-L)}{K\sqrt{N}} \omega_c \end{aligned} \quad (5-26)$$

$(5-25)$  のローパスフィルタ部分の伝達関数を  $\frac{G_1(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)}$  と考えると、

$\omega = \omega_{ra}$  におけるゲインを計算して、 $(5-26)$  を適用すると、

$$\begin{aligned} \frac{G_1(N-L)\omega_c^2}{K\sqrt{L}\omega_c} &= A_2 = \frac{(N-L)}{K\sqrt{N}} \omega_c \\ \therefore G_1 &= \sqrt{L/N} \end{aligned} \quad (5-27)$$

同様に、 $(5-25)$  のハイパスフィルタ部分の伝達関数を  $\frac{G_2(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$  と考える

と、 $\omega = \omega_{rb}$  におけるゲインを計算して、 $(5-26)$  を適用すると、

$$G_2 = \sqrt{N/L} \quad (5-28)$$



従って、(5-25) は次のように書き換えられます。

$$\begin{aligned} \frac{s^2 + x_\nu^2}{s^2 + p_\nu s + q_\nu} &\rightarrow \frac{(s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\ &= \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \end{aligned} \quad (5-29)$$

(5-29) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_\nu}{1 + L} \quad (5-21)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 q_\nu^2 - 4B_w^2 p_\nu^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_\nu \omega_c^2 + 16\omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 q_\nu^2 - 2p_\nu^2 \omega_c^2 + 4q_\nu \omega_c^2 \end{aligned} \quad (5-22)$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} q_\nu B_w + B_w^2 q_\nu}{4\omega_c^2} \\ n_1 &= B_w^2 x_\nu^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_\nu^2 + 2\omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w x_\nu + n_2}{2\omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-24)$$

(5-29) のカットオフ周波数 $\omega_{ra}$ の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数 $\omega_{rb}$ の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{N/L} \quad (5-30)$$

となります。

### 5-3 バターワースバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

バターワースバンドパスフィルタの次数 $m$ 、中心周波数  $\omega_c$ 、通過帯域幅 $B_w$ とすると、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として、(5-1)、(5-10)を適用して、

バターワースバンドパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w s}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-31)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-32)$$

(5-31)、(5-32)において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (5-33)$$

$$\omega_{ck} = 1$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k} \quad (5-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-36)$$

2次の部分の各バンドパスフィルタの中心周波数 $\omega_{ra}$ と $\omega_{rb}$ におけるゲインは、

$$G = \frac{B_w}{\sqrt{KM}} \quad (5-37)$$

となります。

1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 $\omega_c$ におけるゲインは、1となります。

#### 5-4 与えられた仕様を満たすバターワースバンドパスフィルタの設計

5-3までで、次数 $m$ と中心周波数 $\omega_c$ 、通過帯域幅 $B_w$ によってバターワースバンドパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

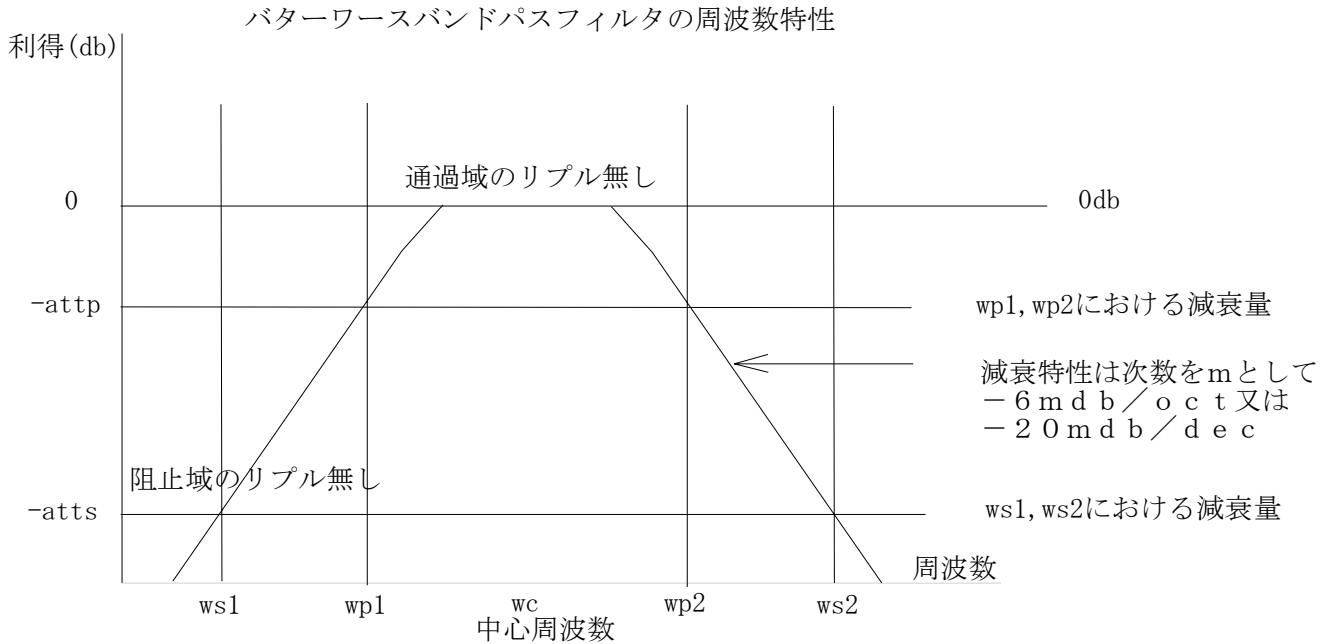


図 5-1 バターワースバンドパスフィルタの周波数特性

図 5-1 における、 $(wp2 - wp1)$ ,  $ws1$ ,  $ws2$ ,  $wc$ ,  $attp$ ,  $atts$ を与えられて、フィルタの次数 $m$ を求め最終的に伝達関数を求めます。

ここに、 $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$ ,  $attp=3$ とします。

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}\right)}{2.0 \log\left(\frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}}\right)} \quad (5-38)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 $m$ と $\omega_c$ を(5-32)から(5-37)に適用すると最終的な設計が完了します。

### 5-5 チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

チェビシェフバンドパスフィルタの次数 $m$ 、中心周波数 $\omega_c$ 、通過帯域幅 $B_w$ 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、(5-2)、(5-10)を適用して、

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-39)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-40)$$

(5-39)、(5-40)において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-44)$$

各バンドパスフィルタの中心周波数 $\omega_{ra}$ と $\omega_{rb}$ におけるゲインは、 $G = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}$

1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 $\omega_c$ におけるゲインは、1となります。

## 5-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフバンドパスフィルタの設計

5-5 までで、フィルタの次数  $m$  と中心周波数  $\omega_c$ 、通過帯域幅  $B_w$  及び通過域のリプル  $\text{attp}(\text{db})$  によってチェビシェフバンドパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた 2 組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

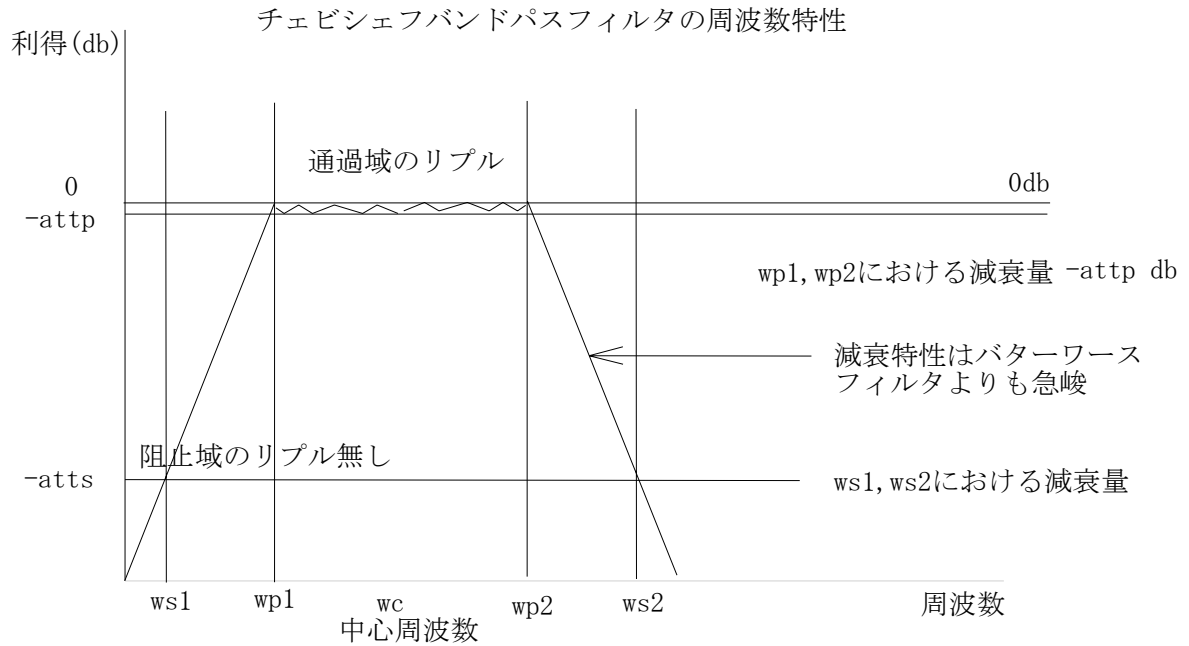


図 5-2 チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

図 5-2 における、 $\text{wp1}$ ,  $\text{wp2}$ ,  $\text{ws1}$ ,  $\text{ws2}$ ,  $\text{wc}$ ,  $\text{attp}$ ,  $\text{atts}$  を与えられて、チェビシェフバンドパスフィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。

ここに、

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1} \omega_{p2} = \omega_{s1} \omega_{s2} = \omega_c^2 \text{ とします。}$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1) / (10^{\text{attp}/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left( \frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}} \right)} \quad (5-45)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 $m$  を (5-39) から (5-44) に適用すると最終的な設計が完了します。

### 5-7 逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

逆チェビシェフバンドパスフィルタの次数 $m$ 、中心周波数 $\omega_c$ 、通過帯域幅 $B_w$ 、 $\omega_{s1}$ における減衰量 $atts$ (db)とすると、 $l = \text{ceil}((double)(m-1)/2) - 1$  として

逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、(5-2)、(5-18)を適用して、

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-46)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-47)$$

(5-46)、(5-47)において

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \\ a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ d &= \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \\ p_k &= \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ q_k &= \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1} \\ r_k &= \cos(a_k) \\ \omega_{ck} &= \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\ Q_k &= \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \\ \omega_d &= 1/\sinh(d) \\ K &= LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \end{aligned} \quad (5-48)$$

(5-49)

$$\begin{aligned}
l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\
l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2
\end{aligned} \tag{5-50}$$

$$\begin{aligned}
L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2} \\
n_1 &= B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2 \\
n_2 &= B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2
\end{aligned} \tag{5-51}$$

$$\begin{aligned}
N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2} \\
\omega_{ra} &= \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}, \quad G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L}
\end{aligned}$$

(5-46), (5-47) のカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

$$G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} \tag{5-52}$$

となります。

(5-46) の1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数  $\omega_c$  におけるゲインは、1となります。

#### 逆チェビシェフバンドパスフィルタ設計における注意

1。次ページの図5-3における、wp1, wp2, ws1, ws2, attp, attsに基づき、次数mを式(5-54)によって決定します。

2。(5-46) から (5-51) を適用する時に、 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1} \omega_{p2}}$ ,  $B_w = \omega_{s2} - \omega_{s1}$  を与えます。

## 5-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフバンドパスフィルタの設計

5-7までで、次数 $m$ と中心周波数 $\omega_c$ 、通過帯域幅 $B_w$ 、 $\omega_{s1}$ における減衰量 $atts$ (db)によって逆チェビシェフバンドパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

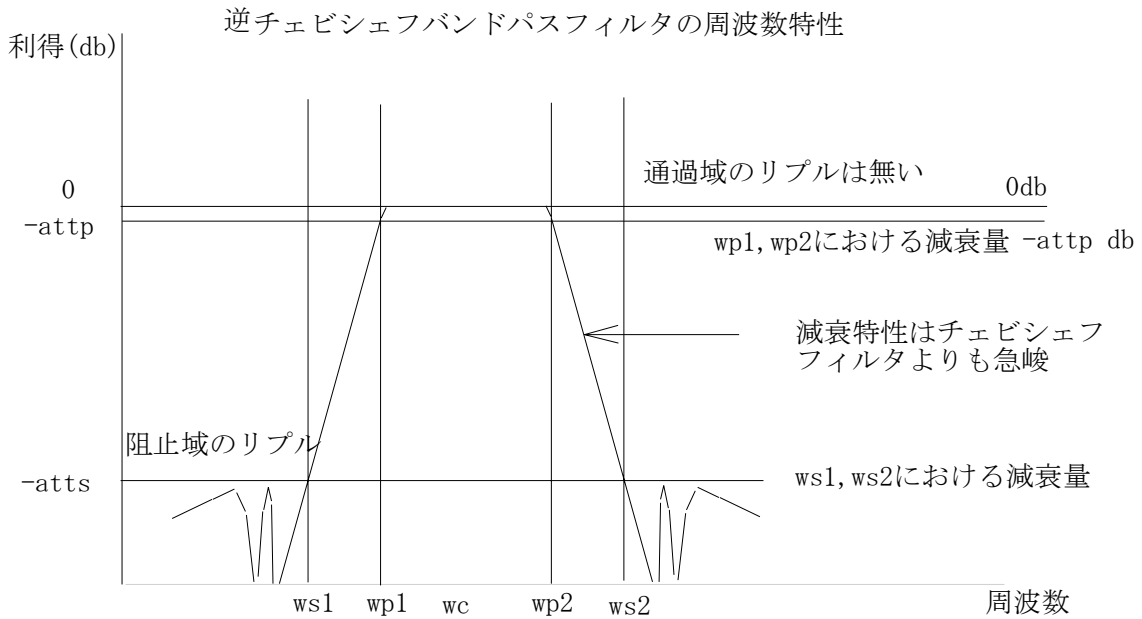


図5-3 逆チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

上図において、計算式における中心周波数 $\omega_c$ はこれまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数 $\omega_{s1}$ 、 $\omega_{p1}$ はこれまで中心周波数 $\omega_c$ として扱われてきました。従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として $f_p$ の値を入力して、減衰量を指定する周波数として $f_s$ の値を入力する場合の式は以下のようになります。

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \quad (5-53)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left( \frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}} \right)} \quad (5-54)$$

従って、フィルタの次数 $m$ は(5-54)の $d$ を切り上げて、  
 $m = \text{ceil}(d)$

次に、 $m$ を(5-46)から(5-52)に適用すると最終的な設計が完了します。



### 5-9 楕円関数バンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

楕円関数バンドパスフィルタの次数 $m$ （未知），中心周波数 $\omega_c$ ，通過帯域幅 $B_w$ 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 $\omega_{s1}$ において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2 \quad \text{として、}$$

$$x_L = (\omega_{s2} - \omega_{s1}) / (\omega_{p2} - \omega_{p1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$$

$m$ が奇数の時

$$x_{zv} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

$m$ が偶数の時

$$x_{zv} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1) / (10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

とする時、(5-3)，(5-29)を適用して、

$m$ が奇数の時

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{1}{C_H \sigma} \frac{B_w \sigma s}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \quad (5-55)$$

$$= \frac{B_w \sigma s}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}$$

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt{(m-1)} C_H \sigma$$

ただし、 $C_H$ ， $\sigma$ ， $p_v$ ， $q_v$ は次式を満たすものとします。

$$\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2$$

$$= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]$$

$m$ が偶数の時

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{1}{C_H} \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \quad (5-56)$$

$$= \prod_{v=1}^{m/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}$$

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H}$$

ただし、 $C_H$  ,  $p_v$ ,  $q_v$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{z_v}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{1 + L} \quad (5-21)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 q_v^2 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16\omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 q_v^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \end{aligned} \quad (5-22)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} q_v B_w + B_w^2 q_v}}{4\omega_c^2}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 x_v^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w x_v + n_2}{2\omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-24)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(5-55), (5-56) のカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

$$\begin{aligned} G &= \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H \sigma} \dots\dots\dots m = \text{even} \\ G &= \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H} \dots\dots\dots m = \text{odd} \end{aligned} \quad (5-57)$$

1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数  $\omega_c$  におけるゲインは、1となります。

## 5-10 総体的なバンドパスフィルタの設計の手順

1. 通過帯域の下限周波数 wp1 を入力
  2. 通過帯域の上限周波数 wp2 を入力
  3. 通過帯域の上限・下限周波数における減衰量 attp(db) を入力  
(バターワースでは、a t t p = 3. 01 とします)
  4. 最低減衰量を指定する周波数 ws2 について、比率 xs (= ws2/wp2) を入力
  5. 最低減衰量 atts(db) を入力
  6. 中心周波数を計算する。  $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1} \omega_{p2}}$
  7. 最低減衰量を達成する周波数 ws1, ws2 を計算する。ws1=wp1/xs, ws2=xs\*wp2
  8. 通過帯域幅 Bw を計算する。Bw=(wp2-wp1)
- 以上により得られた、パラメータを各設計式で用います。

## アナログフィルタの設計と合成

### 第6章 バンドパスフィルタの合成

#### 6-1 バンドパスフィルタの種類と基本回路形式

- a. バターワースバンドパスフィルタ
- b. チェビシェフバンドパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフバンドパスフィルタ
- d. 楕円関数バンドパスフィルタ

1 次のバンドパスフィルタ基本回路

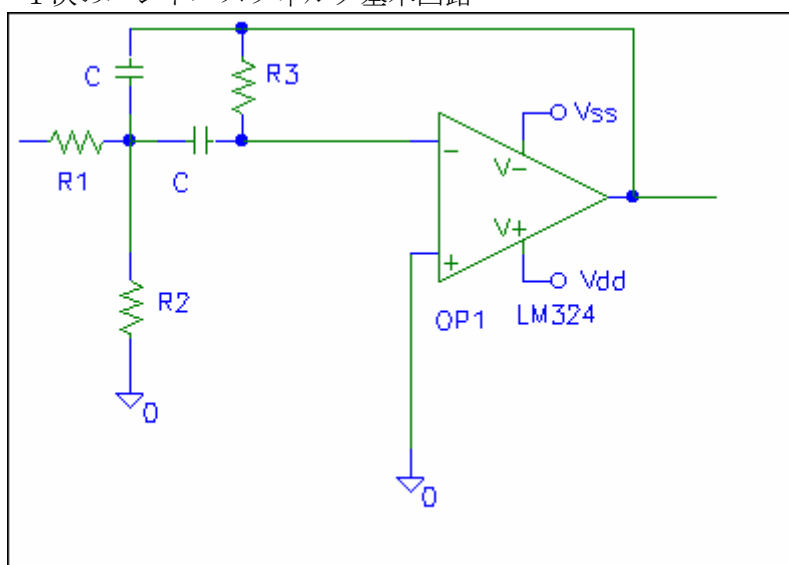


図6-1 1 次のバンドパスフィルタ基本回路1 b p a t 1\_\_1. c i r

b p a t 1\_\_1. c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_3}{2R_1} \frac{\frac{2}{CR_3}s}{s^2 + \frac{2}{CR_3}s + \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2R_3C^2}} \quad (6-1)$$

1 次のバンドパスフィルタ基本回路

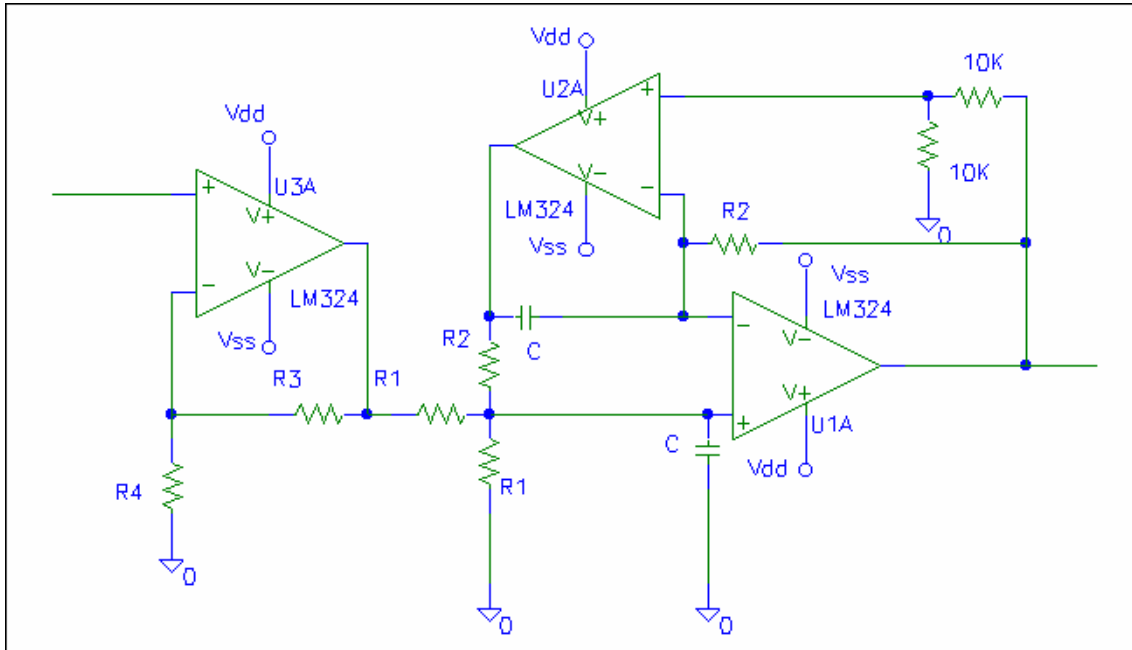


図 6－2 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 b p a t 2\_\_1. c i r

b p a t 1\_\_2. c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_4 + R_3}{R_4} \cdot \frac{\frac{2}{CR_1} s}{s^2 + \frac{2}{CR_1} s + \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2} \quad (6-2)$$

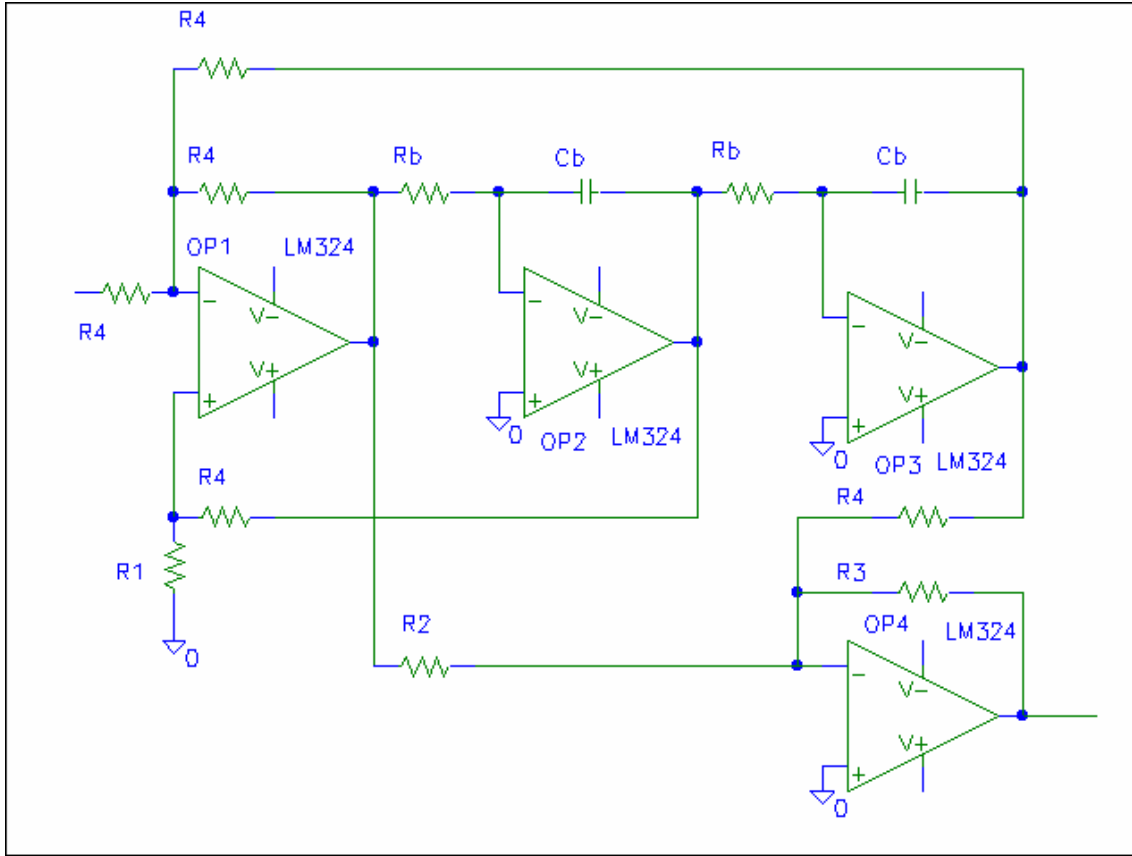
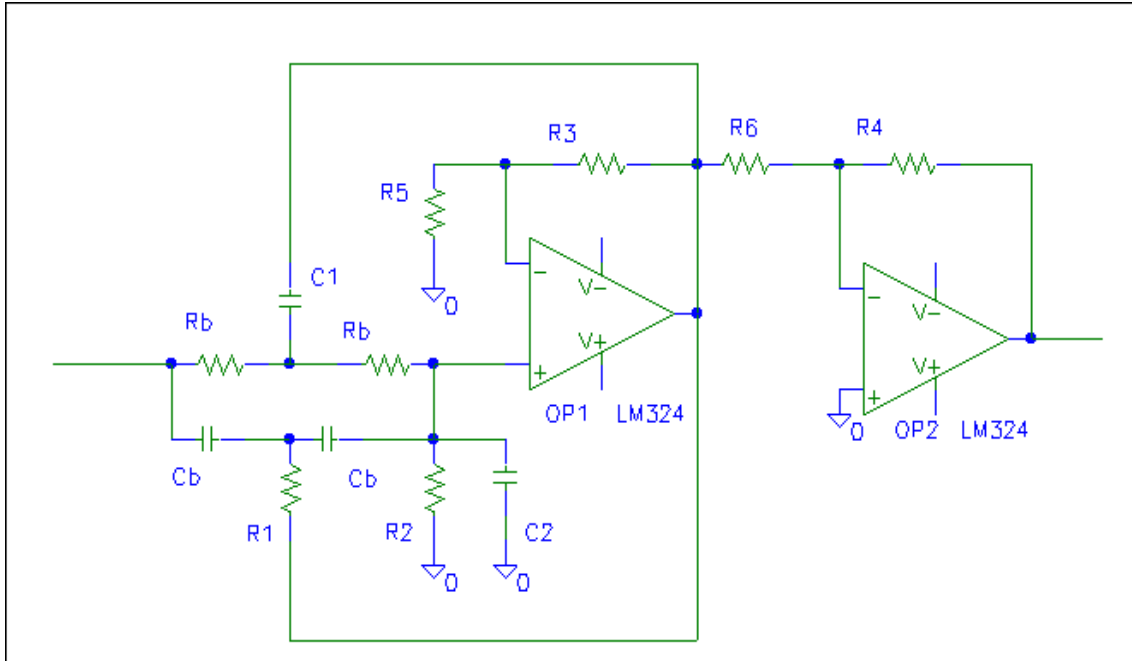


図 6－3 2次のバンドパスフィルタ基本回路 lpet1\_2.cir (図 2－5 と同じ)

l p e t 1 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (6-3)$$



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

図 6-4 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 lpet2\_2.cir (図 2-6 と同じ)

l p e t 2 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (6-4)$$

## 6-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

バンドパスフィルタの特性の種類

- バターワースバンドパスフィルタ
- チェビシェフバンドパスフィルタ
- 逆チェビシェフバンドパスフィルタ
- 楕円関数バンドパスフィルタ

### 6-2-a バターワースバンドパスフィルタへの適用

バターワースバンドパスフィルタの次数 $m$ 、中心周波数  $\omega_c$ 、通過帯域幅  $B_w$  とするとき、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として、バターワースバンドパスフィルタの伝達関数は  $m$  が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w s}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-31)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-32)$$

(5-31), (5-32) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (5-33)$$

$$\omega_{ck} = 1, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k} \quad (5-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k}B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-36)$$

2 次の部分の各バンドパスフィルタの中心周波数 $\omega_{ra}$ と $\omega_{rb}$ におけるゲインは、

$$G = \frac{B_w}{\sqrt{KM}} \quad (5-37)$$

となります。

1 次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 $\omega_c$ におけるゲインは、1 となります。

**b p a t 1\_\_1. c i r** を使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$  とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{R_3}{2R_1} = 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1$$

$$B_w = \omega_c / Q_{bp} = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \quad (6-5)$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

$R_1 = Z$  とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2Q_{bp}^2 - 1}, \quad C = \frac{Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad \text{ただし、} Q_{bp} > \sqrt{2}/2 \quad (6-7)$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{R_3}{2R_1} = G \quad \therefore R_3 = 2GR_1$$

$$K = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CGR_1} \quad (6-9)$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

$R_1 = Z$  とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GK^2 Z}{2\omega_{ra}^2 - GK^2}, \quad C = \frac{1}{GKZ} \quad (6-10)$$

$$\text{ただし、} \omega_{ra} > \frac{\sqrt{2G}}{2} K$$

2 番目の回路については、同様に

$R_1 = Z$  とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GM^2 Z}{2\omega_{rb}^2 - GM^2}, \quad C = \frac{1}{GMZ} \quad (6-11)$$

$$\text{ただし、} \omega_{rb} > \frac{\sqrt{2G}}{2} M$$

**b p a t 2\_\_1. c i r** を使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$  とすると、

1 次の回路部分



$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 \quad \therefore R_3 = 0$$

$$R_1 = Z$$

$$B_w = \frac{\omega_c}{Q_{bp}} = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2Q_{bp}}{R_1\omega_c} \quad (6-12)$$

$$\omega_c^2 = \left( \frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_c} = \frac{R_1}{2Q_{bp}} = \frac{Z}{2Q_{bp}}$$

$$\text{従って、} R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2Q_{bp}}, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad (6-13)$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = G \quad \therefore R_3 = (G-1)R_4$$

$$R_1 = Z$$

$$K = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2}{KR_1} = \frac{2}{KZ} \quad (6-14)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left( \frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_{ra}} = \frac{KZ}{2\omega_{ra}}$$

$$\text{従って、} R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{K}{2\omega_{ra}}Z, \quad R_3 = (G-1)R_4, \quad C = \frac{2}{KZ} \text{ ただし、} G > 1 \quad (6-15)$$

5)

2 番目の回路については、同様に

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{M}{2\omega_{rb}}Z, \quad R_3 = (G-1)R_4, \quad C = \frac{2}{MZ} \text{ ただし、} G > 1 \quad (6-16)$$

## 6-2-b チェビシェフバンドパスフィルタへの適用

チェビシェフバンドパスフィルタの次数 $m$ 、中心周波数 $\omega_c$ 、通過帯域幅 $B_w$ 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-39)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-40)$$

(5-39), (5-40) において

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sqrt{10^{attp/10} - 1} \\ a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ d &= \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \\ p_k &= \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \end{aligned} \quad (5-41)$$

$$\begin{aligned} q_k &= \cos(a_k) \cosh(d) \\ \omega_{ck} &= \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\ Q_k &= \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \\ \omega_d &= \sinh(d) \end{aligned}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-42)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \end{aligned} \quad (5-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2} \quad (5-44)$$

各バンドパスフィルタの中心周波数 $\omega_{ra}$ と $\omega_{rb}$ におけるゲインは、 $G = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}$

1 次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 $\omega_c$ におけるゲインは、1 となります。

**b p a t 1 \_ 1 . c i r** を使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$  とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{R_3}{2R_1} = 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1$$

$$B_w \omega_d = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{1}{B_w \omega_d R_1} \quad (6-17)$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

$R_1 = Z$  とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2\left(\frac{\omega_c}{B_w \omega_d}\right)^2 - 1}, \quad C = \frac{1}{B_w \omega_d Z} \quad (6-18)$$

$$\text{ただし、} \omega_c > \frac{\sqrt{2}}{2} B_w \omega_d$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{R_3}{2R_1} = G \quad \therefore R_3 = 2GR_1$$

$$K = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CGR_1} \quad (6-19)$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

$R_1 = Z$  とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GK^2 Z}{2\omega_{ra}^2 - GK^2}, \quad C = \frac{1}{GKZ} \quad (6-20)$$

$$\text{ただし、} \omega_{ra} > \frac{\sqrt{2G}}{2} K$$

2 番目の回路については、同様に

$R_1 = Z$  とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GM^2 Z}{2\omega_{rb}^2 - GM^2}, \quad C = \frac{1}{GMZ} \quad (6-21)$$

$$\text{ただし、} \omega_{rb} > \frac{\sqrt{2G}}{2} M$$

**b p a t 2 \_ 1 . c i r** を使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$  とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 \quad \therefore R_3 = 0$$

$$R_1 = Z$$

$$B_w \omega_d = \frac{\omega_c \omega_d}{Q_{bp}} = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2Q_{bp}}{\omega_c \omega_d Z} \quad (6-22)$$

$$\omega_c^2 = \left( \frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_c} = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z$$

$$\text{従って、} R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad (6-23)$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = G \quad \therefore R_3 = (G - 1)R_4$$

$$R_1 = Z$$

$$K = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2}{KR_1} = \frac{2}{KZ} \quad (6 - 24)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left( \frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_{ra}} = \frac{KZ}{2\omega_{ra}}$$

$$\text{従って、 } R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{K}{2\omega_{ra}}Z, \quad R_3 = (G - 1)R_4, \quad C = \frac{2}{KZ} \text{ ただし、 } G > 1 \quad (6 - 25)$$

2 番目の回路については、同様に

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{M}{2\omega_{rb}}Z, \quad R_3 = (G - 1)R_4, \quad C = \frac{2}{MZ} \text{ ただし、 } G > 1 \quad (6 - 26)$$

#### 6 - 2 - c 逆チェビシェフバンドパスフィルタへの適用

逆チェビシェフバンドパスフィルタの次数  $m$ 、中心周波数  $\omega_c$ 、通過帯域幅  $B_w$ 、 $\omega_{s1}$  における減衰量  $\text{atts}(\text{db})$  とするとき、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m - 1) / 2) - 1$  として

逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、

$m$  が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5 - 46)$$

$m$  が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5 - 47)$$

(5 - 46)、(5 - 47) において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\text{atts}/10} - 1}}$$

$$\begin{aligned}
a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\
d &= \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \\
p_k &= \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\
q_k &= \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1} \\
r_k &= \cos(a_k) \\
\omega_{ck} &= \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\
Q_k &= \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \\
\omega_d &= 1/\sinh(d)
\end{aligned}$$

(5-48)

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-49)$$

$$\begin{aligned}
l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\
l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2
\end{aligned} \quad (5-50)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\begin{aligned}
n_1 &= B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2 \\
n_2 &= B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2
\end{aligned} \quad (5-51)$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}, \quad G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L}$$

(5-46) のカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の 2 次のローパスフィルタの DC におけるゲインと、  
(5-47) のカットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の 2 次のハイパスフィルタの周波数無限大における  
ゲインは等しく、

$$G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} \quad (5-52)$$

となります。

(5-46) の 1 次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数  $\omega_c$  におけるゲインは、1  
となります。

1 次の回路部分

**b p a t 1\_\_1. c i r** を使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$  とすると、

$$\frac{R_3}{2R_1} = 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1$$

$$B_w \omega_d = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{1}{B_w \omega_d R_1} \quad (6-27)$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

$R_1 = Z$  とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2\left(\frac{\omega_c}{B_w \omega_d}\right)^2 - 1}, \quad C = \frac{1}{B_w \omega_d Z} \quad (6-28)$$

ただし、 $\omega_c > \frac{\sqrt{2}}{2} B_w \omega_d$

1 次の回路部分

**b p a t 2\_\_1. c i r** を使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$  とすると、

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 \quad \therefore R_3 = 0$$

$$R_1 = Z$$

$$B_w \omega_d = \frac{\omega_c \omega_d}{Q_{bp}} = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2Q_{bp}}{\omega_c \omega_d Z} \quad (6-29)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_c} = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z$$

$$\text{従って、} R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad (6-30)$$

2 次の回路部分

**l p e t 1\_\_2. c i r** を使用する場合

1 番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G \frac{L}{N} = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-31)$$

$$\omega_{za}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-32)$$

$$K = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)}$$

$$(6-33)$$



$$\omega_{ra}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-34)$$

従って、 $R = Z$  とすると、

$$R_1 = \frac{K}{3\omega_{ra} - K} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{za}^2}{\omega_{ra}^2} R_4 = \frac{N}{L} R_4 \quad (6-35)$$

$$R_3 = GR_4, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}, \quad R_b = Z$$

2 番目のハイパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-36)$$

$$\omega_{zb}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-37)$$

$$M = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (6-38)$$

$$\omega_{rb}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-39)$$

従って、 $R_b = Z$  とすると、

$$R_1 = \frac{M}{3\omega_{rb} - M} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{zb}^2}{\omega_{rb}^2} R_4 = \frac{L}{N} R_4 \quad (6-40)$$

$$R_3 = \frac{GL}{N} R_4, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}, \quad R_b = Z$$

2 次の回路部分

### 1 p e t 2 \_\_ 2 . c i r を使用する場合

1 番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G \frac{L}{N} = \frac{kk}{1+kr} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-41)$$

$$\omega_{za}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-42)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{1 + kd} \omega_{za} \quad (6-43)$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1 + kr}{C_b^2 R_b^2 (1 + kd)} = \frac{1 + kr}{1 + kd} \omega_{za}^2 \quad (6-44)$$

(6-44) より、

$$kd = \frac{N}{L}(1+kr) - 1 > \frac{N}{L} - 1 > 0 \dots \because kr > 0, \quad \frac{N}{L} > 1 \quad (6-45)$$

まず、 $kd$  を (6-45) を満足する値に設定します。

このとき、(6-44) より、

$$kr = \frac{L}{N}(1+kd) - 1 \quad (6-46)$$

(6-43) より、

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{K(1+kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

$$(6-46) \text{ を代入して、} kk > 1 \text{ より、} kd > \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}$$

(6-41) より、

$$R_4 = \frac{(1+kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-48)$$

従って、 $R_b = Z$  とすると、

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{za}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{(1+kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-49)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kd > \max\left[\left(\frac{N}{L}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}\right]$  を満足する  $kd$  に対して、

$$kr = \frac{L}{N}(1+kd) - 1 \quad (6-46)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{K(1+kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

2 番目のハイパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-50)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2 \quad (6-51)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4(1-kk)}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4(1-kk)}{1+kd} \omega_{zb} \quad (6-52)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{zb}^2 \quad (6-53)$$

(6-53) より、

$$kr = \frac{N}{L}(1+kd) - 1 > \frac{N}{L} - 1 > 0 \dots \because kd > 0, \quad \frac{N}{L} > 1 \quad (6-54)$$

まず、 $kr$ を(6-54)を満足する値に設定します。

このとき、(6-53)より、

$$kd = \frac{L}{N}(1+kr) - 1 \quad (6-55)$$

(6-52)より、

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{M(1+kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6-56)$$

$$(6-55) \text{ を代入して、} kk > 1 \text{ より、} kr > \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}$$

(6-50)より、

$$R_4 = \frac{(1+kd)G}{kk} R_6 \quad (6-57)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{zb}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{(1+kd)G}{kk} R_6 \quad (6-58)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kr > \max\left[\left(\frac{N}{L}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}\right]$ を満足する $kr$ に対して、

$$kd = \frac{L}{N}(1+kr) - 1 \quad (6-55)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{M(1+kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6-56)$$

#### 6-2-d 楕円関数バンドパスフィルタへの適用

楕円関数バンドパスフィルタの次数 $m$ (未知)、中心周波数 $\omega_c$ 、通過帯域幅 $B_w$ 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 $\omega_{s1}$ において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2 \quad \text{として、}$$

$$x_L = (\omega_{s2} - \omega_{s1}) / (\omega_{p2} - \omega_{p1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$$

$m$ が奇数の時

$$x_{zv} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

$m$ が偶数の時

$$x_{zv} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

とする時、(5-3), (5-29) を適用して、

**mが奇数の時**

$$\begin{aligned} H_m(\omega_c, s) &= \frac{1}{C_H \sigma} \frac{B_w \sigma}{s^2 + B_w \sigma + \omega_c^2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\ &= \frac{B_w \sigma}{s^2 + B_w \sigma + \omega_c^2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \\ G &= \sqrt{N/L} / \sqrt{(m-1)} C_H \sigma \end{aligned} \quad (5-55)$$

ただし、 $C_H$ ,  $\sigma$ ,  $p_\nu$ ,  $q_\nu$  は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} &\prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2)s^2 + q_\nu^2] \end{aligned}$$

**mが偶数の時**

$$\begin{aligned} H_m(\omega_c, s) &= \frac{1}{C_H} \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\ &= \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \\ G &= \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H} \end{aligned} \quad (5-56)$$

ただし、 $C_H$ ,  $p_\nu$ ,  $q_\nu$  は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} &\prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2)s^2 + q_\nu^2] \end{aligned}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{1+L} \quad (5-21)$$

$$l_1 = B_w^4 q_v^2 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16\omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 q_v^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \quad (5-22)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} q_v B_w} + B_w^2 q_v}{4\omega_c^2}$$

$$n_1 = B_w^2 x_v^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w x_v + n_2}{2\omega_c^2} \quad (5-24)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(5-55), (5-56) のカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の 2 次のローパスフィルタの DC におけるゲインと、カットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の 2 次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

$$G = \sqrt{N/L} / {}^{(m-1)}\sqrt{C_H \sigma} \dots \dots m = even \quad (5-57)$$

$$G = \sqrt{N/L} / {}^m\sqrt{C_H} \dots \dots m = odd$$

となり、(5-55) の 1 次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数  $\omega_c$  におけるゲインは、1 となります。

楕円関数バンドパスフィルタの伝達関数は逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数と全く同じ書式になったので、計算値としては異なるが、合成のための式は共用出来ます。

1 次の回路部分

**b p a t 1 \_ 1 . c i r** を使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$  とすると、

$$\frac{R_3}{2R_1} = 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1$$

$$B_w \sigma = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{1}{B_w \sigma R_1} \quad (6-27)$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

$R_1 = Z$  とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2\left(\frac{\omega_c}{B_w \sigma}\right)^2 - 1}, \quad C = \frac{1}{B_w \sigma Z} \quad (6-28)$$

ただし、 $\omega_c > \frac{\sqrt{2}}{2} B_w \sigma$

1 次の回路部分

**b p a t 2\_1. c i r** を使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$  とすると、

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 \quad \therefore R_3 = 0$$

$$R_1 = Z$$

$$B_w \sigma = \frac{\omega_c \sigma}{Q_{bp}} = \frac{2}{C R_1} \quad \therefore C = \frac{2 Q_{bp}}{\omega_c \sigma Z} \quad (6-29)$$

$$\omega_c^2 = \left( \frac{1}{C R_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C \omega_c} = \frac{\sigma}{2 Q_{bp}} Z$$

$$\text{従って、} R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{\sigma}{2 Q_{bp}} Z, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2 Q_{bp}}{Z \omega_c} \quad (6-30)$$

2 次の回路部分

**l p e t 1\_2. c i r** を使用する場合

1 番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G \frac{L}{N} = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-31)$$

$$\omega_{za}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-32)$$

$$K = \frac{3 R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (6-33)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-34)$$

従って、 $R = Z$  とすると、

$$R_1 = \frac{K}{3 \omega_{ra} - K} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{za}^2}{\omega_{ra}^2} R_4 = \frac{N}{L} R_4 \quad (6-35)$$

$$R_3 = G R_4, \quad C_b = \frac{1}{Z \omega_{ra}}, \quad R_b = Z$$

2 番目のハイパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-36)$$

$$\omega_{zb}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-37)$$

$$M = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (6-38)$$

$$\omega_{rb}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-39)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、

$$R_1 = \frac{M}{3\omega_{rb} - M} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{zb}^2}{\omega_{rb}^2} R_4 = \frac{L}{N} R_4 \quad (6-40)$$

$$R_3 = \frac{GL}{N} R_4, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}, \quad R_b = Z$$

2 次の回路部分

**1 p e t 2 \_ 2 . c i r**を使用する場合

1 番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G \frac{L}{N} = \frac{kk}{1+kr} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-41)$$

$$\omega_{za}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-42)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{1 + kd} \omega_{za} \quad (6-43)$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1 + kr}{C_b^2 R_b^2 (1 + kd)} = \frac{1 + kr}{1 + kd} \omega_{za}^2 \quad (6-44)$$

(6-44) より、

$$kd = \frac{N}{L} (1 + kr) - 1 > \frac{N}{L} - 1 > 0 \dots \because kr > 0, \quad \frac{N}{L} > 1 \quad (6-45)$$

まず、 $kd$ を(6-45)を満足する値に設定します。

このとき、(6-44) より、

$$kr = \frac{L}{N} (1 + kd) - 1 \quad (6-46)$$

(6-43) より、

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{K(1 + kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

$$(6-46) \text{ を代入して、} kk > 1 \text{ より、} kd > \frac{(N - L)\omega_{za} + KL}{(N + L)\omega_{za} - KL}$$

(6-41) より、

$$R_4 = \frac{(1+kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-48)$$

従って、 $R_b = Z$  とすると、

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{za}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{(1+kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-49)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kd > \max\left[\left(\frac{L}{N}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}\right]$  を満足する  $kd$  に対して、

$$kr = \frac{L}{N}(1+kd) - 1 \quad (6-46)$$

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{K(1+kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

2 番目のハイパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-50)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2 \quad (6-51)$$

$$M = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{C_b R_b(1+kd)} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{1+kd} \omega_{zb} \quad (6-52)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{zb}^2 \quad (6-53)$$

(6-53) より、

$$kr = \frac{N}{L}(1+kd) - 1 > \frac{N}{L} - 1 > 0 \dots \because kd > 0, \quad \frac{N}{L} > 0 \quad (6-54)$$

まず、 $kr$  を (6-54) を満足する値に設定します。

このとき、(6-53) より、

$$kd = \frac{L}{N}(1+kr) - 1 \quad (6-55)$$

(6-52) より、

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{M(1+kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6-56)$$

(6-55) を代入して、 $kk > 1$  より、 $kr > \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}$

(6-50) より、



$$R_4 = \frac{(1+kd)G}{kk} R_6 \quad (6-57)$$

従つて、 $R_b = Z$ とすると、

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{zb}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{(1+kd)G}{kk} R_6 \quad (6-58)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kr > \max\left[\left(\frac{N}{L}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{zb}+K}{(N+L)\omega_{zb}-K}\right]$ を満足する $kr$ に対して、

$$kd = \frac{L}{N}(1+kr)-1 \quad (6-55)$$

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{M(1+kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6-56)$$

## アナログフィルタの設計と合成

### 第7章 バンドエリミネーションフィルタの設計

#### 7-1 バンドエリミネーションフィルタ（BEフィルタ）の種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースBEフィルタ
- b. チェビシェフBEフィルタ
- c. 逆チェビシェフBEフィルタ
- d. 楕円関数BEフィルタ

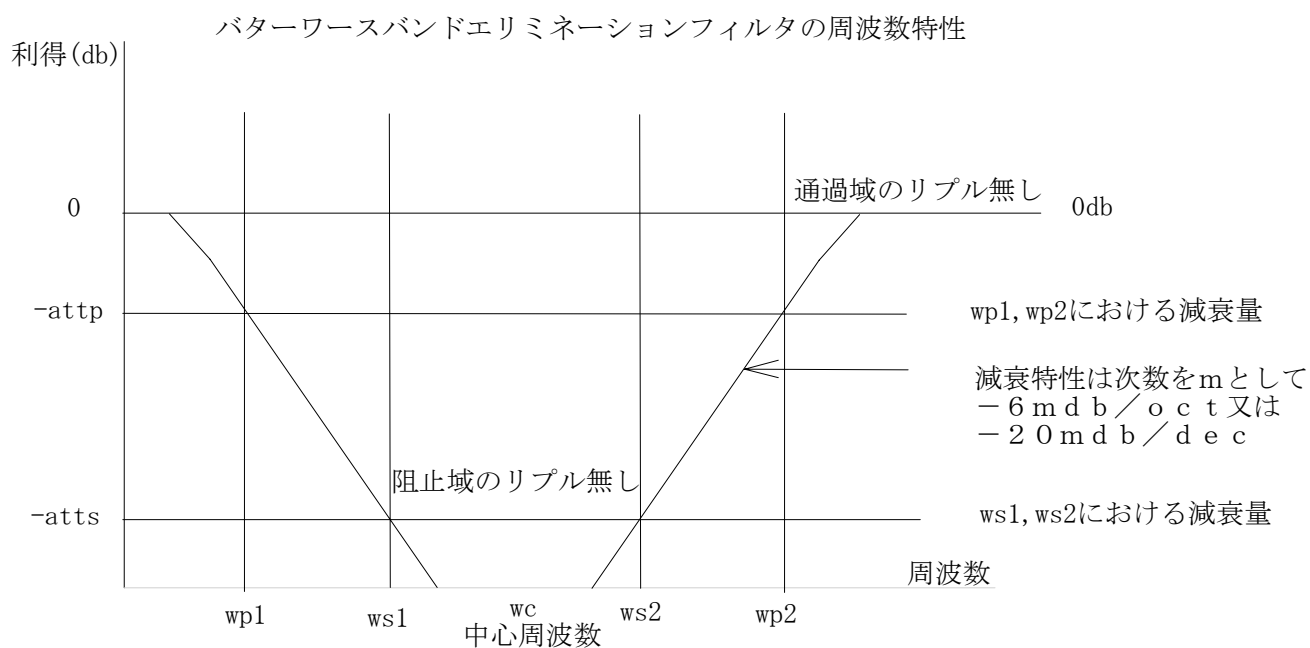


図7-1 バターワースBEフィルタの周波数特性

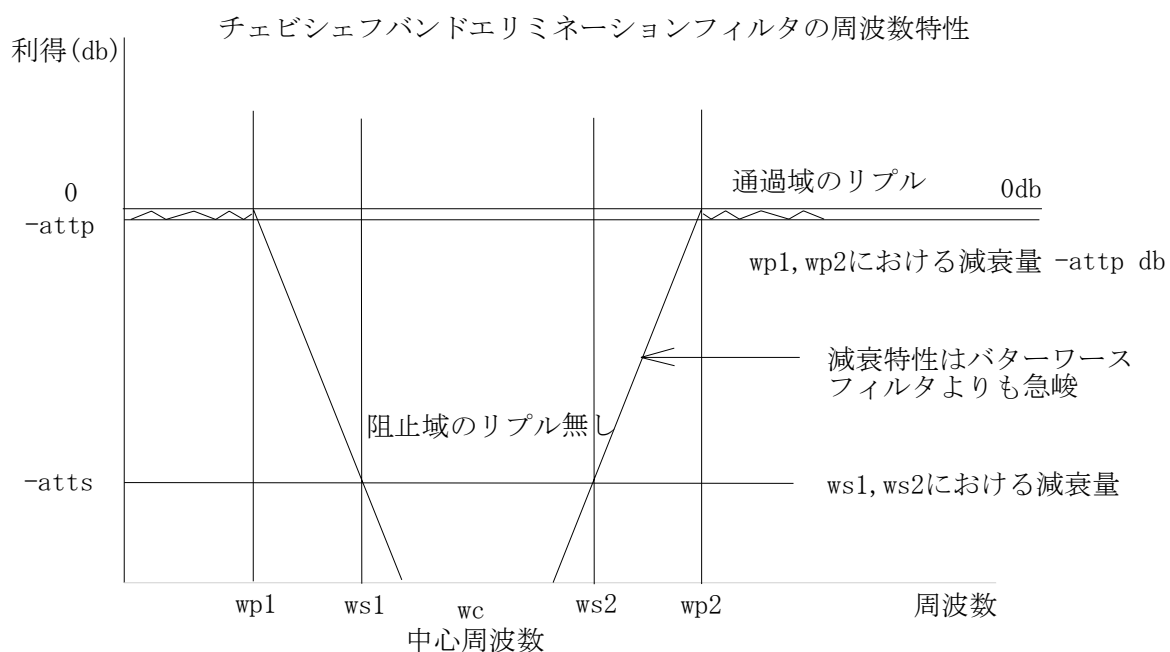


図 7 - 2 チェビシェフ B E フィルタの周波数特性

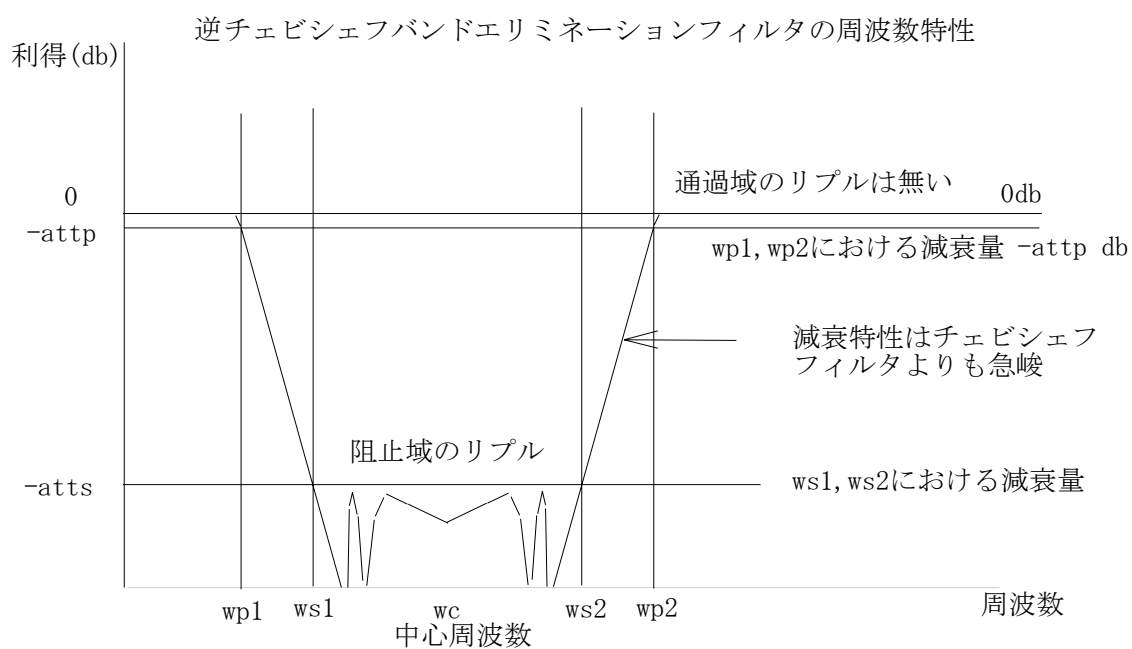


図 7 - 3 逆チェビシェフ B E フィルタの周波数特性

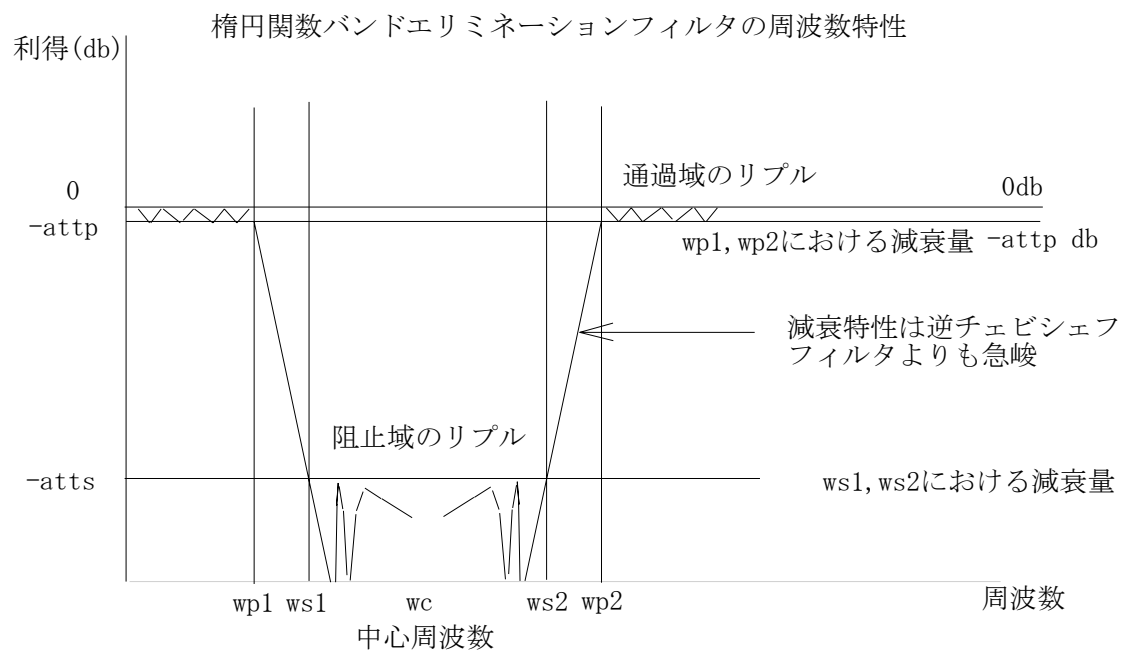


図 7 - 4 楕円関数 B E フィルタの周波数特性

## 7-2 ローパスフィルタをBEフィルタに変換する

中心周波数  $f_c (\omega_c = 2\pi f_c)$ 、低周波側の通過域の上限  $\omega_{p1}$ 、及び高周波側の通過域の下限の周波数  $\omega_{p2}$  における減衰量  $\text{attp}(\text{db})$ 、減衰量を指定する周波数  $\omega_{s1}, \omega_{s2}$  における最低減衰量  $\text{atts}(\text{db})$  のBEフィルタの伝達関数は、 $\omega_c = 1$  において減衰量  $\text{attp}(\text{db})$ 、 $\omega_s = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1})$  において減衰量  $\text{atts}(\text{db})$  として設計したローパスフィルタの伝達関数において  $s$  の代わりに  $\frac{B_w s}{s^2 + \omega_0^2}$  を代入後、 $f_0 (\omega_0 = 2\pi f_0)$  を  $\omega_c$  と書き換えること

で得られます。ここに、BEフィルタのQを  $Q_{be}$  としたとき、 $B_w = \frac{\omega_c}{Q_{be}} = \omega_{p2} - \omega_{p1}$  です。

$\text{attp}$  は通過域の上限、下限における減衰量であり、バターワースフィルタの場合  $\text{attp} = 3.01$  固定、チェビシェフフィルタの場合  $\text{attp}$  はリップルの量を表します。

### 1 次の回路の変換

(1-7) については、

$$\frac{\omega_c}{s + \omega_c} \rightarrow \frac{1}{s + 1} \rightarrow \frac{1}{\frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2} + 1} = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \quad (7-1)$$

$s = 0, s = \infty$  におけるゲイン  $A_1$  は、 $A_1 = 1$

(1-31), (1-42) については、

$$\begin{aligned} \frac{\omega_d}{s + \omega_d} &\rightarrow \frac{\omega_d}{\frac{B_w s}{s^2 + \omega_0^2} + \omega_d} = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_0^2} \\ &\rightarrow \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-2)$$

$s = 0, s = \infty$  におけるゲイン  $A_1$  は、 $A_1 = 1$

(1-140) については、

$$\begin{aligned} \frac{1}{s + \sigma} &\rightarrow \frac{1}{\frac{B_w s}{s^2 + \omega_0^2} + \sigma} = \frac{1}{\sigma} \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_0^2} \\ &\rightarrow \frac{1}{\sigma} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-3)$$

$s = 0, s = \infty$  におけるゲイン  $A_1$  は、 $A_1 = 1/\sigma$

## 2 次の回路の変換

(1-7), (1-8), (1-31), (1-32) 及び (1-42), (1-43) の一部については、

$$\begin{aligned}
 & \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{\omega_{ck}^2}{\left(\frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2}\right)^2 + (\omega_{ck}/Q_k) \frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2} s + \omega_{ck}^2} \\
 & = \frac{s^4 + 2\omega_c^2 s^2 + \omega_c^4}{s^4 + \frac{B_w}{Q_k \omega_{ck}} s^3 + \frac{B_w^2 + 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2}{\omega_{ck}^2} s^2 + \frac{B_w \omega_c^2}{Q_k \omega_{ck}} s + \omega_c^4} \quad (7-4) \\
 & = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + L\omega_c^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_c^2/L} = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2}
 \end{aligned}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-5)$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\
 l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-6)
 \end{aligned}$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w + B_w^2 Q_k}}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

(1-7), (1-8), (1-31) および (1-32) を変換した (7-4) はカットオフ周波数  $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$  の2次のハイパスフィルタとカットオフ周波数  $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$  の2次のローパスフィルタを縦続接続することを表わしています。バンドパスフィルタにおける対称性と同様に、それぞれのカットオフ周波数  $\omega = \omega_{ra}$  と  $\omega = \omega_{rb}$  におけるゲイン  $A_2$  は互いに等しいので、(7-4) を (7-7) の様に変換して、 $G_1, G_2$  を求めます。

$$\begin{aligned}
 & \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-7) \\
 & = \frac{G_1(s^2 + \omega_c^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2(s^2 + \omega_c^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2}
 \end{aligned}$$

$$A_2^2 = \frac{G_1(L-1)G_2\left(1-\frac{1}{L}\right)\omega_{ra}^2}{K\omega_{ra}M\omega_{rb}} = \frac{G_1G_2(L-1)^2\omega_c^2}{KLM} \quad (7-8)$$

$$= \left(\frac{L-1}{K}\right)^2 \omega_c^2 \dots \dots \dots \therefore G_1G_2 = 1$$

一方、ハイパスフィルタの  $s = \infty$  におけるゲインと、ローパスフィルタの  $s = 0$  におけるゲインが等しいので、

$$G_1 = LG_2 \quad (7-9)$$

$$G_1 G_2 = 1 \quad \therefore G_2 = 1/\sqrt{L}, G_1 = \sqrt{L}$$

となります。

従って、(1-7)，(1-8)，(1-31) および (1-32) を変換したBEフィルタの伝達関数は最終的に次のようになります。

$$\frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2}$$

$$= \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-10)$$

(7-10) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-5)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-6)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L}$$

(7-18) のカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{L} \quad (7-11)$$

となります。

次に、逆チェビシェフローパスフィルタの (1-42)，(1-43) の一部については、

$$r_k^2 s^2 + 1 \rightarrow \frac{r_k^2 B_w^2 s^2}{(s^2 + \omega_c^2)^2} + 1 = \frac{s^4 + (r_k^2 B_w^2 + 2\omega_c^2)s^2 + \omega_c^4}{(s^2 + \omega_c^2)^2} \quad (7-12)$$

$$= \frac{s^2 + N\omega_c^2}{s^2 + \omega_c^2} \frac{s^2 + \omega_c^2/N}{s^2 + \omega_c^2} = \frac{s^2 + \omega_{za}^2}{s^2 + \omega_c^2} \frac{s^2 + \omega_{zb}^2}{s^2 + \omega_c^2}$$

$$\begin{aligned}
n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\
n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \\
N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2} \\
\omega_{za} &= \sqrt{N} \omega_c, \omega_{za} = \omega_c / \sqrt{N}
\end{aligned} \tag{7-13}$$

従って、 $(1-42)$ ， $(1-43)$  については  $(7-4)$  と  $(7-12)$  から、

$$\frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{(s^2 + \omega_{za}^2)(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \tag{7-14}$$

$(7-6)$ ， $(7-13)$  において、 $L > N > 1$  が成立するので、 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$ ， $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$  とすると、 $(7-14)$  はカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の 2 次のハイパスフィルタとカットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の 2 次のローパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

$\omega = \omega_{ra}$ ， $\omega = \omega_{rb}$  それぞれの周波数におけるゲインが等しく  $A_2$  であるとする、

$$\begin{aligned}
A_2^2 &= \frac{(L-N)\omega_c^2 \left( \frac{1}{N} - \frac{1}{L} \right) \omega_c^2}{K\omega_{ra} M\omega_{rb}} \\
&= \frac{(L-N)^2 \omega_c^2}{KLMN} = \frac{(L-N)^2}{K^2 N} \omega_c^2 \\
\therefore A_2 &= \frac{L-N}{K\sqrt{N}} \omega_c
\end{aligned} \tag{7-15}$$

$(7-14)$  を次のように書き換えて、ハイパスフィルタ部分の  $s = \infty$  におけるゲインとローパスフィルタ部分の  $s = 0$  におけるゲインが等しいことから、 $G_1, G_2$  を決定します。

$$\frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{G_1(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \tag{7-16}$$

$$G_1 = \frac{L}{N} G_2, \quad G_1 G_2 = 1 \quad \therefore G_1 = \sqrt{\frac{L}{N}}, G_2 = \sqrt{\frac{N}{L}} \tag{7-17}$$

従って、 $(7-14)$  は次のように書き換えられます。

$$\begin{aligned}
\frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{G_1(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\
&= \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2}
\end{aligned} \tag{7-18}$$

$(7-18)$  において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \tag{7-5}$$



$$\begin{aligned}
l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\
l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \\
L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k} B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2} \\
\omega_{ra} &= \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \\
n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\
n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \\
N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2}
\end{aligned} \tag{7-6}$$

$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$   
(7-18) のカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の 2 次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の 2 次のローパスフィルタの DC におけるゲインは等しく、

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{L/N} \tag{7-19}$$

となります。

次に、楕円関数ローパスフィルタの (1-140), (1-142) の一部については、

$$\begin{aligned}
\frac{1}{s^2 + p_\nu s + q_\nu} &\rightarrow \frac{1}{\left(\frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2}\right)^2 + p_\nu \frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2} s + q_\nu} \\
&= \frac{1}{q_\nu s^4 + \frac{B_w p_\nu}{q_\nu} s^3 + \frac{B_w^2 + 2q_\nu \omega_c^2}{q_\nu} s^2 + \frac{B_w p_\nu \omega_c^2}{q_\nu} s + \omega_c^4} \\
&= \frac{1}{q_\nu} \frac{(s^2 + \omega_c^2)^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\
&= \frac{1}{q_\nu} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\
K &= LM, \quad M = \frac{B_w p_\nu}{(1+L)q_\nu}
\end{aligned} \tag{7-20}$$

$$\tag{7-21}$$

$$l_1 = B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

また、（１－１４０），（１－１４２）の他の一部については、

$$\begin{aligned}
 s^2 + (x_v \omega_p)^2 &\rightarrow s^2 + x_v^2 \dots (\because \omega_p = 1) \rightarrow \frac{B_w^2 s^2}{(s^2 + \omega_c^2)^2} + x_v^2 \\
 &= \frac{x_v^2 \left( s^4 + \frac{B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2}{x_v^2} s^2 + \omega_c^4 \right)}{(s^2 + \omega_c^2)^2} = \frac{x_v^2 (s^2 + N \omega_c^2) (s^2 + \omega_c^2 / N)}{(s^2 + \omega_c^2)^2} \quad (7-23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x_v^2 (s^2 + \omega_{za}^2) (s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + \omega_c^2)^2} \\
 n_1 &= B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \quad (7-24)
 \end{aligned}$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

（７－２０）および（７－２３）により、

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{x_v^2}{q_v} \frac{(s^2 + \omega_{za}^2) (s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2) (s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (7-25)$$

（７－２２），（７－２４）において、 $L > N > 1$ が成立するので、 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$ ， $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ とすると、（７－２５）はカットオフ周波数 $\omega_{ra}$ の２次のハイパスフィルタとカットオフ周波数 $\omega_{rb}$ の２次のローパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

$\omega = \omega_{ra}$ ， $\omega = \omega_{rb}$ それぞれの周波数におけるゲインが等しく $A_2$ であるとする、

$$\begin{aligned}
 A_2^2 &= \frac{x_v^2 (L-N) \omega_c^2 \left( \frac{1}{N} - \frac{1}{L} \right) \omega_c^2}{q_v K \omega_{ra} M \omega_{rb}} \\
 &= \frac{x_v^2 (L-N)^2}{q_v K L M N} \omega_c^2 = \frac{x_v^2 (L-N)^2}{q_v K^2 N} \omega_c^2 \quad (7-26) \\
 \therefore A_2 &= \frac{x_v (L-N)}{K \sqrt{q_v} N} \omega_c
 \end{aligned}$$

（７－２５）を次のように書き換えて、ハイパスフィルタ部分の $s = \infty$ におけるゲインとローパスフィルタ部分の $s = 0$ におけるゲインが等しいことから、 $G_1, G_2$ を決定します。

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{G_1 (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2 (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-27)$$

$$G_1 = G_2 \frac{1/N}{1/L} = \frac{L}{N} G_2, \quad G_1 G_2 = \frac{x_v^2}{q_v} \quad (7-28)$$

$$\therefore G_1 = \sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}}, G_2 = \sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}}$$

従って、(7-25) は次のように書き換えられます。

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-29)$$

(7-29) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$l_1 = B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \quad (7-24)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(7-29) のカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} \quad (7-30)$$

となります。

### 7-3 バターワースBEフィルタの伝達関数のまとめ

バターワースBEフィルタの次数 $m$ 、中心周波数 $\omega_c$ 、阻止帯域幅 $B_w$ とすると、  
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として、(7-1)、(7-10)を適用して、

バターワースBEフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-31)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-32)$$

(7-31)、(7-32)において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l) \quad (7-33)$$

$$\omega_{ck} = 1, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-36)$$

2次の部分のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、

$$A_2 = \sqrt{L} \quad (7-37)$$

となります。

1次の部分のBEフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1となります。

#### 7-4 与えられた仕様を満たすバターワースBEフィルタの設計

7-3までで、次数 $m$ と中心周波数 $\omega_c$ 、阻止帯域幅 $B_w$ によってバターワースBEフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

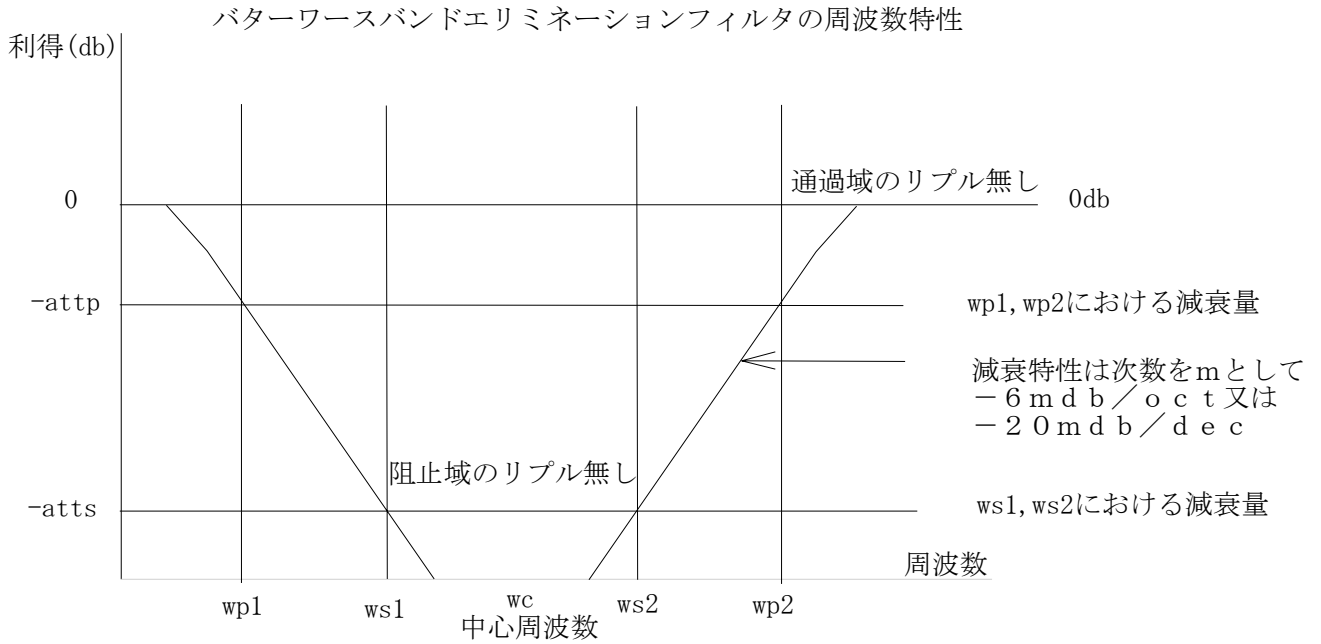


図 7-1 バターワースBEフィルタの周波数特性

図 7-1 における、 $(wp2 - wp1)$ ,  $ws1$ ,  $ws2$ ,  $wc$ ,  $attp$ ,  $atts$ を与えられて、フィルタの次数 $m$ を求め最終的に伝達関数を求めます。

ここに、 $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$ ,  $attp=3$ とします。

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}\right)}{2.0 \log\left(\frac{\omega_{p2} - \omega_{p1}}{\omega_{s2} - \omega_{s1}}\right)} \quad (7-38)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 $m$ と $\omega_c$ を(7-32)から(7-37)に適用すると最終的な設計が完了します。

## 7-5 チェビシェフBEフィルタの伝達関数のまとめ

チェビシェフBEフィルタの次数 $m$ 、中心周波数 $\omega_c$ 、阻止帯域幅 $B_w$ 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

チェビシェフBEフィルタの伝達関数は、(7-2)、(7-10)を適用して、

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-39)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-40)$$

(7-39)、(7-40)において

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1} \\ a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ d &= \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \\ p_k &= \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \end{aligned} \quad (7-41)$$

$$\begin{aligned} q_k &= \cos(a_k) \cosh(d) \\ \omega_{ck} &= \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\ Q_k &= \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \\ \omega_d &= \sinh(d) \\ K &= LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \end{aligned} \quad (7-42)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \end{aligned} \quad (7-43)$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2} \\ \omega_{ra} &= \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \end{aligned} \quad (7-44)$$

2次のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、 $A_2 = \sqrt{L}$

1次の部分のBEフィルタの  $s = 0, s = \infty$  におけるゲインは、1となります。

## 7-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフBEフィルタの設計

7-5までで、フィルタの次数 $m$ と中心周波数 $\omega_c$ 、阻止帯域幅 $B_w$ 及び通過域のリプル $attp(\text{db})$ によってチェビシェフBEフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

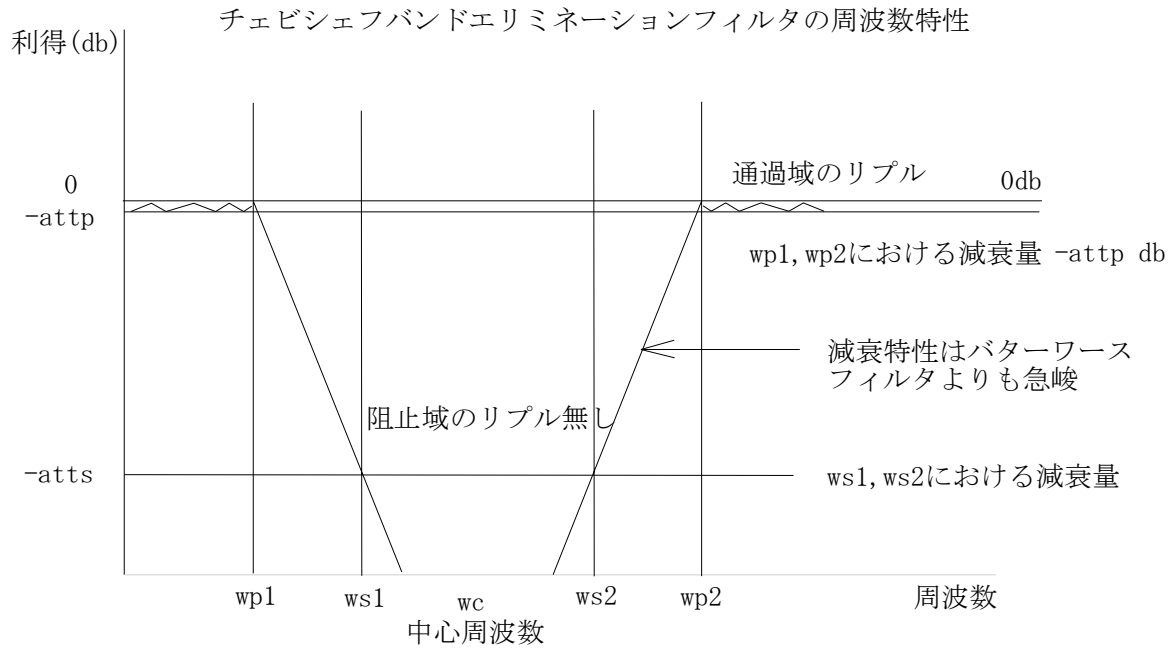


図7-2 チェビシェフBEフィルタの周波数特性

図7-2における、 $wp1, wp2, ws1, ws2, wc, attp, atts$ を与えられて、チェビシェフBEフィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。

ここに、 $B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}$ ,  $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$ とします。

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left( \frac{\omega_{p2} - \omega_{p1}}{\omega_{s2} - \omega_{s1}} \right)} \quad (7-45)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 $m$ を(7-39)から(7-44)に適用すると最終的な設計が完了します。



### 7-7 逆チェビシェフBEフィルタの伝達関数のまとめ

逆チェビシェフBEフィルタの次数 $m$ 、中心周波数 $\omega_c$ 、阻止帯域幅 $B_w$ 、 $\omega_{s1}$ における減衰量 $atts(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((double)(m-1)/2) - 1$  として

逆チェビシェフBEフィルタの伝達関数は、(7-2)、(7-18)を適用して、

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d}s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-46)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-47)$$

(7-46)、(7-47)において

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \\ a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ d &= \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \\ p_k &= \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ q_k &= \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1} \\ r_k &= \cos(a_k) \\ \omega_{ck} &= \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\ Q_k &= \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \\ \omega_d &= 1/\sinh(d) \\ K &= LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \\ l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^4 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2} \end{aligned} \quad (7-48)$$

(7-48)

(7-49)

(7-50)

$$\begin{aligned}
\omega_{ra} &= \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \\
n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\
n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \\
N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2} \\
\omega_{za} &= \sqrt{N}\omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}
\end{aligned} \tag{7-51}$$

(7-46)、(7-47) のカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の 2 次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の 2 次のローパスフィルタの D C におけるゲインは等しく、

$$A_2 = \sqrt{L/N} \tag{7-52}$$

となります。

1 次の部分の B E フィルタの  $s = 0, s = \infty$  におけるゲインは、1 となります。

#### 逆チェビシェフ B E フィルタ設計における注意

1。次ページの図 7-3 における、wp1, wp2, ws1, ws2, attp, atts に基づき、次数 m を式 (7-54) によって決定します。

2。(7-46) から (7-51) を適用する時に、 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$ ,  $B_w = \omega_{s2} - \omega_{s1}$  を与えます。

## 7-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフBEフィルタの設計

7-7までで、次数 $m$ と中心周波数 $\omega_c$ 、阻止帯域幅 $B_w$ 、 $\omega_{s1}$ における減衰量 $atts$ (db)によって逆チェビシェフBEフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

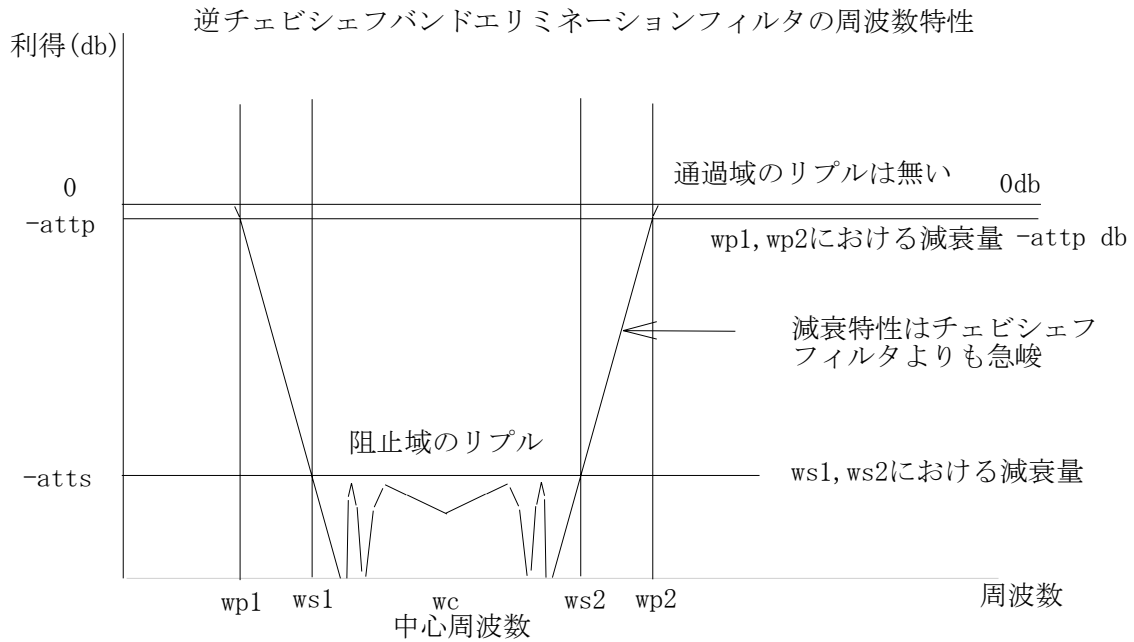


図 7-3 逆チェビシェフBEフィルタの周波数特性

上図において、計算式における中心周波数 $\omega_c$ はこれまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数 $ws1$ 、 $wp1$ はこれまで中心周波数 $\omega_c$ として扱われてきました。従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として $f_p$ の値を入力して、減衰量を指定する周波数として $f_s$ の値を入力する場合の式は以下のようになります。

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \quad (7-53)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left( \frac{\omega_{p2} - \omega_{p1}}{\omega_{s2} - \omega_{s1}} \right)} \quad (7-54)$$

従って、フィルタの次数 $m$ は(7-54)の $d$ を切り上げて、

$$m = \text{ceil}(d) \quad (7-55)$$

次に、 $m$ を(7-46)から(7-52)に適用すると最終的な設計が完了します。

### 7-9 楕円関数BEフィルタの伝達関数のまとめ

楕円関数BEフィルタの次数 $m$ （未知），中心周波数 $\omega_c$ ，阻止帯域幅 $B_w$ ，通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ ，周波数 $\omega_{s1}$ において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$$

$$x_L = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$$

として、

$m$ が奇数の時

$$x_{z\nu} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

$m$ が偶数の時

$$x_{z\nu} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1) / (10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

とする時、(7-3)，(7-29)を適用して、

$m$ が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{1}{C_H \sigma} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_c^2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_\nu}{\sqrt{q_\nu}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_\nu}{\sqrt{q_\nu}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-55)$$

$$= \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_c^2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}$$

$$G = \frac{x_\nu}{\sqrt{(m-1)C_H \sigma}} \sqrt{\frac{L}{q_\nu N}}$$

ただし、 $C_H$ ， $\sigma$ ， $p_\nu$ ， $q_\nu$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2)s^2 + q_\nu^2] \end{aligned}$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{1}{C_H} \prod_{v=1}^{m/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-56)$$

$$= \prod_{v=1}^{m/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2}$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt[m]{C_H}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

ただし、 $C_H$  ,  $p_v$  ,  $q_v$  は次式を満たすものとします。

$$\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ = C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$l_1 = B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} B_w} + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \quad (7-24)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(7-55)、(7-56) のカットオフ周波数  $\omega_{ra}$  の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数  $\omega_{rb}$  の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

$$G = \frac{x_v}{(C_H \sigma)^{\frac{1}{\text{int}(m/2)*2}}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots \dots m = \text{even} \quad (7-57)$$

$$G = \frac{x_v}{(C_H)^{\frac{1}{\text{int}(m/2)*2}}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots \dots m = \text{odd}$$

1次の部分のBEフィルタの  $s=0, s=\infty$  におけるゲインは、1となります。

### 7-10 総合的なBEフィルタの設計の手順

1. 阻止帯域の下限周波数  $\omega_{p1}$  を入力
  2. 阻止帯域の上限周波数  $\omega_{p2}$  を入力
  3. 阻止帯域の上限・下限周波数における減衰量  $\text{attp}(\text{db})$  を入力  
(バターワースでは、 $\text{attp} = 3.01$  とします)
  4. 最低減衰量を指定する周波数  $\omega_{s1}$  について、比率  $x_s (= \omega_{s1}/\omega_{p1})$  を入力
  5. 最低減衰量  $\text{atts}(\text{db})$  を入力
  6. 中心周波数を計算する。 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$
  7. 最低減衰量を達成する周波数  $\omega_{s1}, \omega_{s2}$  を計算する。 $\omega_{s1} = \omega_{p1} * x_s, \omega_{s2} = \omega_{p2} / x_s$
  8. 阻止帯域幅  $B_w$  を計算する。 $B_w = (\omega_{p2} - \omega_{p1})$
- 以上により得られた、パラメータを各設計式で用います。

### 逆チェビシェフBEフィルタ設計における注意

1. 図7-3における、 $\omega_{p1}, \omega_{p2}, \omega_{s1}, \omega_{s2}, \text{attp}, \text{atts}$ に基づき、次数 $m$ を式(7-54)によって決定します。
2. (7-46)から(7-51)を適用する時に、 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}, B_w = \omega_{s2} - \omega_{s1}$ を与えます。

# アナログフィルタの設計と合成

## 第8章 B Eフィルタの合成

### 8-1 B Eフィルタの種類と基本回路形式

- a. バターワースB Eフィルタ
- b. チェビシェフB Eフィルタ
- c. 逆チェビシェフB Eフィルタ
- d. 楕円関数B Eフィルタ

#### 1 次のB Eフィルタ基本回路

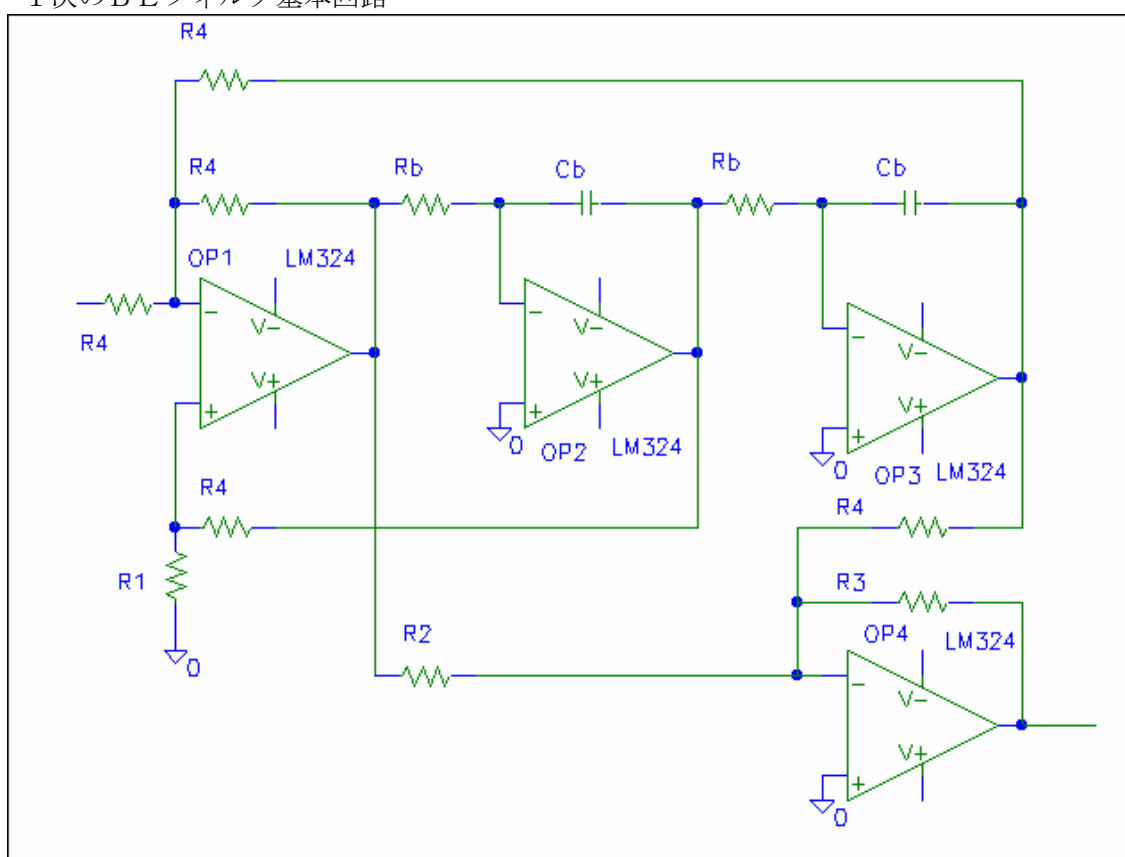
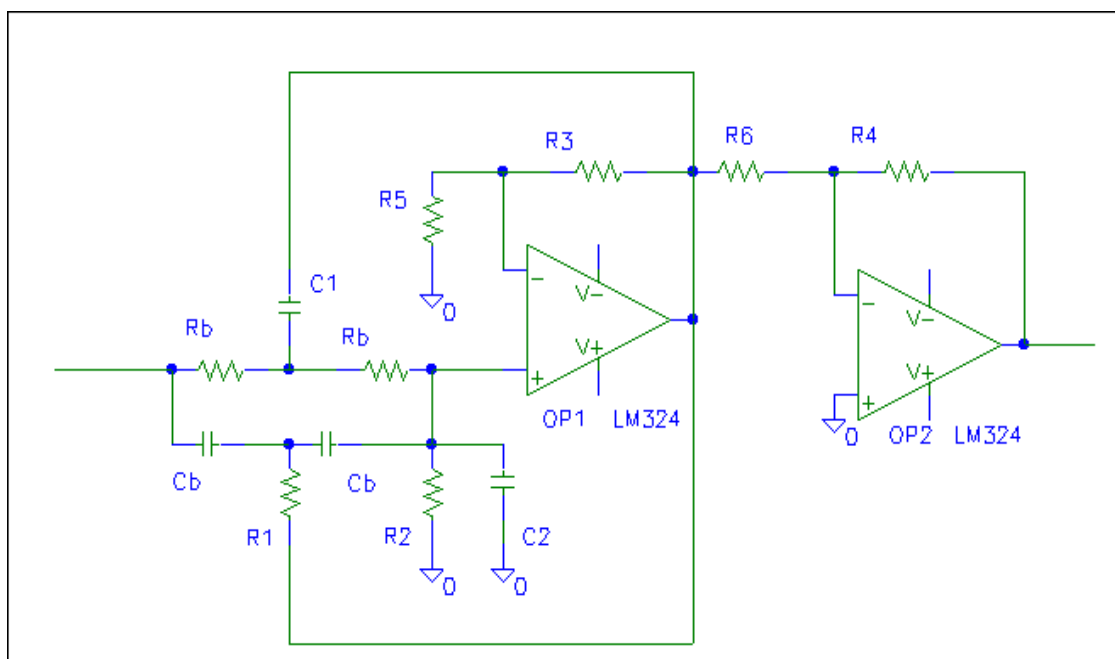


図8-1 1次のB Eフィルタ基本回路 lpet1\_2.cir (図2-5と同じ)

l p e t 1 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (8-1)$$



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

図 8-2 1 次の B E フィルタ基本回路 lpet2\_2.cir (図 2-6 と同じ)

l p e t 2 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (8-2)$$

## 8-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

B E フィルタの特性の種類

- バターワース B E フィルタ
- チェビシェフ B E フィルタ
- 逆チェビシェフ B E フィルタ
- 楕円関数 B E フィルタ

### 8-2-a バターワース B E フィルタへの適用

バターワース B E フィルタの次数  $m$ 、中心周波数  $\omega_c$ 、阻止帯域幅  $B_w$  とするとき、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として、バターワース B E フィルタの伝達関数は

$m$  が奇数であれば、



$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-31)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-32)$$

(7-31), (7-32) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l) \quad (7-33)$$

$$\omega_{ck} = 1, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L} \quad (7-36)$$

2 次の部分のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、

$$A_2 = \sqrt{L} \quad (7-37)$$

となります。

1 次の部分のBEフィルタの  $s=0, s=\infty$  におけるゲインは、1 となります。

**l p e t 1\_\_2. c i r** を使用するとき

$$Q_{be} = \omega_c/B_w, \quad R_b = Z \text{ とすると、}$$

1 次の回路部分

$$\frac{R_3}{R_2} = 1 \quad \therefore R_3 = R_2$$

$$\omega_c^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \cdots \cdots \therefore R_2 = R_4 \quad (8-3)$$

$$B_w = \omega_c / Q_{be} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4$$

$$Q_{be} > \frac{1}{3}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{R_3}{R_2} = \sqrt{L} \quad \therefore R_3 = \sqrt{L} R_2$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \cdots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b}$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \cdots \cdots \therefore R_2 = \frac{R_4}{L}$$

$$K = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra}$$

$$\therefore R_1 = \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{R_4}{L}, \quad R_3 = \frac{R_4}{\sqrt{L}}$$

$$\omega_{ra} > \frac{K}{3} \quad (8-4)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}$$

2 番目の回路については、同様に

$$\frac{R_3}{R_2} = \frac{1}{\sqrt{L}} \quad \therefore R_3 = \frac{1}{\sqrt{L}} R_2 \quad (8-5)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \cdots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b}$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \cdots \cdots \therefore R_2 = LR_4$$

$$M = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb}$$

$$\therefore R_1 = \frac{MR_4}{3\omega_{rb} - M}, \quad R_2 = LR_4, \quad R_3 = \sqrt{L}R_4$$

$$\omega_{rb} > \frac{M}{3}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}$$

1 p e t 2\_\_2. c i r を使用するとき

$R_b = Z$ ,  $Q_{be} = \omega_c / B_w$  とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-6)$$

$$\omega_c^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} \quad (8-7)$$

$$\therefore kr = kd$$

$$B_w = \frac{\omega_c}{Q_{be}} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{2kd + 4 - 4kk}{1+kd} \omega_c \quad (8-8)$$

$$\therefore kk = \frac{(2Q_{be} - 1)kd + 4Q_{be} - 1}{4Q_{be}}$$

$$kk > 1 \quad \therefore (2Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2} > \frac{1}{2} \text{ を満たす } Q_{be} \text{ に対して、}$$

$$kd > \frac{1}{2Q_{be} - 1} \quad (8-9)$$

を満たす、 $kd$  を選択すると、

$$Q_{be} > \frac{1}{2}, \quad kd = kr > \frac{1}{2Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2Q_{be} - 1)kd + 4Q_{be} - 1}{4Q_{be}}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-10)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{L} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \quad (8-11)$$

$$\omega_c^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (8-12)$$

$$\omega_{ra}^2 = L \omega_c^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd}$$

$$\therefore kr = L(1+kd) - 1 > L - 1 \text{ に対して、 } kd = \frac{1+kr}{L} - 1 \quad (8-13)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1+kd} \omega_c \quad (8-14)$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_c}}{4}$$

$$(8-13) \text{ を代入して、 } kk > 1 \text{ より、 } kr > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \quad (8-15)$$

従って、

$$kr > \max \left[ (L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$kd = \frac{1+kr}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_c}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \quad (8-16)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 番目の回路については、同様に

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \frac{1}{\sqrt{L}} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \quad (8-17)$$

$$\omega_c^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (8-18)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{\omega_c^2}{L} = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd}$$

$$\therefore kd = L(1+kr) - 1 > L - 1 \text{ に対して、 } kr = \frac{1+kd}{L} - 1 \quad (8-19)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_c$$

$$kd + kr + 4 - \frac{M(1 + kd)}{\omega_c} \quad (8-20)$$

$$\therefore kk = \frac{\omega_c}{4}$$

$$(8-19) \text{ を代入して、} kk > 1 \text{ より、} kd > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \quad (8-21)$$

従って、

$$kd > \max \left[ (L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$kr = \frac{1 + kd}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1 + kd)}{\omega_c}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1 + kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \quad (8-22)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

## 8-2-b チェビシエフBEフィルタへの適用

チェビシエフBEフィルタの次数 $m$ 、中心周波数 $\omega_c$ 、阻止帯域幅 $B_w$ 、通過域のリプル  $\text{attp}(\text{db})$  とするとき、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

チェビシエフBEフィルタの伝達関数は、

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-39)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-40)$$

(7-39), (7-40) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0, \dots, k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-44)$$

2 次のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、 $A_2 = \sqrt{L}$

1 次の部分のBEフィルタの  $s=0, s=\infty$  におけるゲインは、1 となります。

## 1 pet 1\_2. cir を使用するとき

$R_b = Z$ ,  $Q_{be} = \omega_c / B_w$  とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{R_3}{R_2} = 1 \quad \therefore R_3 = R_2$$

$$\omega_c^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \dots \therefore R_2 = R_4$$

$$\frac{B_w}{\omega_d} = \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c \quad (8-23)$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3\omega_d Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4$$

$$Q_{be} > \frac{1}{3\omega_d}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{R_3}{R_2} = \sqrt{L} \quad \therefore R_3 = \sqrt{L} R_2$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b}$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \cdots \therefore R_2 = \frac{R_4}{L}$$

$$K = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra} \quad (8-24)$$

$$\therefore R_1 = \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{R_4}{L}, \quad R_3 = \frac{R_4}{\sqrt{L}}$$

$$\omega_{ra} > \frac{K}{3}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}$$

2 番目の回路については、同様に

$$\frac{R_3}{R_2} = \frac{1}{\sqrt{L}} \quad \therefore R_3 = \frac{1}{\sqrt{L}} R_2$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b}$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \cdots \therefore R_2 = LR_4$$

$$M = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb} \quad (8-25)$$

$$\therefore R_1 = \frac{MR_4}{3\omega_{rb} - M}, \quad R_2 = LR_4, \quad R_3 = \sqrt{L} R_4$$

$$\omega_{rb} > \frac{M}{3}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}$$

l p e t 2 \_ 2 . c i r を使用するとき

$R_b = Z$ ,  $Q_{be} = \omega_c / B_w$  とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-26)$$

$$\omega_c^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} \quad (8-27)$$

$$\therefore kr = kd$$

$$\frac{B_w}{\omega_d} = \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{2kd+4-4kk}{1+kd} \omega_c$$

$$\therefore kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}} \quad (8-28)$$

$$kk > 1 \quad \therefore (2\omega_d Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2\omega_d} > \frac{1}{2\omega_d} \text{ を満たす } Q_{be} \text{ に対して、}$$

$$kd > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1} \quad (8-29)$$

を満たす、 $kd$  を選択すると、 $R_b = Z$  として、

$$Q_{be} > \frac{1}{2\omega_d}, \quad kd = kr > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-30)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{L} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \quad (8-31)$$

$$\omega_c^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (8-32)$$

$$\omega_{ra}^2 = L\omega_c^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd}$$

$$\therefore kr = L(1+kd) - 1 > L - 1 \text{ に対して、} \quad kd = \frac{1+kr}{L} - 1 \quad (8-33)$$



$$K = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_c$$

$$\frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1 + kd)}{\omega_c}}{4} \quad (8-34)$$

$$\therefore kk = \frac{\omega_c}{4}$$

(8-33) を代入して、 $kk > 1$  より、 $kr > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K}$  (8-35)

従って、

$$kr > \max \left[ (L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$kd = \frac{1 + kr}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1 + kd)}{\omega_c}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1 + kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \quad (8-36)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 番目の回路については、同様に

$$\frac{kk}{1 + kd} \frac{R_4}{R_6} = \frac{1}{\sqrt{L}} \dots \therefore R_4 = \frac{(1 + kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \quad (8-37)$$

$$\omega_c^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (8-38)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{\omega_c^2}{L} = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1 + kr}{1 + kd}$$

$$\therefore kd = L(1 + kr) - 1 > L - 1 \text{ に対して、} \quad kr = \frac{1 + kd}{L} - 1 \quad (8-39)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_c$$

$$\frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1 + kd)}{\omega_c}}{4} \quad (8-40)$$

$$\therefore kk = \frac{\omega_c}{4}$$

(8-39) を代入して、 $kk > 1$  より、 $kd > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K}$  (8-41)

従って、

$$\begin{aligned}
kd &> \max \left[ (L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right] \text{ に対して、} \\
kr &= \frac{1+kd}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_c}}{4} \\
R_1 &= \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \\
R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}
\end{aligned} \tag{8-42}$$

となります。

### 8-2-c 逆チェビシェフローパスフィルタへの適用

逆チェビシェフBEフィルタの次数 $m$ 、中心周波数 $\omega_c$ 、阻止帯域幅 $B_w$ 、 $\omega_{s1}$ における減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として  
逆チェビシェフBEフィルタの伝達関数は、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d}s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \tag{7-46}$$

$$\begin{aligned}
&\text{mが偶数であれば、} \\
H_m(\omega_c, s) &= \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2}
\end{aligned} \tag{7-47}$$

(7-46)、(7-47)において

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= \frac{1}{\sqrt{10^{\text{atts}/10} - 1}} \\
a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\
d &= \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \\
p_k &= \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\
q_k &= \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}
\end{aligned} \tag{7-48}$$

$$\begin{aligned}
r_k &= \cos(a_k) \\
\omega_{ck} &= \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\
Q_k &= \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \\
\omega_d &= 1/\sinh(d) \\
K &= LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-49)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\
l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-50) \\
L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{ra} &= \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L} \\
n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\
n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \quad (7-51) \\
N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2} \\
\omega_{za} &= \sqrt{N}\omega_c, \omega_{za} = \omega_c/\sqrt{N}
\end{aligned}$$

(7-46)、(7-47)のカットオフ周波数 $\omega_{ra}$ の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 $\omega_{rb}$ の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

$$A_2 = \sqrt{L/N} \quad (7-52)$$

となります。

1次の部分のBEフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1となります。

**1pet1\_\_2.cir**を使用するとき

$R_b = Z$ ,  $Q_{be} = \omega_c/B_w$  とすると、

1次の回路部分

$$\begin{aligned}
\frac{R_3}{R_2} &= 1 \quad \therefore R_3 = R_2 \\
\omega_c^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \dots \therefore R_2 = R_4 \\
\frac{B_w}{\omega_d} &= \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c \quad (8-43)
\end{aligned}$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3\omega_d Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4$$

$$Q_{be} > \frac{1}{3\omega_d}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{R_3}{R_2} = \sqrt{\frac{L}{N}} \quad \therefore R_3 = \sqrt{\frac{L}{N}} R_2$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b}$$

$$\omega_{za}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \cdots \therefore R_2 = \frac{NR_4}{L}$$

$$K = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra} \quad (8-44)$$

$$\therefore R_1 = \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{NR_4}{L}, \quad R_3 = \sqrt{\frac{N}{L}} R_4$$

$$\omega_{ra} > \frac{K}{3}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}$$

2 番目の回路については、同様に

$$\frac{R_3}{R_2} = \sqrt{\frac{N}{L}} \quad \therefore R_3 = \sqrt{\frac{N}{L}} R_2$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-45)$$

$$\omega_{zb}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \cdots \therefore R_2 = \frac{LR_4}{N}$$

$$M = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb}$$

$$\therefore R_1 = \frac{MR_4}{3\omega_{rb} - M}, \quad R_2 = \frac{LR_4}{N}, \quad R_3 = \sqrt{\frac{L}{N}} R_4$$

$$\omega_{rb} > \frac{M}{3}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}$$

l p e t 2\_\_2. c i r を使用するとき

$R_b = Z$ ,  $Q_{be} = \omega_c / B_w$  とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-46)$$

$$\omega_c^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} \quad (8-47)$$

$$\therefore kr = kd$$

$$\frac{B_w}{\omega_d} = \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{2kd+4-4kk}{1+kd} \omega_c \quad (8-48)$$

$$\therefore kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}}$$

$$kk > 1 \quad \therefore (2\omega_d Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2\omega_d} > \frac{1}{2\omega_d} \quad \text{を満たす } Q_{be} \text{ に対して、}$$

$$kd > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1} \quad (8-49)$$

を満たす、 $kd$  を選択すると、 $R_b = Z$  として、

$$Q_{be} > \frac{1}{2\omega_d}, \quad kd = kr > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-50)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{\frac{L}{N}} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \sqrt{\frac{L}{N}} R_6 \quad (8-51)$$

$$\omega_{za}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{za} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-52)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{za}^2$$

$$\therefore kr = \frac{L(1+kd)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、 } kd = \frac{N(1+kr)}{L} - 1 \quad (8-53)$$

$$K = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} = \frac{kd+kr+4-4kk}{1+kd} \omega_{za}$$

$$\therefore kk = \frac{kd+kr+4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_{za}}}{4} \quad (8-54)$$

$$(8-53) \text{ を代入して、 } kk > 1 \text{ より、 } kr > \frac{(L-N)\omega_{za} + KN}{(L+N)\omega_{za} - KN} \quad (8-55)$$

従って、

$$kr > \max \left[ \left( \frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{za} + KN}{(L+N)\omega_{za} - KN} \right] \text{ に対して、}$$

$$kd = \frac{N(1+kr)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd+kr+4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_{za}}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \sqrt{\frac{L}{N}} R_6 \quad (8-56)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 番目の回路については、同様に

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{\frac{N}{L}} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \sqrt{\frac{N}{L}} R_6 \quad (8-57)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{zb} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-58)$$

$$\omega_{rb}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{zb}^2$$

$$\therefore kd = \frac{L(1+kr)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、 } kr = \frac{N(1+kd)}{L} - 1 \quad (8-59)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_{zb}$$

$$kd + kr + 4 - \frac{M(1 + kd)}{\omega_{zb}}$$

$$\therefore kk = \frac{\omega_{zb}}{4}$$

(8-60)

$$(8-59) \text{ を代入して、} kk > 1 \text{ より、} kd > \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K}$$

(8-6

1)

従って、

$$kd > \max \left[ \left( \frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$kr = \frac{N(1 + kd)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1 + kd)}{\omega_{zb}}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1 + kd)}{kk} \sqrt{\frac{N}{L}} R_6$$

(8-62)

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

#### 8-2-d 楕円関数ローパスフィルタへの適用

楕円関数BEフィルタの次数 $m$ （未知），中心周波数 $\omega_c$ ，阻止帯域幅 $B_w$ 、通過域のリプ  
ル $\text{att}_p(\text{db})$ 、周波数 $\omega_{s1}$ において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$$

$$x_L = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$$

として、

$m$ が奇数の時

$$x_{zv} = sn(2\nu K/m)$$

(1-127a)

$m$ が偶数の時

$$x_{zv} = sn[(2\nu - 1)K/m]$$

(1-127b)

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}}$$

(1-128)

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1 - x_v^2}{1 - x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1 - x_v^2}{1 - x_{zv}^2}$$

(1-129)

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

とする時、

**mが奇数の時**

$$\begin{aligned} H_m(\omega_p, s) &= \frac{1}{C_H \sigma} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ &= \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \\ G &= \frac{x_v}{\sqrt{(m-1)C_H \sigma}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \end{aligned} \quad (7-55)$$

ただし、 $C_H$ ,  $\sigma$ ,  $p_v$ ,  $q_v$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} &\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

**mが偶数の時**

$$\begin{aligned} H_m(\omega_p, s) &= \frac{1}{C_H} \prod_{v=1}^{m/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ &= \prod_{v=1}^{m/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ G &= \frac{x_v}{\sqrt{m} C_H} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \end{aligned} \quad (7-56)$$

ただし、 $C_H$ ,  $p_v$ ,  $q_v$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} &\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$



$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} B_w} + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-22)$$

$$\begin{aligned} \omega_{ra} &= \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \\ n_1 &= B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-24)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(7-55)、(7-56)のカットオフ周波数 $\omega_{ra}$ の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 $\omega_{rb}$ の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

$$\begin{aligned} G &= \frac{x_v}{\sqrt[m-1]{C_H} \sigma} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots \dots \dots m = \text{even} \\ G &= \frac{x_v}{\sqrt[m]{C_H}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots \dots \dots m = \text{odd} \end{aligned} \quad (7-57)$$

1次の部分のBEフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1となります。

楕円関数BEフィルタの伝達関数は逆チェビシェフBEフィルタの伝達関数と全く同じ書式になったので、計算値としては異なるが、合成のための式は共用出来ます。

## 1pet1\_\_2.cirを使用するとき

$R_b = Z$ ,  $Q_{be} = \omega_c / B_w$  とすると、

1次の回路部分

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{R_2} &= 1 \quad \therefore R_3 = R_2 \\ \omega_c^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \dots \dots \therefore R_2 = R_4 \\ \frac{B_w}{\sigma} &= \frac{\omega_c}{\sigma Q_{be}} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c \end{aligned} \quad (8-63)$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3\sigma Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4$$

$$Q_{be} > \frac{1}{3\sigma}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{R_3}{R_2} = G \quad \therefore R_3 = GR_2$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b}$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \cdots \therefore R_2 = \frac{NR_4}{L}$$

$$K = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra} \quad (8-64)$$

$$\therefore R_1 = \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{NR_4}{L}, \quad R_3 = \frac{GNR_4}{L}$$

$$\omega_{ra} > \frac{K}{3}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}$$

2 番目の回路については、同様に

$$\frac{R_3}{R_2} = \frac{GN}{L} \quad \therefore R_3 = \frac{GN}{L} R_2$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-65)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \cdots \therefore R_2 = \frac{LR_4}{N}$$

$$M = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb}$$

$$\therefore R_1 = \frac{MR_4}{3\omega_{rb} - M}, \quad R_2 = \frac{LR_4}{N}, \quad R_3 = GR_4$$

$$\omega_{rb} > \frac{M}{3}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}$$

l p e t 2\_\_2. c i r を使用するとき

$R_b = Z$ ,  $Q_{be} = \omega_c / B_w$  とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-66)$$

$$\omega_c^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} \quad (8-67)$$

$$\therefore kr = kd$$

$$\frac{B_w}{\sigma} = \frac{\omega_c}{\sigma Q_{be}} = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{2kd+4-4kk}{1+kd} \omega_c \quad (8-68)$$

$$\therefore kk = \frac{(2\sigma Q_{be} - 1)kd + 4\sigma Q_{be} - 1}{4\sigma Q_{be}}$$

$$kk > 1 \quad \therefore (2\sigma Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2\sigma} > \frac{1}{2\sigma} \text{ を満たす } Q_{be} \text{ に対して、}$$

$$kd > \frac{1}{2\sigma Q_{be} - 1} \quad (8-69)$$

を満たす、 $kd$  を選択すると、 $R_b = Z$  として、

$$Q_{be} > \frac{1}{2\sigma}, \quad kd = kr > \frac{1}{2\sigma Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2\sigma Q_{be} - 1)kd + 4\sigma Q_{be} - 1}{4\sigma Q_{be}}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-70)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = G \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} GR_6 \quad (8-71)$$

$$\omega_{za}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{za} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-72)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{za}^2$$

$$\therefore kr = \frac{L(1+kd)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、 } kd = \frac{N(1+kr)}{L} - 1 \quad (8-73)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1+kd} \omega_{za}$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_{za}}}{4} \quad (8-74)$$

$$(8-73) \text{ を代入して、 } kk > 1 \text{ より、 } kr > \frac{(L-N)\omega_{za} + KN}{(L+N)\omega_{za} - KN} \quad (8-75)$$

従って、

$$kr > \max \left[ \left( \frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{za} + KN}{(L+N)\omega_{za} - KN} \right] \text{ に対して、}$$

$$kd = \frac{N(1+kr)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_{za}}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} GR_6 \quad (8-76)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 番目の回路については、同様に

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \frac{GN}{L} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \frac{GN}{L} R_6 \quad (8-77)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{zb} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-78)$$

$$\omega_{rb}^2 = \left( \frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{zb}^2$$

$$\therefore kd = \frac{L(1+kr)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、 } kr = \frac{N(1+kd)}{L} - 1 \quad (8-79)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_{zb}$$

$$kd + kr + 4 - \frac{M(1 + kd)}{\omega_{zb}} \quad (8-80)$$

$$\therefore kk = \frac{\omega_{zb}}{4}$$

$$(8-79) \text{ を代入して、 } kk > 1 \text{ より、 } kd > \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \quad (8-81)$$

従って、

$$kd > \max \left[ \left( \frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$kr = \frac{N(1 + kd)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1 + kd)}{\omega_{zb}}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1 + kd)}{kk} \frac{GN}{L} R_6 \quad (8-82)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

## アナログフィルタの設計と合成

### 第9章 アナログフィルタからデジタルフィルタへの変換（双1次変換）

アナログフィルタの伝達関数においてサンプリング周波数を  $f_s$  として、

$s = \frac{2}{t_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ ,  $t_s = \frac{1}{f_s}$  と置き換えると、デジタルフィルタの伝達関数が得られます。

カットオフ周波数  $\omega_d$  のデジタルフィルタを設計する時に、元になるアナログフィルタ

のカットオフ周波数  $\omega_c$  は  $\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_d t_s}{2}\right)$  によって求められます。

$$s = \frac{2}{t_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}, \quad t_s = \frac{1}{f_s} \quad (9-1)$$

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_d t_s}{2}\right) \quad (9-2)$$

周波数  $\omega_{pd}$  において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd}$  において減衰量  $atts(db)$  のフィ

ルタを作成するときに元になるアナログフィルタの仕様は、周波数  $\omega_p = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd} t_s}{2}\right)$

において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_s = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right)$  において減衰量  $atts(db)$  のフ

ィルタになります。

#### 9-1 デジタルフィルタの伝達関数の形

1 次の関数

$$H_1(\omega_d, z) = \frac{C_0(1+B_1 z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \quad (9-3)$$

2 次の関数

$$H_2(\omega_d, z) = \frac{C_0(1+B_1 z^{-1}+B_2 z^{-2})}{1+A_1 z^{-1}+A_2 z^{-2}} \quad (9-4)$$

m 次の関数

$$H_m(\omega_d, z) = \left[ \frac{C_0(1+B_1 z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \right] \prod_{k=1}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1}+B_{2k} z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-5)$$

## 9-2 デジタルフィルタの構成

### 1 次の関数

#### 1 次のデジタルフィルタの構成

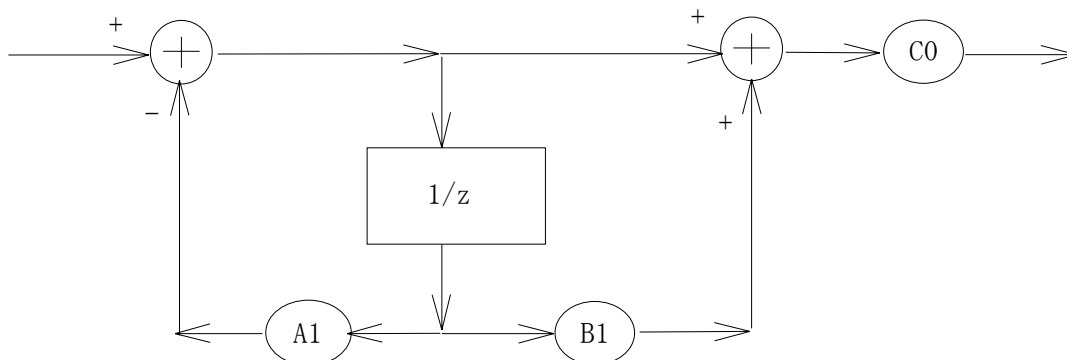


図 9-1 1 次のデジタルフィルタの構成

### 2 次の関数

#### 2 次のデジタルフィルタの構成

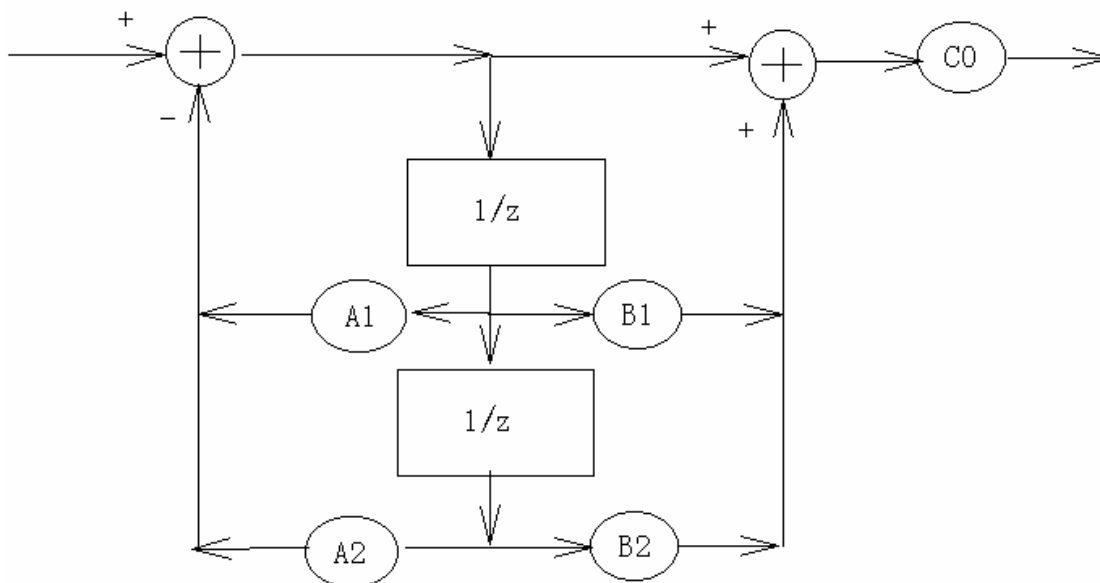


図 9-2 2 次のデジタルフィルタの構成

## 9-4 デジタル ローパスフィルタの伝達関数

### 9-4-1 バターワース ローパスフィルタ

周波数  $\omega_{pd}$  において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd}$  において減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のデジタルバターワースローパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\log\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{2.0 \log(\omega_{sa} / \omega_{pa})}$$

元になるアナログフィルタのカットオフ周波数  $\omega_c = \omega_{pa} / \sqrt[2m]{10^{attp/10} - 1}$

$t_s = 1/f_s$ 、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

デジタルバターワースローパスフィルタの伝達関数は

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-6)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-7)$$

$$C_0 = \frac{t_s \omega_c}{2+t_s \omega_c}, \quad A_1 = \frac{-2+t_s \omega_c}{2+t_s \omega_c} \quad (9-8)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-9)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \left\{ -4 + (t_s \omega_{ck})^2 \right\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-6) から (9-9) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (9-10)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$



#### 9-4-2 チェビシェフ ローパスフィルタ

カットオフ周波数  $\omega_{cd}$  においてリプル  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd}$  において減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のディジタルチェビシェフローパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_{sa} / \omega_c\right)}$$

$t_s = 1/f_s$ ,  $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

ディジタルチェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

$m$  が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-11)$$

$m$  が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-12)$$

$$C_0 = \frac{t_s \omega_{dd}}{2+t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2+t_s \omega_{dd}}{2+t_s \omega_{dd}} \quad (9-13)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-14)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \left\{ -4 + (t_s \omega_{ck})^2 \right\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-11) から (9-14) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}, \quad Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \quad (9-15)$$

$$\omega_{dd} = \omega_c \sinh(d)$$

### 9-4-3 逆チェビシェフ ローパスフィルタ

カットオフ周波数  $\omega_{cd}$  において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd}$  において最低減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のディジタル逆チェビシェフローパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_c / \omega_{pa}\right)}$$

$$t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

ディジタル逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-16)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-17)$$

$$C_0 = \frac{t_s \omega_{dd}}{2+t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2+t_s \omega_{dd}}{2+t_s \omega_{dd}} \quad (9-18)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k \omega_{ck}^2 (4r_k^2 + t_s^2)}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(-4r_k^2 + t_s^2)}{4r_k^2 + t_s^2} \quad (9-19)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \left\{ -4 + (t_s \omega_{ck})^2 \right\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-16) から (9-19) において、

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \omega_c / \sinh(d)$$

#### 9-4-4 楕円関数 ローパスフィルタ

カットオフ周波数  $\omega_{cd}$  においてリプル  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd}$  において最低減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のディジタル楕円関数ローパスフィルタを作成するときに、元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad x_L = \omega_{sa} / \omega_c = 1/k, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$$L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

$$t_s = 1/f_s, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \text{ として}$$

ディジタル楕円関数ローパスフィルタの伝達関数は

$m$  が奇数の時

$$x_{zv} = sn(2vK/m) \quad (1-127a)$$

$m$  が偶数の時

$$x_{zv} = sn[(2v-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

とする時、

$m$  が奇数の時

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})}{1+A_1z^{-1}} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \quad (9-20)$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{C_{0k}(1 + B_{1k}z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k}z^{-1} + A_{2k}z^{-2}} \quad (9-21)$$

ただし、mが奇数の時、 $C_H$ ,  $\sigma$ ,  $p_\nu$ ,  $q_\nu$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_c} \right)^{2(m-1)/2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2)s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

また、mが偶数の時、 $C_H$ ,  $p_\nu$ ,  $q_\nu$ は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ & = C_H^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2)s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

(9-20)、(9-21)において、

$$C_0 = \frac{t_s \sigma}{2 + t_s \sigma}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \sigma}{2 + t_s \sigma} \quad (9-22)$$

$$C_{0k} = \frac{G(4 + t_s^2 \omega_c^2 x_\nu^2)}{4 + 2p_\nu t_s + q_\nu t_s^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(-4 + t_s^2 \omega_c^2 x_\nu^2)}{4 + t_s^2 \omega_c^2 x_\nu^2} \quad (9-23)$$

$$A_{1k} = \frac{2(-4 + q_\nu t_s^2)}{4 + 2p_\nu t_s + q_\nu t_s^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2p_\nu t_s + q_\nu t_s^2}{4 + 2p_\nu t_s + q_\nu t_s^2}$$

$$G = \frac{1}{(C_H \sigma)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = \text{odd} \quad (9-24)$$

$$G = \frac{1}{(C_H)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = \text{even}$$

## 9-5 デジタル ハイパスフィルタの伝達関数

### 9-5-1 バターワース ハイパスフィルタ

周波数  $\omega_{pd}$  において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd}$  において減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のデジタルバターワースハイパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\log\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{2.0 \log(\omega_{pa} / \omega_{sa})}$$

$$\omega_c = \omega_{pa} \sqrt[2m]{10^{attp/10} - 1}$$

$t_s = 1/f_s$ 、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

デジタルバターワースハイパスフィルタの伝達関数は

$m$  が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1 - z^{-1})}{1 + A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 - 2z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-25)$$

$m$  が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 - 2z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-26)$$

$$C_0 = \frac{2}{2 + t_s \omega_c}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \omega_c}{2 + t_s \omega_c} \quad (9-27)$$

$$C_{0k} = \frac{4Q_k}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-28)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \left\{ -4 + (t_s \omega_{ck})^2 \right\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-25) から (9-28) において、

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (9-29)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}} = \omega_c$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

### 9-5-2 チェビシェフ ハイパスフィルタ

カットオフ周波数  $\omega_{cd}$  においてリプル  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd}$  において減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のディジタルチェビシェフハイパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_c / \omega_{sa}\right)}$$

$t_s = 1/f_s$ ,  $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

ディジタルチェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は

$m$  が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1 - z^{-1})}{1 + A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 - 2z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-30)$$

$m$  が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 - 2z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-31)$$

$$C_0 = \frac{2}{2 + t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \omega_{dd}}{2 + t_s \omega_{dd}} \quad (9-32)$$

$$C_{0k} = \frac{4Q_k}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-33)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \left\{ -4 + (t_s \omega_{ck})^2 \right\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-30) から (9-33) において、

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (9-34)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \frac{\omega_c}{\sinh(d)}$$

### 9-5-3 逆チェビシェフ ハイパスフィルタ

カットオフ周波数  $\omega_{cd}$  において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd}$  において最低減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のデジタル逆チェビシェフハイパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_{pa} / \omega_c\right)}$$

$t_s = 1/f_s$ ,  $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

デジタル逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1 - z^{-1})}{1 + A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-35)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-36)$$

$$C_0 = \frac{2}{2 + t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \omega_{dd}}{2 + t_s \omega_{dd}} \quad (9-37)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k(4 + r_k^2 t_s^2)}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(-4 + r_k^2 t_s^2)}{4 + r_k^2 t_s^2} \quad (9-38)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k\{-4 + (t_s \omega_{ck})^2\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-35) から (9-38) において、

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \\
a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k=0,1,\dots,\frac{m-1}{2} \\
d &= \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \\
p_k &= \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k=0,1,\dots,\frac{m-1}{2} \\
q_k &= \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1} \\
r_k &= \omega_c \cos(a_k) \\
\omega_{ck} &= \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\
Q_k &= \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \\
\omega_{dd} &= \omega_c \sinh(d)
\end{aligned} \tag{9-39}$$

#### 9-5-4 楕円関数 ハイパスフィルタ

カットオフ周波数  $\omega_{cd}$  においてリプル  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd}$  において最低減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のディジタル楕円関数ハイパスフィルタを作成するときに、元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad x_L = \omega_c / \omega_{sa} = 1/k, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$$L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

$$t_s = 1/f_s, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \text{ として}$$

ディジタル楕円関数ハイパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数の時

$$x_{zv} = sn(2\nu K/m) \tag{1-127a}$$

$m$ が偶数の時

$$x_{zv} = sn[(2\nu - 1)K/m] \tag{1-127b}$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \tag{1-128}$$



$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_{\nu}^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad , \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_{\nu}^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

とする時、

mが奇数の時

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-40)$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-41)$$

ただし、mが奇数の時、 $C_H$ ,  $\sigma$ ,  $p_\nu$ ,  $q_\nu$  は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{\nu}^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_c} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_{\nu} - p_{\nu}^2) s^2 + q_{\nu}^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

また、mが偶数の時、 $C_H$ ,  $p_\nu$ ,  $q_\nu$  は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{\nu}^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ & = C_H^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^4 + (2q_{\nu} - p_{\nu}^2) s^2 + q_{\nu}^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

(9-20)、(9-21)において、

$$C_0 = \frac{2\sigma}{2\sigma + t_s \omega_c}, \quad A_1 = \frac{-2\sigma + t_s \omega_c}{2\sigma + t_s \omega_c} \quad (9-42)$$

2)

$$C_{0k} = \frac{G(t_s^2 \omega_c^2 + 4x_{\nu}^2)}{4q_{\nu} + 2p_{\nu} t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(t_s^2 \omega_c^2 - 4x_{\nu}^2)}{t_s^2 \omega_c^2 + 4x_{\nu}^2} \quad (9-43)$$

$$A_{1k} = \frac{2(-4q_{\nu} + t_s^2 \omega_c^2)}{4q_{\nu} + 2p_{\nu} t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}, \quad A_{2k} = \frac{4q_{\nu} - 2p_{\nu} t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}{4q_{\nu} + 2p_{\nu} t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}$$

$$G = \frac{1}{(C_H \sigma)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = odd \quad (9-44)$$

$$G = \frac{1}{(C_H)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = even$$

## 9-6 デジタル バンドパスフィルタの伝達関数

### 9-6-1 バターワース バンドパスフィルタ

通過帯域の下限周波数  $\omega_{pd1}$  及び通過帯域の上限周波数  $\omega_{pd2}$  において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$  において減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のデジタルバターワースバンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1} / \omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa} \omega_{pa2}, \quad m = \text{ceil} \frac{\log\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{2.0 \log\left\{\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right) / \left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)\right\}}$$

$$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

デジタルバターワースバンドパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1+A_1 z^{-1}+A_2 z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1+A_{1l} z^{-1}+A_{2l} z^{-2}} \quad (9-45)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1+A_{1l} z^{-1}+A_{2l} z^{-2}} \quad (9-46)$$

$$C_0 = \frac{2B_w t_s}{4+2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-47)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4+2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4-2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}{4+2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{2GK t_s}{4+2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2} \quad (9-48)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4+2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4-2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4+2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{2GM t_s}{4+2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2} \quad (9-49)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4+2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4-2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4+2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-45) から (9-49) において、

$$\begin{aligned}
p_k &= \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l) \\
q_k &= \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l) \quad (5-33) \\
Q_k &= -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k} \\
K &= LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k} \quad (5-34) \\
l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\
l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-35) \\
L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2} \\
\omega_{ra} &= \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-36)
\end{aligned}$$

### 9-6-2 チェビシエフ バンドパスフィルタ

通過帯域の下限周波数  $\omega_{pd1}$  及び通過帯域の上限周波数  $\omega_{pd2}$  においてリプル  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$  において減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のディジタルチェビシエフバンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1} / \omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa} \omega_{pa2}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left\{\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right) / \left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)\right\}}$$

$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}$ ,  $t_s = 1/f_s$ ,  $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$  として

ディジタルチェビシエフバンドパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1+A_1 z^{-1}+A_2 z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1+A_{1l} z^{-1}+A_{2l} z^{-2}} \quad (9-50)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1+A_{1l} z^{-1}+A_{2l} z^{-2}} \quad (9-51)$$

$$C_0 = \frac{2B_w t_s \omega_{dd}}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-52)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4 - 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{2GKt_s}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2} \quad (9-53)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{2GMt_s}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2} \quad (9-54)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-50) から (9-54) において、

$$\varepsilon = \sqrt{10^{atp/10}} - 1$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck}} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-44)$$

### 9-6-3 逆チェビシェフ バンドパスフィルタ

通過帯域の下限周波数  $\omega_{pd1}$  及び通過帯域の上限周波数  $\omega_{pd2}$  において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$  において最低減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のデジタル逆チェビシェフバンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1} / \omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa} \omega_{pa2}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left\{\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right) / \left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)\right\}}$$

$$B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

デジタル逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1+A_1 z^{-1}+A_2 z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l} z^{-1}+A_{2l} z^{-2}} \quad (9-55)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l} z^{-1}+A_{2l} z^{-2}} \quad (9-56)$$

$$C_0 = \frac{2B_w t_s \omega_{dd}}{4+2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-57)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4+(t_s \omega_c)^2\}}{4+2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4-2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}{4+2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{GL\{4+(t_s \omega_{za})^2\}}{N\{4+2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2\}}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s \omega_{za})^2\}}{4+(t_s \omega_{za})^2} \quad (9-58)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s \omega_{ra})^2\}}{4+2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4-2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4+2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$\begin{aligned}
C_{0l} &= \frac{G\{4+(t_s\omega_{zb})^2\}}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}, & B_{1l} &= \frac{2\{-4+(t_s\omega_{zb})^2\}}{4+(t_s\omega_{zb})^2} \\
A_{1l} &= \frac{2\{-4+(t_s\omega_{rb})^2\}}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}, & A_{2l} &= \frac{4-2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}
\end{aligned}
\tag{9-59}$$

(9-55) から (9-59) において、

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10}-1}} \\
a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k=0,1,\dots,\frac{m-1}{2} \\
d &= \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \\
p_k &= \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1+\sinh^2(d)-\sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k=0,1,\dots,\frac{m-1}{2} \\
q_k &= \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d)+\cos^2(a_k)-1} \\
r_k &= \cos(a_k) \\
\omega_{ck} &= \sqrt{p_k^2+q_k^2} \\
Q_k &= \frac{\sqrt{p_k^2+q_k^2}}{2p_k} \\
\omega_{dd} &= 1/\sinh(d) \\
K &= LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \\
l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\
l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \\
L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck}} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2} \\
n_1 &= B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2 \\
n_2 &= B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \\
N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2} \\
\omega_{ra} &= \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}, \quad G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L}
\end{aligned}
\tag{5-48}$$

(5-49)

(5-50)

(5-51)

#### 9-6-4 楕円関数 バンドパスフィルタ

通過帯域の下限周波数  $\omega_{pd1}$  及び通過帯域の上限周波数  $\omega_{pd2}$  においてリプル  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$  において最低減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のディジタル楕円関数バンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1}/\omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa} \omega_{pa2}, \quad x_L = (\omega_{sa2} - \omega_{sa1})/(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}) = 1/k, \quad K = K(k),$$

$$\text{として、} L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

$$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

ディジタル楕円関数バンドパスフィルタの伝達関数は

mが奇数の時

$$x_{zv} = sn(2vK/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時

$$x_{zv} = sn[(2v-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

として、

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{v=0}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-60)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{v=0}^{m/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-61)$$

$$C_0 = \frac{2B_w\sigma_s}{4+2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-62)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4-2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2}{4+2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{GL\{4 + (t_s \omega_{za})^2\}}{N\{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2\}}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{za})^2\}}{4 + (t_s \omega_{za})^2} \quad (9-63)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{G\{4 + (t_s \omega_{zb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{zb})^2\}}{4 + (t_s \omega_{zb})^2} \quad (9-64)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-60) から (9-64) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$l_1 = B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \quad (7-24)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

ただし、 $m$ が奇数の時、 $C_H$ ,  $\sigma$ ,  $p_v$ ,  $q_v$ は次式を満たすものとします。

$$\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_c} \right)^{2(m-1)/2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2$$

$$= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2]$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt{(m-1)C_H \sigma}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

また、 $m$ が偶数の時、 $C_H$ ,  $p_v$ ,  $q_v$ は次式を満たすものとします。



$$\begin{aligned}
& \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{z_v}^2]^2 \\
& = C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \\
G & = \frac{x_v}{\sqrt[m]{C_H}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}
\end{aligned} \tag{2-8}$$

## 9-7 デジタル バンドエリミネーションフィルタの伝達関数

### 9-7-1 バターワース B E フィルタ

阻止帯域の下限周波数  $\omega_{pd1}$  及び阻止帯域の上限周波数  $\omega_{pd2}$  において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd1} = \omega_{pd1} x_d$  において減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のデジタルバターワース B E フィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\begin{aligned}
\omega_{pa1} & = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right) \\
x_{sa} & = \omega_{sa1} / \omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2} / x_{sa}, \quad m = \text{ceil} \frac{\log\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{2.0 \log\left\{\left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right) / \left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right)\right\}}
\end{aligned}$$

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2} / \omega_{pd1}}$$

$$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

デジタルバターワース B E フィルタの伝達関数は

$m$  が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1 + B_1 z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1 + B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \tag{9-65}$$

$m$  が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1 + B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \tag{9-66}$$

$$\begin{aligned}
C_0 & = \frac{4 + (t_s \omega_c)^2}{4 + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}, \quad B_1 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \\
A_1 & = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4 - 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}{4 + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}
\end{aligned} \tag{9-67}$$

$$C_{0k} = \frac{\sqrt{L}\{4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-68)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{4 + (t_s \omega_c)^2}{\sqrt{L}\{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2\}}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-69)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-65) から (9-69) において、

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l) \quad (7-33)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-36)$$

### 9-7-2 チェビシェフ BE フィルタ

阻止帯域の下限周波数  $\omega_{pd1}$  及び阻止帯域の上限周波数  $\omega_{pd2}$  において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd1} = \omega_{pd1} x_d$  において減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のディジタルチェビシェフ BE フィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{sa1} / \omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2} / x_{sa}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1} \left\{ (10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1) \right\}}{\cosh^{-1} \left\{ (\omega_{pa2} - \omega_{pa1}) / (\omega_{sa2} - \omega_{sa1}) \right\}}$$

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2} / \omega_{pd1}},$$

$$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

デジタルチェビシェフBEフィルタの伝達関数は

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1 + B_1 z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1 + B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-70)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1 + B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-71)$$

$$C_0 = \frac{\{4 + (t_s \omega_c)^2\} \omega_{dd}}{4\omega_{dd} + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}, \quad B_1 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-72)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\} \omega_{dd}}{4\omega_{dd} + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}, \quad A_2 = \frac{4\omega_{dd} - 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}{4\omega_{dd} + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}$$

$$C_{0k} = \frac{\sqrt{L}\{4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-73)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{0k} = \frac{4 - 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{4 + (t_s \omega_c)^2}{\sqrt{L}\{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2\}}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-74)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-70) から (9-74) において、

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0, \dots, k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-44)$$

### 9-7-3 逆チェビシェフ バンドエリミネーションフィルタ

阻止帯域の下限周波数  $\omega_{pd1}$  及び阻止帯域の上限周波数  $\omega_{pd2}$  において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd1} = \omega_{pd1} x_d$  において減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のデジタル逆チェビシェフBEフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{sa1} / \omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2} / x_{sa}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left\{\left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right) / \left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right)\right\}}$$

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2} / \omega_{pd1}},$$

$$B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

デジタル逆チェビシェフバンドエリミネーションフィルタの伝達関数は

$m$ が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+B_1 z^{-1} + z^{-2})}{1+A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1+A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-75)$$

$m$ が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1+A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-76)$$

$$C_0 = \frac{\{4 + (t_s \omega_c)^2\} \omega_{dd}}{4\omega_{dd} + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}, \quad B_1 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-77)$$

$$A_0 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\} \omega_{dd}}{4\omega_{dd} + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}, \quad A_2 = \frac{4\omega_{dd} - 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}{4\omega_{dd} + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}$$

$$C_{0k} = \frac{\sqrt{L/N} \{4 + (t_s \omega_{za})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{za})^2\}}{4 + (t_s \omega_{za})^2} \quad (9-78)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{\sqrt{N/L} \{4 + (t_s \omega_{zb})^2\}}{\{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2\}}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{zb})^2\}}{4 + (t_s \omega_{zb})^2} \quad (9-79)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-75) から (9-79) において、

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k=0,1,\dots,\frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k=0,1,\dots,\frac{m-1}{2} \quad (7-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-49)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-50)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$n_1 = B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2$$

$$n_2 = B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \quad (7-51)$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2}$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

#### 9-7-4 楕円関数 バンドエリミネーションフィルタ

阻止帯域の下限周波数  $\omega_{pd1}$  及び阻止帯域の上限周波数  $\omega_{pd2}$  において減衰量  $attp(db)$ 、周波数  $\omega_{sd1} = \omega_{pd1} x_d$  において減衰量  $atts(db)$  でサンプリング周波数  $f_s$  のデジタル楕円関数BEフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{sa1} / \omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2} / x_{sa}, \quad x_L = (\omega_{pa2} - \omega_{pa1}) / (\omega_{sa2} - \omega_{sa1}) = 1/k, \quad K = K(k),$$

$$\text{として、} L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2} / \omega_{pd1}},$$

$$B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

デジタル楕円関数バンドエリミネーションフィルタの伝達関数は

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1 + B_1 z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}} \prod_{k=0}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1 + B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-80)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^{m/2} \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1 + B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-81)$$

$$C_0 = \frac{\sigma \left\{ 4 + (t_s \omega_c)^2 \right\}}{4\sigma + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \sigma}, \quad B_1 = \frac{2 \left\{ -4 + (t_s \omega_c)^2 \right\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-82)$$

$$A_0 = \frac{2\sigma \left\{ -4 + (t_s \omega_c)^2 \right\}}{4\sigma + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \sigma}, \quad A_2 = \frac{4\sigma - 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \sigma}{4\sigma + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \sigma}$$

$$C_{0k} = \frac{G \left\{ 4 + (t_s \omega_{za})^2 \right\}}{4 + 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2 \left\{ -4 + (t_s \omega_{za})^2 \right\}}{4 + (t_s \omega_{za})^2} \quad (9-83)$$

$$A_{1k} = \frac{2 \left\{ -4 + (t_s \omega_{ra})^2 \right\}}{4 + 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{GN \left\{ 4 + (t_s \omega_{zb})^2 \right\}}{L \left\{ 4 + 2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2 \right\}}, \quad B_{1l} = \frac{2 \left\{ -4 + (t_s \omega_{zb})^2 \right\}}{4 + (t_s \omega_{zb})^2} \quad (9-84)$$

$$A_{1l} = \frac{2 \left\{ -4 + (t_s \omega_{rb})^2 \right\}}{4 + 2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-80) から (9-84) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$l_1 = B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \quad (7-24)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

ただし、 $m$ が奇数の時、 $C_H$ ,  $\sigma$ ,  $p_v$ ,  $q_v$  は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[ s^2 + x_{\nu}^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left( \frac{s}{\omega_c} \right)^{2(m-1)/2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[ s^2 + x_{z\nu}^2 \right]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[ s^4 + (2q_{\nu} - p_{\nu}^2) s^2 + q_{\nu}^2 \right] \end{aligned} \quad (2-7)$$

$$G = \frac{x_\nu}{\sqrt[m-1]{C_H} \sigma} \sqrt{\frac{L}{q_\nu N}}$$

また、 $m$ が偶数の時は、 $C_H$  ,  $p_\nu$  ,  $q_\nu$  は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{m/2} \left[ s^2 + x_{\nu}^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_H^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} \left[ s^2 + x_{z\nu}^2 \right]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} \left[ s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2 \right] \end{aligned} \quad (2-8)$$

$$G = \frac{x_\nu}{\sqrt[m]{C_H}} \sqrt{\frac{L}{q_\nu N}}$$



## アナログフィルタの設計と合成

### 第10章 ベッセルローパスフィルタの設計

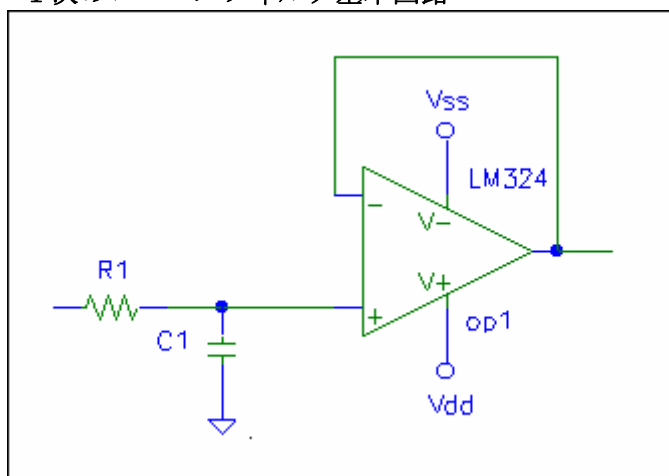
これまで、述べてきたバターワースローパスフィルタ、チェビシェフローパスフィルタ、逆チェビシェフローパスフィルタ及び楕円関数ローパスフィルタは周波数特性の中で特に減衰特性を重視して考案されたフィルタですが、これから述べるベッセルローパスフィルタは一定遅延特性を得ることを最大の目的として考案されたフィルタです。遅延が周波数成分に関わり無く等しいので、そのステップ応答には、本質的にリングングやオーバーシュートが現れず、インパルス応答も振動的になりません。しかし、減衰特性はかなり劣ります。

## アナログフィルタの合成

(素子値を E 2 4 シリーズに合わせる)

### 第 1 1 章 ローパスフィルタの合成

#### 1 次のローパスフィルタ基本回路



l p 1\_\_1. c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)}$$

バターワース ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$$

上の 2 つの式から、

$$\omega_c = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1} \quad (11-1)$$

素子値を E 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 1」

1  $C_1 = 0.01 \mu F$  から、スタートする。

2  $i_e = 1$

$C_m = C_1$  の仮数部、 $C_y = C_1$  の指数部とする。

$C_m = E_{24} [i_0]$  に最も近い  $i_0$  を求める。

$i = 0$ 、 $C_m = E_{24} [i_0 + i]$

3 (11-1) により、 $R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1}$  を計算する。  $e_r = 0.002 * i_e$

4  $R_m = R_1$  の仮数部、 $R_y = R_1$  の指数部として、 $R_m$  が  $E_{24} [i_1]$  に最も近い

- $i_1$ を求める。その時の誤差  $\text{fabs}(\text{err}) < \text{er}$  なら 7にいく。
- 5 そうでなければ、 $i++$  ;  $i < 24$  なら、 $C_m = E_{24}[i_0 + 1]$ 、 $C_1 = C_m * C_y$  として、3に戻る。
- 6  $i = 24$  ならば、 $ie++$  ;  $i = 0$ 、 $C_m = E_{24}[i_0 + i]$ 、 $C_1 = C_m * C_y$  として、3に戻る。
- 7  $C_1$ 、 $R_1$ および誤差を表示して、確認を求める。
- $C_1$ を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。
- $R_1$ を変更するなら、入力してもらい  $C_1 = \frac{1}{\omega_c R_1}$  として 2 に戻る。
- 次の候補を確認するならば、5 に戻る。
- 変更がなければ完了。

#### チェビシェフ及び逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d}$$

従って、

$$\omega_d = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{\omega_d C_1} \quad (11-2)$$

#### 素子値をE 2 4シリーズに合わせる手順

「手順1」において、 $\omega_c$ の代わりに $\omega_d$ を使用します。

#### 楕円関数 ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma}$$

従って、

$$\sigma = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{C_1 \sigma} \quad (11-3)$$

#### 素子値をE 2 4シリーズに合わせる手順

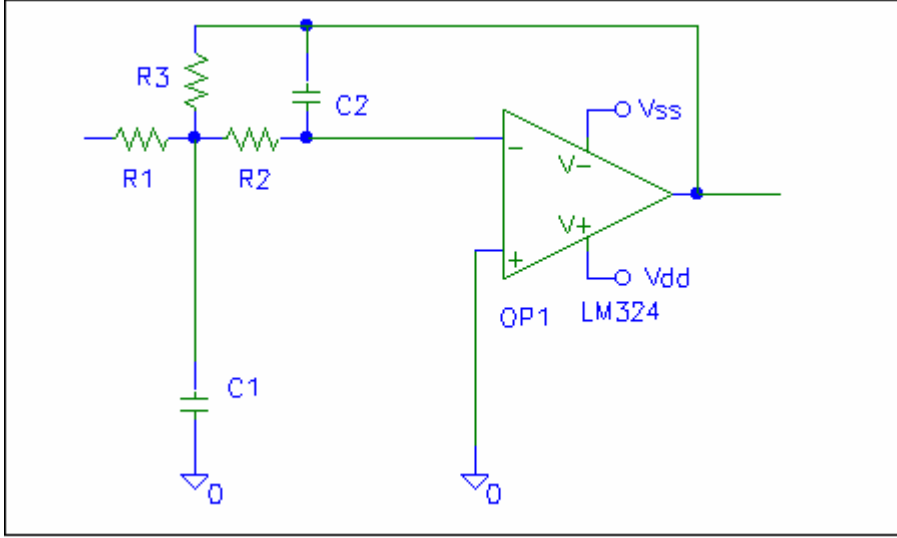
「手順1」において、 $\omega_c$ の代わりに $\sigma$ を使用します。

```

/*      「手順1」の2 の処理プログラムの例
      g e t c ( C 1 , & C y , & i 0 )
      関数値として誤差を返す                                */
double  getc1(double    d, double*yd, int *i)
{
double  md, ld, mc, err1, err2;
int      nd, i0;
      ld = log10(d);
      nd = (int)floor(ld);
      md = pow(10.0, ld - nd);
      i0 = (int)((ld - nd) * 24.0);
      err1 = fabs((md-e24[i0])/md);
      err2 = fabs((md-e24[i0+1])/md);
      if(err1>err2)    {
          i0++;
          err1 = err2;
      }
      if(i0 >= 24) {
          nd++;
          i0 -= 24;
      }
      *i = i0;
      *yd = pow(10.0, nd);
      return err1;
}

```

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 1 \_ 2 . c i r



l p a t 1 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}$$

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

従って、 $R_1 = R_3$

$$C_2 = C \quad C_1 = mC$$

$$R_1 = R \quad R_2 = kR \quad \text{とすると、}$$

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (11-4)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{1+2k}{mkCR} \quad (11-5)$$

(11-4) と (11-5) から、

$$4Q_k^2 k^2 + (4Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0 \quad (11-6)$$

$$k > 0 \quad \text{より、} m \geq 8Q_k^2 \quad (11-7)$$

このとき、

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2} \quad (11-8)$$

素子値をE 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 2」

2 次のローパスフィルタ回路形式 1 1 p a t 1 \_\_ 2 . c i r 用

1 与えられた、 $\omega_{ck}, Q_k$  から  $Q_{k2} = 8Q_k^2$  を計算する。

$C_2 = 0.01\mu F$  から、スタートする。e r 0 = 0. 0 0 2 5

2  $C_{2m} = C_2$  の仮数部、 $C_{2y} = C_2$  の指数部とする。

$C_{2m} = E 2 4 [i 0]$  に最も近い  $i 0$  を求める。

$i e = 1$  ;  $i 0 2 = 0$  ;  $e r = e r 0$

3  $C_2 = E 2 4 [i 0 + i 0 2] * C_{2y}$

$m = Q_{k2}$  ;  $C_1 = m * C_2$

$C_1$  より小さくない、最小の E 2 4 シリーズの値を求める。

$C_{1m} = E 2 4 [i 1]$  ;

$i 1 2 = 0$

4  $m = E 2 4 [i 1 + i 1 2] * C_{1y} / C_2$

もしも、 $m > 1 0 0 * Q_{k2}$  なら

もしも、 $++ i 0 2 < 2 4$  なら 3 に戻る。

$e r = e r 0 * (++ i e)$  ;  $i 0 2 = 0$  ; 3 に戻る。

(誤差の許容範囲を拡大している)

$$k = \frac{m - 4Q_k + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2}, R_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}C_2}$$

$R_{1m} = E 2 4 [i 2]$  に最も近い  $i 2$  と誤差を求める。

誤差が  $e r$  より小さければ、6 に行く。

5 そうでなければ、 $++ i 1 2 < 2 4$  なら、4 に戻る。

$i 1 2 = 2 4$  になったら、 $i 1 2 = 0$  ;  $C_{1y} *= 1 0. 0$  ; 4 に戻る。

6  $R_2 = k * R_1$  ;

$R_{2m} = E 2 4 [i 2]$  に最も近い、 $i 2$  と誤差を求める。

誤差が  $e r$  より大きければ、5 の戻る。

7  $C_1 = E 2 4 [i 1 + i 1 2] * C_{1y}$

8  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $R_1$ 、 $R_2$  および誤差を表示して、確認を求める。

$C_2$  を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。

$R_1$  を変更するなら、入力してもらい  $C_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}R_1}$  として 2 に戻る。

次の候補を確認するならば、5 に戻る。

変更がなければ完了。

／＊ 「手順２」の３ の処理のプログラム例

関数値として、与えられた数値より小さくなくて、

E 2 4 シリーズに該当する数値を返す。

与えられた数値の指数部を表わす変数を書き換える ＊／

```
double  getg(double      d,double*yd,int *i)
{
double  mc,yc;
int      i0;
        mc = d;
        getcl(mc,&yc,&i0);      mc = e24[i0] * yc;
        if(mc < d)      i0++;
        mc = e24[i0] * yc;
        *yd = yc;
        *i = i0;
        return mc;
}
```

／＊ 「手順２」全体の処理のプログラム例

２次ローパスフィルタの回路形式１用 lpat1\_2.cir

$$\frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)} = \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + \left(\omega_{ck}/Q_k\right)s + \omega_{ck}^2} \quad * /$$

```
void      cal_rc_b1(int      j)
{
int        x,y,i0,i1,i2,i02,i12,kp,ie;
long      int      count=0L;
double    Qk,wck,Qk2,R1,R2,R3,C1,C2,R1y,R2y,C1y,C2y,mm,kk;
double    er,er0,rcin,ert1,ert2;
        er0 = 0.0025;
        y=wherey();
        kp = j + 1;
        wck = pow(co[j][1],0.5);
        Qk = wck/co[j][0];
        Qk2 = 8.0*Qk*Qk;
```

```

        C2 = pow(10.0, -8.0);
loop_b1_0:
        getc1(C2, &C2y, &i0);      count++;
        if(j == 8)      y = 7;
        i02 = 0; ie = 1; er = er0;
loop_b1_1:
        C2 = e24[i0+i02] * C2y;
        mm = Qk2;
        C1 = mm * C2;
        C1 = getg(C1, &C1y, &i1); count++;
        i12 = 0;
loop_b1_2:
        mm = e24[i1+i12] * C1y/C2;
        if(mm > 100.0 * Qk2) {
                if((++i02) < 24) goto    loop_b1_1;
                er = er0 * (double)(++ie);      i02 = 0;
                goto    loop_b1_1;
        }
        kk = (mm-Qk2/2+sqrt(mm*(mm-Qk2)))/Qk2;
        R1 = 1.0/C2/wck/sqrt(mm*kk);      count += 2;
        if(getc1(R1, &R1y, &i2) < er)      goto    loop_b1_3;
loop_b1_21:
        if((++i12) >= 24) {
                i12 = 0; C1y *= 10.0;
        }
        goto    loop_b1_2;
loop_b1_3:
        R2 = kk * R1;      count += 2;
        if(getc1(R2, &R2y, &i2) < er)      goto    loop_b1_4;
        goto    loop_b1_21;
loop_b1_4:
        C1 = e24[i1+i12] * C1y;
loop_b1_41:
        locate(1, y);      clrblw();
        ert2 = getc1(R1, &R1y, &i2);
        ert1 = ert2 * ert2;

```



```

ert2 = getc1(R2, &R1y, &i2);
ert1 += ert2 * ert2;
ert2 = getc1(C1, &C1y, &i2);
ert1 += ert2 * ert2;
ert2 = getc1(C2, &C2y, &i2);
ert1 += ert2 * ert2;
ert1 = sqrt(ert1) * 100.0;
ert2 = sqrt(1.0/C1/C2/R2/R1);
ert2 = (wck-ert2)/wck*100.0;    count += 5;
printf("R1_d=%-9s R2_d=%-9s R3_d=%-9s¥n",
        kp, i_unit(su[0], R1), kp, i_unit(su[1], R2), kp, i_unit(su[2], R1));
printf("C1_d=%-9s C2_d=%-9s Err= %lf erwc %lf count %ld¥n",
        kp, i_unit(su[0], C1), kp, i_unit(su[1], C2), ert1, ert2, count);
locate(1, 23);    clrblw();
printf("R1_d を変更するなら R, C2_d なら C, 係数 なら k, OK なら G ",
        kp, kp);
x = wherex();
if((j == 7) && (m != 8)) {
    locate(1, 24);
    printf("G なら、計算値の表示を初期化します");
}
locate(x, 23);
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]) {
    case 'r':    goto    loop_rc_r;
    case 'c':    goto    loop_rc_c;
    case 'k':    goto    loop_b1_21;
    case 'g':
        if(ert1 > 1e-10) {
            locate(1, 23);    clrblw();
            printf("E24 シリーズの値で近似しますか Y/N ");
            get_lower_string(buf);
            if(buf[0] == 'y')    {
                getc1(R1, &R1y, &i2);    R1 = e24[i2]*R1y;
                getc1(R2, &R2y, &i2);    R2 = e24[i2]*R2y;
                getc1(C1, &C1y, &i2);    C1 = e24[i2]*C1y;
            }
        }
    }
}

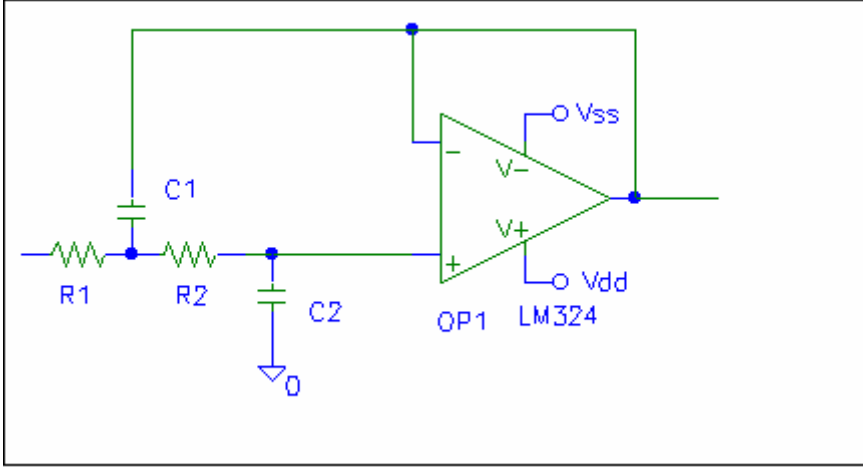
```

```

                                getc1(C2, &C2y, &i2);      C2 = e24[i2]*C2y;
                                count    += 4;
                                goto      loop_b1_41;
                                }
                                }
                                locate(1, y+2);  clrblw();
                                wrt_ckt_fl(kp, R1, R2, R1, C1, C2);
                                return;
                                default: goto      loop_b1_4;
                                }
loop_rc_r:
    locate(1, 23);  clrblw();
    printf("R1_%d=%-9s  ", kp, i_unit(su[0], R1));
    rcin = r_num(get_lower_string(buf));
    if(buf[0] == '¥0')      goto      loop_b1_0;
    if(rcin<=0)      goto      loop_rc_r;
    R1 = rcin;      C2 = 1.0/R1/wck/sqrt(mm*kk);
    count    += 2;
    locate(1, 23);  clrblw();
    goto      loop_b1_0;
loop_rc_c:
    locate(1, 23);  clrblw();
    printf("C2_%d=%-9s  ", kp, i_unit(su[0], C2));
    rcin = r_num(get_lower_string(buf));
    if(buf[0] == '¥0')      goto      loop_b1_0;
    if(rcin<=0)      goto      loop_rc_c;
    C2 = rcin;
    R1 = 1.0/C2/wck/sqrt(mm*kk);
    count    += 2;
    locate(1, 23);  clrblw();
    goto      loop_b1_0;
}

```

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 2 \_\_ 2 . c i r



l p a t 2 \_\_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{1}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

従って、 $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$  とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2}$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} = \frac{1+k}{mkCR}$$

よって、与えられた正の実数mに対して、kは

$Q_k^2 k^2 + (2Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0$  を満足するはずです。判別式から、

$$D = (2Q_k^2 - m)^2 - 4Q_k^4 = m(m - 4Q_k^2) \geq 0$$

$$\therefore m \geq 4Q_k^2$$

$$\text{上記のmに対して、} k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{2Q_k^2}$$

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF$$

素子値をE 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 3」

2 次のローパスフィルタ回路形式 1 1 p a t 2 \_ 2 . c i r 用

- 1 与えられた、 $\omega_{ck}, Q_k$  から  $Q_{k2} = 4Q_k^2$  を計算する。

$C_2 = 0.01\mu F$  から、スタートする。e r 0 = 0. 0 0 2 5

- 2  $C_{2m} = C_2$  の仮数部、 $C_{2y} = C_2$  の指数部とする。

$C_{2m} = E 2 4 [i 0]$  に最も近い  $i 0$  を求める。

$i e = 1$  ;  $i 0 2 = 0$  ;  $e r = e r 0$

- 3  $C_2 = E 2 4 [i 0 + i 0 2] * C_{2y}$

$m = Q_{k2}$  ;  $C_1 = m * C_2$

$C_1$  より小さくない、最小の E 2 4 シリーズの値を求める。

$C_{1m} = E 2 4 [i 1]$  ;

$i 1 2 = 0$

- 4  $m = E 2 4 [i 1 + i 1 2] * C_{1y} / C_2$

もしも、 $m > 1 0 0 * Q_{k2}$  なら

もしも、 $++ i 0 2 < 2 4$  なら 3 に戻る。

$e r = e r 0 * (++ i e)$  ;  $i 0 2 = 0$  ; 3 に戻る。

(誤差の許容範囲を拡大している)

$$k = \frac{m - 2Q_k + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{4Q_k^2}, R_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}C_2}$$

$R_{1m} = E 2 4 [i 2]$  に最も近い  $i 2$  と誤差を求める。

誤差が  $e r$  より小さければ、6 に行く。

- 5 そうでなければ、 $++ i 1 2 < 2 4$  なら、4 に戻る。

$i 1 2 = 2 4$  になったら、 $i 1 2 = 0$  ;  $C_{1y} *= 1 0. 0$  ; 4 に戻る。

- 6  $R_2 = k k * R_1$  ;

$R_{2m} = E 2 4 [i 2]$  に最も近い、 $i 2$  と誤差を求める。

誤差が  $e r$  より大きければ、5 の戻る。

- 7  $C_1 = E 2 4 [i 1 + i 1 2] * C_{1y}$

- 8  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $R_1$ 、 $R_2$  および誤差を表示して、確認を求める。

$C_2$  を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。

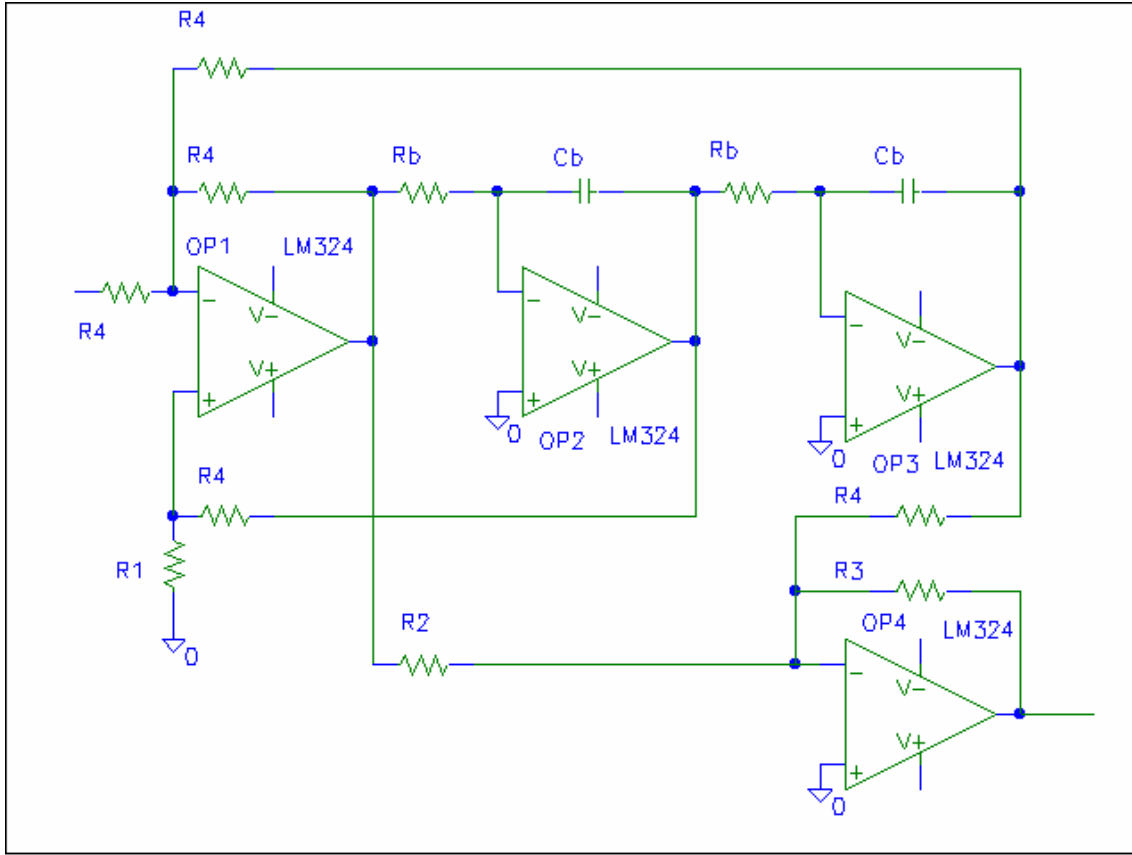
$R_1$  を変更するなら、入力してもらい  $C_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}R_1}$  として 2 に戻る。

次の候補を確認するならば、5 に戻る。

変更がなければ完了。

\*\*\* 「手順 2」とは、1 の  $Q_{k2}$ 、4 の  $k$  の式が異なるだけ。

2次のローパスフィルタ基本回路 lpet1\_2.cir



l p e t 1 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}}$$

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k) s + \omega_{ck}^2} = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 r_k^2 (s^2 + 1/r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k) s + \omega_{ck}^2}$$

2つの式の係数を比較して、

$$\frac{R_3}{R_2} = \omega_{ck}^2 r_k^2, \quad \omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2}, \quad 1/r_k^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ck}^2, \quad \frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)}$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_k - 1} \quad \left( Q_k > \frac{1}{3} \right), \quad R_2 = \frac{R_4}{r_k^2 \omega_{ck}^2}$$

$$FSF = \omega_{ck}, R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF, R_3 = R_4$$

素子値をE 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 4」

2 次のローパスフィルタ回路形式 1 1 p e t 1 \_\_ 2 . c i r 用

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$  の形で与えられるものとします。

$$\text{各係数を } \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \text{ と合わせます。}$$

1 与えられた係数から、

$\omega_{ck2} = co[j][1], G = co[j][2], \omega_{b2} = co[j][3]$  を代入する。次に、

$\omega_{ck} = \sqrt{\omega_{ck2}}, Q_k = \omega_{ck}/co[j][0]$  を計算する。

2 C b = 0 . 0 1 u F ; R 3 = 1 0 K ; e r 0 = 0 . 0 0 2 5

3 C b m = C b の仮数部、C b y = C b の指数部とする。

C b m = E 2 4 [ i 0 ] に最も近い i 0 を求める。

i 0 2 = 0 ; i e = 1 ; e r = e r 0

4 C b = E 2 4 [ i 0 + i 0 2 ] \* C b y ; R b = 1 . 0 / w c k / C b

R b m = R b の仮数部、R b y = R b の指数部とする。

R b m = E 2 4 [ i 1 ] に最も近い i 1 を求め、

R b m の E 2 4 シリーズからの誤差が e r 以下ならば 6 に行く。

5 誤差が e r より大きい時

++ i 0 2 ; i 0 2 < 2 4 なら、4 に戻る。

i 0 2 = 2 4 なら、i 0 2 = 0 ; e r = e r 0 \* ( ++ i e ) 4 に戻る

6 C b , R b 及び w c k からの誤差を表示して確認を求める。

R b を変更するなら、入力して C b = 1 . 0 / w c k / R b ; 3 に戻る

C b を変更するなら、入力して 3 に戻る

次の候補を確認するなら、5 に戻る

これで良ければ、7 に行く

7 E 2 4 シリーズの値で近似するなら

R b = E 2 4 [ i 1 ] \* R b y ; 6 に戻る

E 2 4 シリーズに近似しなければ、8 に行く

8 R 4 m = R 4 の仮数部、R 4 y = R 4 の指数部とする。同様に、R 1 、R 2 、R 3 の仮数部、指数部を R 1 m 、R 2 m 、R 3 m 、R 1 y 、R 2 y 、R 3 y とする。

R 4 m = E 2 4 [ i 0 ] に最も近い i 0 を求める。

i 0 2 = 0 ; i e = 1 ; e r = e r 0

9  $R_4 = E_{24} [i_0 + i_{02}] * R_{4y}$ ;  $R_1 = R_4 / (3 * Q_k - 1.0)$ ;  
 $R_{1m} = E_{24} [i_1]$  に最も近い  $i_1$  を求める  
 $E_{24}$  シリーズからの誤差が  $e_r$  より小さければ、11 に行く  
 10 誤差が  $e_r$  より大きければ、 $++i_{02}$ ;  $i_{02} < 24$  なら 9 に戻る  
 $i_{02} = 24$  なら、 $i_{02} = 0$ ;  $e_r = e_{r0} * (++ie)$ ; 9 に戻る  
 11  $R_2 = R_4 * w_{b2} / w_{ck2}$ ;  $ie_2 = 1$ ;  $e_r = e_{r0} * ie_2$ ;  
 12  $R_{2m} = E_{24} [i_2]$  に最も近い  $i_2$  を求める  
 $E_{24}$  シリーズからの誤差が  $e_r$  より小さければ、15 に行く  
 13 誤差が  $e_r$  より大きければ、  
 $++ie_2$ ;  $ie_2 < 19$  なら、 $e_r = e_{r0} * ie_2$ ; 12 に戻る  
 14  $ie_2 = 19$  ならば、 $e_r = e_{r0} * ie$ ; 10 に戻る。  
 15  $R_3 = G * R_4 * w_{b2} / w_{ck2}$ ;  $ie_3 = 1$ ;  $e_r = e_{r0} * ie_3$   
 16  $R_{3m} = E_{24} [i_3]$  に最も近い  $i_3$  を求める。  
 $E_{24}$  シリーズからの誤差が  $e_r$  より小さければ、19 に行く  
 17 誤差が  $e_r$  より大きければ、  
 $++ie_3$ ;  $ie_3 < 20$  なら、 $e_r = e_{r0} * ie_3$ ; 16 に戻る  
 18  $ie_3 = 20$  ならば、 $e_r = e_{r0} * ie$ ; 10 に戻る  
 19  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $R_4$  を表示して、確認を求める。  
 $R_1$  を変更するなら、入力して、 $R_4 = (3 * Q_k - 1.0) * R_1$   
 8 に戻る。  
 $R_2$  を変更するなら、入力して、 $R_4 = R_2 * w_{ck2} / w_{b2}$   
 8 に戻る。  
 $R_3$  を変更するなら、入力して、 $R_4 = R_3 * w_{ck2} / w_{b2} / G$   
 8 に戻る。  
 $R_4$  を変更するなら、入力して、8 に戻る。  
 次の候補を確認するなら、10 に戻る  
 これで良ければ、20 に行く  
 20  $E_{24}$  シリーズの値に近似するなら  
 $R_1 = E_{24} [i_1] * R_{1y}$ ;  $R_2 = E_{24} [i_2] * R_{2y}$ ;  
 $R_3 = E_{24} [i_3] * R_{3y}$ ; 15 に戻る  
 21  $E_{24}$  シリーズの値に近似しなければ、完了

楕円関数ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{m/2} \sqrt[m/2]{C_H} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{even})$$

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \sqrt[(m-1)/2]{C_H \sigma} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{odd})$$

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$  の形で与えられるものとします。

各係数を  $\frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}}$  と合わせます。

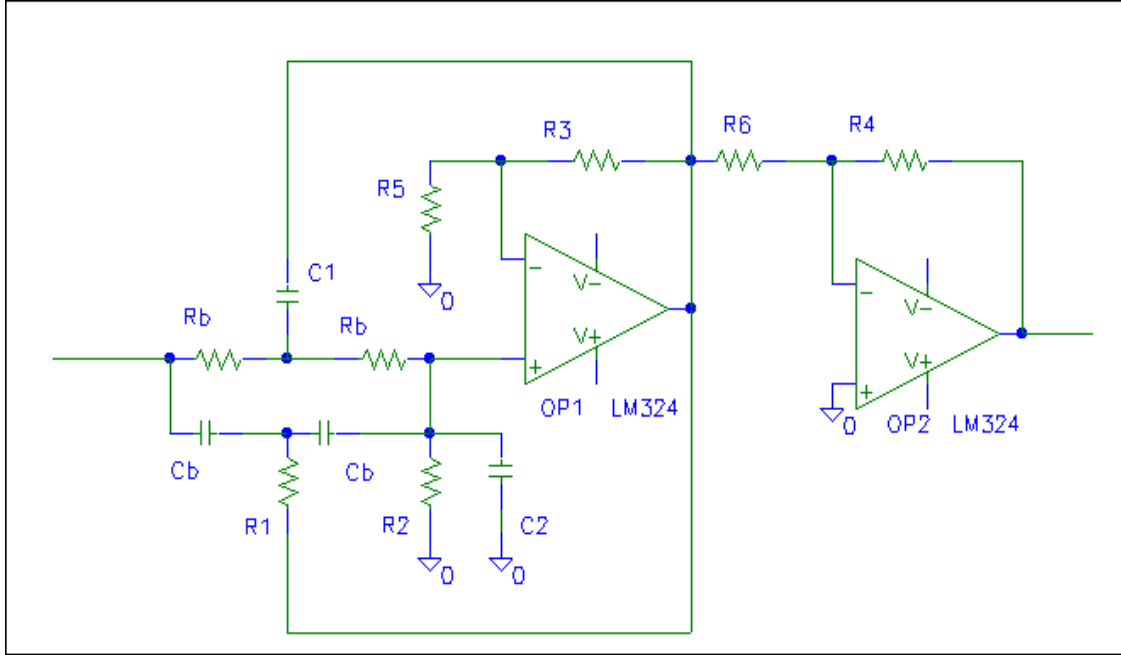
「手順4」がそのまま使用可能です。co[j][2] をフィルタの次数が偶数か奇数かによって正しく計算しておきます。

$$co[j][2] = \frac{1}{\sqrt[m/2]{C_H}} (m = \text{even}), \quad co[j][2] = \frac{1}{\sqrt[(m-1)/2]{C_H \sigma}} (m = \text{odd})$$

$$co[j][0] = p_v, \quad co[j][1] = q_v, \quad co[j][3] = (x_v \omega_p)^2$$



2 次のローパスフィルタ基本回路 lpet2\_2.cir



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

l p e t 2 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)}s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}}$$

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 r_k^2 (s^2 + 1/r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

楕円関数ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{m/2} \sqrt[m]{C_H} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{even})$$

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \sqrt[m-1]{C_H} \sigma [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{odd})$$

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$  の形で与えられるものとします。

各係数を  $\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)}}$  と合わせます。

Windows 版 M c a c t 2 処理ルーチンの解説

1。ダイアログ

2。処理ルーチンの解説  
パラメータ入力の解説

## メニュー項目

ファイル(F)   フィルタの種類選択   パラメータ入力   フィルタの変換   グラフ表示 表示・出力   フォント   ヘルプ(H) <input type="text"/>
---

## メニューから起動される各ダイアログ

### 1. フィルタの種類選択

フィルタの種類選択	
<b>濾波特性</b> <input type="radio"/> ローパスフィルタ <input type="radio"/> ハイパスフィルタ <input type="radio"/> バンドパスフィルタ <input type="radio"/> BEフィルタ	<b>遮断特性</b> <input type="radio"/> バターワース <input type="radio"/> チェビシェフ <input type="radio"/> 逆チェビシェフ <input type="radio"/> 楕円関数
<input type="checkbox"/> 次数を入力してフィルタを設計する	
<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="キャンセル"/>	

### 3. フィルタの変換 (アナログ → デジタル)

デジタルフィルタへ変換	
フィルタのサンプリング周波数は 以上の周波数を入力して下さい <input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>	
サンプリング周波数の下限値は、パラメータ入力ダイアログの ×sの値を変える事によって変化させられます。	
<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="キャンセル"/>	

### 4. グラフ表示

グラフ表示	
<input type="radio"/> 周波数特性のグラフ <input type="radio"/> 極およびゼロのグラフ	
<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="キャンセル"/>	

### 5. 表示・出力

計算結果の表示または出力	
<input type="radio"/> 回路図ファイルを作成する <input type="radio"/> 伝達関数の係数をファイルに出力する <input type="radio"/> 伝達関数の係数を表示する	
<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="キャンセル"/>	

## 2. パラメータ入力

### 次数を入力しない、パラメータ入力ダイアログ

#### 2-1 ローパス バターワース

設計パラメータの入力	
フィルタの種類   ローパスフィルタ カットオフ付近で減衰域の周波数 $F_p$ <input type="text"/> <input type="button" value="↓"/> 周波数 $F_p$ における減衰量又はリプル $att_p$ <input type="text"/> dB 減衰量を指定する周波数を $F_s$ として、 $X_s = F_s/F_p$ <input type="text"/> 倍 <input type="button" value="OK"/> 周波数 $F_s$ における減衰量 $atts$ <input type="text"/> dB <input type="button" value="キャンセル"/>	遮断特性   バターワース

#### 2-2 ローパス チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力	
フィルタの種類   ローパスフィルタ カットオフ周波数 $F_p$ <input type="text"/> <input type="button" value="↓"/> 周波数 $F_p$ における減衰量又はリプル $att_p$ <input type="text"/> dB 減衰量を指定する周波数を $F_s$ として、 $X_s = F_s/F_p$ <input type="text"/> 倍 <input type="button" value="OK"/> 周波数 $F_s$ における減衰量 $atts$ <input type="text"/> dB <input type="button" value="キャンセル"/>	遮断特性: <input type="radio"/> チェビシェフ <input type="radio"/> 逆チェビシェフ <input type="radio"/> 楕円関数

### 2-3 ハイパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	バターワース
カットオフ付近で減衰域の周波数 $F_p$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 $F_p$ における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="OK"/>
減衰量を指定する周波数を $F_s$ として, $X_s = F_p/F_s$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>
周波数 $F_s$ における減衰量 atts	<input type="text"/>	dB	

### 2-4 ハイパス チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	
カットオフ周波数 $F_p$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 $F_p$ における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="OK"/>
減衰量を指定する周波数を $F_s$ として, $X_s = F_p/F_s$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>
周波数 $F_s$ における減衰量 atts	<input type="text"/>	dB	

### 2-5 バンドパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	バターワース
通過帯域 下端の周波数 $F_{p1} : (F_{s1} = F_{p1}/x_s)$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 $F_{p2} : (F_{s2} = F_{p2} \cdot x_s)$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 $F_{p1}, F_{p2}$ における減衰量は 3.01dB とします			
減衰量を指定する周波数を $F_{s1}$ として, $X_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 $F_{s1}, F_{s2}$ における減衰量 atts	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

### 2-6 バンドパス チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	
通過帯域 下端の周波数 $F_{p1} : (F_{s1} = F_{p1}/x_s)$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 $F_{p2} : (F_{s2} = F_{p2} \cdot x_s)$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 $F_{p1}, F_{p2}$ における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="OK"/>
減衰量を指定する周波数を $F_{s1}$ として, $X_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>
周波数 $F_{s1}, F_{s2}$ における減衰量 atts	<input type="text"/>	dB	

### 2-7 BE バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	BEフィルタ	遮断特性	バターワース
阻止帯域 下端の周波数 $F_{p1} : (F_{s1} = F_{p1} \cdot x_s)$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 $F_{p2} : (F_{s2} = F_{p2}/x_s)$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 $F_{p1}, F_{p2}$ における減衰量は 3.01dB とします			
減衰量を指定する周波数を $F_{s1}$ として, $X_s = F_{s1}/F_{p1}$ を次の範囲で			
入力して下さい $1 < X_s <$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 $F_{s1}, F_{s2}$ における減衰量 atts	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

## 2-8 BE チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 BEフィルタ	遮断特性
阻止帯域 下端の周波数 $F_{p1} : (Fs1 = F_{p1} * x_s)$	<input type="text"/>
阻止帯域 上端の周波数 $F_{p2} : (Fs2 = F_{p2} / x_s)$	<input type="text"/>
周波数 $F_{p1}, F_{p2}$ における減衰量又はリプル $att_p$	<input type="text"/> dB
減衰量を指定する周波数を $F_{s1}$ として、 $x_s = F_{s1} / F_{p1}$ を次の範囲で	
入力して下さい $1 < x_s <$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="OK"/>
周波数 $F_{s1}, F_{s2}$ における減衰量 $atts$	<input type="text"/> dB <input type="button" value="キャンセル"/>

以上は、次数を入力しないパラメータ入力のダイアログ

次数を入力する、パラメータ入力のダイアログ

## 2-9 ローパス バターワース

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 ローパスフィルタ	遮断特性 バターワース
設計するフィルタの次数 $m (<= 58)$	<input type="text"/>
カットオフ周波数 $F_c$	<input type="text"/>
最低減衰量に達する周波数を $F_s$ として、 $x_s = F_s / F_c$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="OK"/>
	<input type="button" value="キャンセル"/>

## 2-10 ローパス チェビシェフ

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 ローパスフィルタ	遮断特性 チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m (<= 58)$	<input type="text"/>
カットオフ周波数 $F_c$	<input type="text"/>
周波数 $F_c$ における減衰量又はリプル $att_p$	<input type="text"/> dB <input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を $F_s$ として、 $x_s = F_s / F_c$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

## 2-11 ローパス 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 ローパスフィルタ	遮断特性
設計するフィルタの次数 $m (<= 58)$	<input type="text"/>
カットオフ周波数 $F_c$	<input type="text"/>
周波数 $F_c$ における減衰量又はリプル $att_p$	<input type="text"/> dB <input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を $F_s$ として、 $x_s = F_s / F_c$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

## 2-12 ハイパス バターワース

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 ハイパスフィルタ	遮断特性 バターワース
設計するフィルタの次数 $m (<= 58)$	<input type="text"/>
カットオフ周波数 $F_c$	<input type="text"/>
最低減衰量に達する周波数を $F_s$ として、 $x_s = F_c / F_s$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="OK"/>
	<input type="button" value="キャンセル"/>

### 2-13 ハイパス チェビシェフ

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 ハイパスフィルタ	遮断特性 チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
カットオフ周波数 $F_c$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
周波数 $F_c$ における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/> dB <input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を $F_s$ として、 $X_s = F_c/F_s$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

### 2-14 ローパス 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 ハイパスフィルタ	遮断特性
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
カットオフ周波数 $F_c$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
周波数 $F_c$ における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/> dB <input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を $F_s$ として、 $X_s = F_c/F_s$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

### 2-15 バンドパス パターワース

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 バンドパスフィルタ	遮断特性 パターワース
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
通過帯域 下端の周波数 $F_{p1}$ : ( $F_{s1} = F_{p1}/x_s$ )	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="OK"/>
通過帯域 上端の周波数 $F_{p2}$ : ( $F_{s2} = F_{p2}*x_s$ )	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="キャンセル"/>
最低減衰量に達する周波数を $F_{s1}$ として、 $X_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/> 倍

### 2-16 バンドパス チェビシェフ

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 バンドパスフィルタ	遮断特性 チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
通過帯域 下端の周波数 $F_{p1}$ : ( $F_{s1} = F_{p1}/x_s$ )	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 $F_{p2}$ : ( $F_{s2} = F_{p2}*x_s$ )	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
周波数 $F_{p1}, F_{p2}$ における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/> dB <input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を $F_{s1}$ として、 $X_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

### 2-17 バンドパス 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 バンドパスフィルタ	遮断特性
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
通過帯域 下端の周波数 $F_{p1}$ : ( $F_{s1} = F_{p1}/x_s$ )	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 $F_{p2}$ : ( $F_{s2} = F_{p2}*x_s$ )	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
周波数 $F_{p1}, F_{p2}$ における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/> dB <input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を $F_{s1}$ として、 $X_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

## 2-18 BE バターワース

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 BEフィルタ	遮断特性 バターワース
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
阻止帯域 下端の周波数 $Fp1 : (Fs1 = Fp1 * xs)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 $Fp2 : (Fs2 = Fp2 / xs)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
最低減衰量に達する周波数を $Fs1$ として、 $Xs = Fs1 / Fp1$ を次の範囲で	<input type="text"/> <input type="button" value="OK"/>
入力して下さい $1 < Xs <$	<input type="text"/> 倍: <input type="button" value="キャンセル"/>

## 2-19 BE チェビシェフ

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 BEフィルタ	遮断特性 チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
阻止帯域 下端の周波数 $Fp1 : (Fs1 = Fp1 * xs)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 $Fp2 : (Fs2 = Fp2 / xs)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
周波数 $Fp1, Fp2$ における減衰量又はリプル $attp$	<input type="text"/> dB
最低減衰量に達する周波数を $Fs1$ として、 $Xs = Fs1 / Fp1$ を次の範囲で	<input type="text"/> <input type="button" value="OK"/>
入力して下さい $1 < Xs <$	<input type="text"/> 倍: <input type="button" value="キャンセル"/>

## 2-20 BE 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 BEフィルタ	遮断特性
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
阻止帯域 下端の周波数 $Fp1 : (Fs1 = Fp1 * xs)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 $Fp2 : (Fs2 = Fp2 / xs)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
周波数 $Fp1, Fp2$ における減衰量又はリプル $attp$	<input type="text"/> dB
最低減衰量に達する周波数を $Fs1$ として、 $Xs = Fs1 / Fp1$ を次の範囲で	<input type="text"/> <input type="button" value="OK"/>
入力して下さい $1 < Xs <$	<input type="text"/> 倍: <input type="button" value="キャンセル"/>



(1)para01                      Low Pass                      Butter    次数入力しない  
Again:

```

attp <- attp3;
f p 表示                      一一>    入力    一一>    f p
a t t p 表示                      一一>    入力    一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力    一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力    一一>    a t t s
fs = fp * xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
fc = fp / pow(PP,1/(2.0 * m));

```

(2)para02                      Low Pass                      Chev    次数入力しない  
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      一一>    入力    一一>    fc = f p
a t t p 表示                      一一>    入力    一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力    一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力    一一>    a t t s
fs = fp * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;

```

(3)para02                      Low Pass                      InvChev 次数入力しない  
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      一一>    入力    一一>    fc = f p
a t t p 表示                      一一>    入力    一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力    一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力    一一>    a t t s
fs = fp * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
fc = fs;

```

(4)para02                      Low Pass                      Ellipse    次数入力しない  
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      一一>    入力    一一>    fc = f p
a t t p 表示                      一一>    入力    一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力    一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力    一一>    a t t s
fs = fp * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
cal_daen_m();    adjust_m(m, atts);//実際の a t t s 値は    attsbuf    に入る
if(jisu_chk(m))    goto    Again;

```

(5)para03                      High Pass                      Butter    次数入力しない  
Again:

```

attp <- attp3;
f p 表示                      一一>    入力    一一>    f p
a t t p 表示                      一一>    入力    一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力    一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力    一一>    a t t s
fs = fp / xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
fc = fp * pow(PP,1/(2.0 * m));

```

(6)para04                      High Pass                      Chev    次数入力しない  
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      一一>    入力    一一>    fc = f p
a t t p 表示                      一一>    入力    一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力    一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力    一一>    a t t s
fs = fp / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;

```

(7)para04                      High Pass                      InvChev 次数入力しない  
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      一一>    入力    一一>    fc = f p
a t t p 表示                      一一>    入力    一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力    一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力    一一>    a t t s
fs = fp / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
fc = fs;

```

(8)para04                      High Pass                      Ellipse    次数入力しない  
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      一一>    入力    一一>    fc = f p
a t t p 表示                      一一>    入力    一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力    一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力    一一>    a t t s
fs = fp / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
cal_daen_m();    adjust_m(m, atts);//実際の a t t s 値は    attsbuf    に入る
if(jisu_chk(m))    goto    Again;

```

(9)para05                      Band Pass                      Butter    次数入力しない

Again:

```

attp <- attp3;
f p 1 表示                      --> 入力                      --> f p 1
f p 2 表示                      --> 入力                      --> f p 2
a t t p 表示                      --> 入力                      --> a t t p
x s 表示                        --> 入力                      --> x s
a t t s 表示                      --> 入力                      --> a t t s
fs1 = fp1 / xs;                fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))                goto                Again;

```

(10)para06                      Band Pass                      Chev    次数入力しない

Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示                      --> 入力                      --> f p 1
f p 2 表示                      --> 入力                      --> f p 2
a t t p 表示                      --> 入力                      --> a t t p
x s 表示                        --> 入力                      --> x s
a t t s 表示                      --> 入力                      --> a t t s
fs1 = fp1 / xs;                fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();                      attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))                goto                Again;

```

(11)para06                      Band Pass                      InvChev                      次数入力しない

Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示                      --> 入力                      --> f p 1
f p 2 表示                      --> 入力                      --> f p 2
a t t p 表示                      --> 入力                      --> a t t p
x s 表示                        --> 入力                      --> x s
a t t s 表示                      --> 入力                      --> a t t s
fs1 = fp1 / xs;                fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();                      attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1));
cal_m_fc_bw_i();
if(jisu_chk(m))                goto                Again;

```

(12)para06                      Band Pass                      Ellipse    次数入力しない

Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示                      --> 入力                      --> f p 1
f p 2 表示                      --> 入力                      --> f p 2
a t t p 表示                      --> 入力                      --> a t t p
x s 表示                        --> 入力                      --> x s
a t t s 表示                      --> 入力                      --> a t t s
fs1 = fp1 / xs;                fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;                xsbuf = (fs2 - fs1) / (fp2 - fp1);                swap_xs();
cal_daen_m();                adjust_m(m, atts); //実際の a t t s 値は    attsbuf    に入る
swap_xs();                      cal_m_fc_bw();

```

```
if(jisu_chk(m)) goto Again;
```

(13)para07 BE Flt Butter 次数入力しない

Again:

```

attp <- attp3;
f p 1 表示      --> 入力 --> f p 1
f p 2 表示      --> 入力 --> f p 2
a t t p 表示    --> 入力 --> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示        --> 入力 --> x s
a t t s 表示    --> 入力 --> a t t s
fs1 = fp1 * xs;   fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10((fp2 * fp1) / (fs2 * fs1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))   goto    Again;

```

(14)para08 BE Flt Chev 次数入力しない

Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示      --> 入力 --> f p 1
f p 2 表示      --> 入力 --> f p 2
a t t p 表示    --> 入力 --> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示        --> 入力 --> x s
a t t s 表示    --> 入力 --> a t t s
fs1 = fp1 * xs;   fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fp2 * fp1) / (fs2 * fs1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))   goto    Again;

```

(15)para08 BE Flt InvChev 次数入力しない

Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示      --> 入力 --> f p 1
f p 2 表示      --> 入力 --> f p 2
a t t p 表示    --> 入力 --> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示        --> 入力 --> x s
a t t s 表示    --> 入力 --> a t t s
fs1 = fp1 * xs;   fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fp2 * fp1) / (fs2 * fs1));
cal_m_fc_bw_i();
if(jisu_chk(m))   goto    Again;

```

(16)para08 BE Flt Ellipse 次数入力しない

Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示      --> 入力 --> f p 1
f p 2 表示      --> 入力 --> f p 2
a t t p 表示    --> 入力 --> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示        --> 入力 --> x s
a t t s 表示    --> 入力 --> a t t s
fs1 = fp1 * xs;   fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;   xsbuf = (fp2 * fp1) / (fs2 * fs1); swap_xs();
cal_daen_m();      adjust_m(m, atts); //実際の a t t s 値は attsbuf に入る
swap_xs();          cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))     goto    Again;

```

(17)para09	Low Pass	Butter	次数入力する
Again:			
m表示	――> 入力	――> m	
f p表示	――> 入力	――> f c = f p	
x s表示	――> 入力	――> x s	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attp <-- attp3;			
cal_fs_atts();	//デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる		

(18)para10	Low Pass	Chev	次数入力する
Again:			
get_attp();			
m表示	――> 入力	――> m	
f p表示	――> 入力	――> f c = f p	
a t t p表示	――> 入力	――> a t t p	
x s表示	――> 入力	――> x s	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attpbuf = attp;			
cal_fs_atts();	//デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる		

(19)para11	Low Pass	InvChev	次数入力する
double inveps;			
Again:			
get_attp();			
遮断特性表示			
m表示	――> 入力	――> m	
f p表示	――> 入力	――> f c = f p	
a t t p表示	――> 入力	――> a t t p	
x s表示	――> 入力	――> x s	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attpbuf = attp;	fs = fp * xs;	cal_P_S();	fc = fs;
inveps = sqrt(PP) * cosh((double)m * acosh(xs));			eps = 1 / inveps;
attsbuf = 10.0 * log10(inveps * inveps + 1.0);			

(20)para11	Low Pass	Ellipse	次数入力する
Again:			
get_attp();			
遮断特性表示			
m表示	――> 入力	――> m	
f p表示	――> 入力	――> f c = f p	
a t t p表示	――> 入力	――> a t t p	
x s表示	――> 入力	――> x s	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attpbuf = attp;	fs = fp * xs;	cal_P_S();	
attsbuf = cal_LL_EE();			

(21)para12	High Pass	Butter	次数入力する
Again:			
m表示	――> 入力	――> m	
f p 表示	――> 入力	――> f c = f p	
x s 表示	――> 入力	――> x s	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attp <-- attp3;			
cal_fs_atts();	//デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる		

(22)para13	High Pass	Chev	次数入力する
Again:			
get_attp();			
m表示	――> 入力	――> m	
f p 表示	――> 入力	――> f c = f p	
a t t p 表示	――> 入力	――> a t t p	
x s 表示	――> 入力	――> x s	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attpbuf = attp;			
cal_fs_atts();	//デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる		

(23)para14	High Pass	InvChev	次数入力する
double inveps;			
Again:			
get_attp();			
遮断特性表示			
m表示	――> 入力	――> m	
f p 表示	――> 入力	――> f c = f p	
a t t p 表示	――> 入力	――> a t t p	
x s 表示	――> 入力	――> x s	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attpbuf = attp;	fs = fp / xs;	cal_P_S();	fc = fs;
inveps = sqrt(PP) * cosh((double)m * acosh(xs));			eps = 1 / inveps;
attsbuf = 10.0 * log10(inveps * inveps + 1.0);			

(24)para14	High Pass	Ellipse	次数入力する
Again:			
get_attp();			
遮断特性表示			
m表示	――> 入力	――> m	
f p 表示	――> 入力	――> f c = f p	
a t t p 表示	――> 入力	――> a t t p	
x s 表示	――> 入力	――> x s	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attpbuf = attp;	fs = fp / xs;	cal_P_S();	
attsbuf = cal_LL_EE();			

(25)para15	Band Pass	Butter	次数入力する
Again:			
m表示	――> 入力	――> m	
f p 1 表示	――> 入力	――> f p 1	
f p 2 表示	――> 入力	――> f p 2	
x s 表示	――> 入力	――> x s	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attp <- attp3;			
cal_m_fc_bw();			
cal_fs_atts();	//デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる		

(26)para16	Band Pass	Chev	次数入力する
Again:			
get_attp();			
m表示	――> 入力	――> m	
f p 1 表示	――> 入力	――> f p 1	
f p 2 表示	――> 入力	――> f p 2	
x s 表示	――> 入力	――> x s	
a t t p 表示	――> 入力	――> a t t p	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attpbuf = attp;			
cal_m_fc_bw();			
cal_fs_atts();	// f s と a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる		

(27)para17	Band Pass	InvChev	次数入力する
double inveps;			
Again:			
get_attp();			
遮断特性表示			
m表示	――> 入力	――> m	
f p 1 表示	――> 入力	――> f p 1	
f p 2 表示	――> 入力	――> f p 2	
a t t p 表示	――> 入力	――> a t t p	
x s 表示	――> 入力	――> x s	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attpbuf = attp;	fs1 = fp1 / xs;	fs2 = fp2 * xs;	
cal_P_S();			
inveps = sqrt(PP) * cosh((double)m * acosh((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1)));			
eps = 1 / inveps;			
attsbuf = 10.0 * log10(inveps * inveps + 1.0);			
cal_m_fc_bw_i();			

(28)para17	Band Pass	Ellipse	次数入力する
Again:			
get_attp();			
遮断特性表示			
m表示	――> 入力	――> m	
f p 1 表示	――> 入力	――> f p 1	
f p 2 表示	――> 入力	――> f p 2	
a t t p 表示	――> 入力	――> a t t p	
x s 表示	――> 入力	――> x s	
if(jisu_chk(m))	goto	Again;	
attpbuf = attp;	fs1 = fp1 / xs;	fs2 = fp2 * xs;	
cal_P_S();			
xsbuf = (fs2 - fs1) / (fp2 - fp1);			
swap_xs();	attsbuf = cal_LL_EE();	swap_xs();	
cal_m_fc_bw();			



(29)para18 BE Flt Butter 次数入力する  
 Again:  
 m表示 ー> 入力 ー> m  
 f p 1 表示 ー> 入力 ー> f p 1  
 f p 2 表示 ー> 入力 ー> f p 2  
 x s 表示 ー> 入力 ー> x s  
 if(jisu\_chk(m)) goto Again;  
 attp <- attp3;  
 cal\_m\_fc\_bw();  
 cal\_fs\_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる

(30)para19 BE Flt Chev 次数入力する  
 Again:  
 get\_attp();  
 m表示 ー> 入力 ー> m  
 f p 1 表示 ー> 入力 ー> f p 1  
 f p 2 表示 ー> 入力 ー> f p 2  
 x s 表示 ー> 入力 ー> x s  
 a t t p 表示 ー> 入力 ー> a t t p  
 if(jisu\_chk(m)) goto Again;  
 attpbuf = attp;  
 cal\_m\_fc\_bw();  
 cal\_fs\_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる

(31)para20 BE Flt InvChev 次数入力する  
 double inveps, lmt;  
 Again:  
 get\_attp();  
 遮断特性表示  
 m表示 ー> 入力 ー> m  
 f p 1 表示 ー> 入力 ー> f p 1  
 f p 2 表示 ー> 入力 ー> f p 2  
 lmt = sqrt(fp2 / fp1);  
 a t t p 表示 ー> 入力 ー> a t t p  
 x s 表示 ー> 入力 ー> x s  
 if(jisu\_chk(m)) goto Again;  
 attpbuf = attp; fs1 = fp1 \* xs; fs2 = fp2 / xs;  
 cal\_P\_S();  
 inveps = sqrt(PP) \* cosh((double)m \* acosh((fp2 - fp1) / (fs2 - fs1)));  
 eps = 1 / inveps;  
 attsbuf = 10.0 \* log10(inveps \* inveps + 1.0);  
 cal\_m\_fc\_bw\_i();

(32)para20 BE Flt Ellipse 次数入力する  
 double lmt;  
 Again:  
 get\_attp();  
 遮断特性表示  
 m表示 ー> 入力 ー> m  
 f p 1 表示 ー> 入力 ー> f p 1  
 f p 2 表示 ー> 入力 ー> f p 2  
 lmt = sqrt(fp2 / fp1);  
 a t t p 表示 ー> 入力 ー> a t t p  
 x s 表示 ー> 入力 ー> x s  
 if(jisu\_chk(m)) goto Again;  
 attpbuf = attp; fs1 = fp1 \* xs; fs2 = fp2 / xs;  
 cal\_P\_S();  
 xsbuf = (fp2 - fp1) / (fs2 - fs1);  
 swap\_xs(); attsbuf = cal\_LL\_EE(); swap\_xs();

```
cal_m_fc_bw();
```

## (1) パラメータの入力

パラメータを入力して、伝達関数を計算するのに必要なパラメータを更新する  
 入力形式 1 は次数を入力しない、2 は次数を入力する

## 1-1 ローパスフィルタ及びハイパスフィルタ

a. バターワース `inp__para1()`

1. `f p`, `a t t p`, `x s`, `a t t s`を入力して  
`m`, `f c`を更新する
2. `m`, `f c`を入力する

b. チェビシェフ `inp__para2()`

1. `f p`, `a t t p`, `x s`, `a t t s`を入力して  
`m`, `a t t p`, `f c`を更新する
2. `m`, `f c`, `a t t p`を入力する (`f p`も更新する)

c. 逆チェビシェフ `inp__para3()`

1. `f p`, `a t t p`, `x s`, `a t t s`を入力して  
`m`, `a t t s`, `f c`を更新する
2. `m`, `f c`, `a t t p`, `x s`を入力して  
`m`, `a t t s`, `f c`を更新する (`f p`も更新する)

$$\frac{1}{\varepsilon} = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \cosh\{m \cosh^{-1}(xs)\}$$

$$atts = 10 \log_{10} \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right)$$

$$f_c = f_s$$

d. 楕円関数 `inp__para4()`

1. `f p`, `a t t p`, `x s`, `a t t s`を入力して  
`m`, `a t t p`, `f c`, `x s`を更新する
2. `m`, `f c`, `a t t p`, `x s`を入力する (`f p`も更新する)

## 1-2 バンドパスフィルタ

a。バターワース `inp_para5()`

- 1。 `f_p1`, `f_p2`, `x_s`, `atts`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`を更新する (`att_p=3.0103`とする)
- 2。 `m`, `f_p1`, `f_p2`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`を更新する (`att_p=3.0103`とする)

b。チェビシェフ `inp_para6()`

- 1。 `f_p1`, `f_p2`, `att_p`, `x_s`, `atts`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `att_p`を更新する
- 2。 `m`, `f_p1`, `f_p2`, `att_p`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `att_p`を更新する

c。逆チェビシェフ `inp_para7()`

- 1。 `f_p1`, `f_p2`, `att_p`, `x_s`, `atts`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `atts`を更新する
- 2。 `m`, `f_p1`, `f_p2`, `att_p`, `x_s`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `atts`を更新する

$$\frac{1}{\varepsilon} = \sqrt{10^{att_p/10} - 1} \cosh \left\{ m \cosh^{-1} \left( \frac{f_{s2} - f_{s1}}{f_{p2} - f_{p1}} \right) \right\}$$

$$atts = 10 \log_{10} \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right)$$

$$f_c = \sqrt{f_{p2} f_{p1}}, bw = 2\pi(f_{s2} - f_{s1})$$

d。楕円関数 `inp_para8()`

- 1。 `f_p1`, `f_p2`, `att_p`, `x_s`, `atts`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `att_p`を更新する
- 2。 `m`, `f_p1`, `f_p2`, `att_p`, `x_s`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `att_p`を更新する

### 1-3 バンドエリミネーションフィルタ

a. バターワース `inp_para9()`

1. `fp1`, `fp2`, `xs`, `atts`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`を更新する (`attp`=3.0103とする)
2. `m`, `fp1`, `fp2`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`を更新する (`attp`=3.0103とする)

b. チェビシェフ `inp_para10()`

1. `fp1`, `fp2`, `attp`, `xs`, `atts`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `attp`を更新する
2. `m`, `fp1`, `fp2`, `attp`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `attp`を更新する

c. 逆チェビシェフ `inp_para11()`

1. `fp1`, `fp2`, `attp`, `xs`, `atts`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `atts`を更新する
2. `m`, `fp1`, `fp2`, `attp`, `xs`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `atts`を更新する

$$\frac{1}{\varepsilon} = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \cosh \left\{ m \cosh^{-1} \left( \frac{f_{p2} - f_{p1}}{f_{s2} - f_{s1}} \right) \right\}$$

$$atts = 10 \log_{10} \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right)$$

$$f_c = \sqrt{f_{p2} f_{p1}}, bw = 2\pi(f_{s2} - f_{s1})$$

d. 楕円関数 `inp_para12()`

1. `fp1`, `fp2`, `attp`, `xs`, `atts`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `attp`を更新する
2. `m`, `fp1`, `fp2`, `attp`, `xs`を入力して  
`m`, `bw`, `fc`, `attp`を更新する

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

1 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{Bs + C}{s + A} \rightarrow \frac{\text{Pr}[1]s + \text{Pr}[2]}{s + \text{Pr}[0]}$$

2 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{Cs^2 + Ds + E}{s^2 + As + B} \rightarrow \frac{\text{Sc}[\nu][2]s^2 + \text{Sc}[\nu][3]s + \text{Sc}[\nu][4]}{s^2 + \text{Sc}[\nu][0]s + \text{Sc}[\nu][1]}$$

(3) 伝達関数をデジタルフィルタに変換する

1 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{\text{Pr}[1]s + \text{Pr}[2]}{s + \text{Pr}[0]} \rightarrow \frac{\text{Pr}[1] + \text{Pr}[2]z^{-1}}{1 + \text{Pr}[0]z^{-1}}$$

2 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{\text{Sc}[\nu][2]s^2 + \text{Sc}[\nu][3]s + \text{Sc}[\nu][4]}{s^2 + \text{Sc}[\nu][0]s + \text{Sc}[\nu][1]} \rightarrow \frac{\text{Sc}[\nu][2] + \text{Sc}[\nu][3]z^{-1} + \text{Sc}[\nu][4]z^{-2}}{1 + \text{Sc}[\nu][0]z^{-1} + \text{Sc}[\nu][1]z^{-2}}$$

(2) から (3) への変換式は次のとおり

サンプリング周波数を  $f_s$  として、 $ts = 1/f_s$  を用いて

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0]$   $p_1 = \text{Pr}[1]$   $p_2 = \text{Pr}[2]$  として

$$\text{Pr}[0] = \frac{-2 + p_0 * ts}{2 + p_0 * ts} \quad \text{Pr}[1] = \frac{2p_1 + p_2 * ts}{2 + p_0 * ts} \quad \text{Pr}[2] = \frac{-2p_1 + p_2 * ts}{2 + p_0 * ts}$$

2 次式については、 $p_0 = \text{Sc}[\nu][0]$   $p_1 = \text{Sc}[\nu][1]$   $p_2 = \text{Sc}[\nu][2]$   $p_3 = \text{Sc}[\nu][3]$   $p_4 = \text{Sc}[\nu][4]$  として

$$\begin{aligned} \text{Sc}[\nu][0] &= \frac{2(-4 + p_1 t_s^2)}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} & \text{Sc}[\nu][1] &= \frac{4 - 2p_0 t_s + p_1 t_s^2}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} \\ \text{Sc}[\nu][2] &= \frac{4p_2 + 2p_3 t_s + p_4 t_s^2}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} & \text{Sc}[\nu][3] &= \frac{2(-4p_2 + p_4 t_s^2)}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} \\ \text{Sc}[\nu][4] &= \frac{4p_2 - 2p_3 t_s + p_4 t_s^2}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} \end{aligned}$$

(4) アナログフィルタの角周波数  $\omega$  におけるゲインの計算

$$s = j\omega \quad j = \sqrt{-1} \text{ として、 } A = 0$$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0] \quad p_1 = \text{Pr}[1] \quad p_2 = \text{Pr}[2]$  として

$$A+ = 20\log_{10}\{abs(p_1 * s + p_2)\}$$

$$A- = 20\log_{10}\{abs(s + p_0)\}$$

2 次式については、 $p_0 = \text{Sc}[v][0] \quad p_1 = \text{Sc}[v][1] \quad p_2 = \text{Sc}[v][2]$  として  
 $p_3 = \text{Sc}[v][3] \quad p_4 = \text{Sc}[v][4]$

2 次式の個数を  $lp+1$  とすると、

```
for(v = 0; v <= lp; v++){
    A+ = 20log10{abs(p2 * s^2 + p3 * s + p4)};
    A- = 20log10{abs(s^2 + p0 * s + p1)};
}
```

(5) アナログフィルタの角周波数  $\omega$  における位相の計算

$$s = j\omega \quad j = \sqrt{-1} \text{ として、 } A = 0$$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0] \quad p_1 = \text{Pr}[1] \quad p_2 = \text{Pr}[2]$  として

$$A = \text{arg\_adjust}\{A + \text{arg}(p_1 * s + p_2)\}$$

$$A = \text{arg\_adjust}\{A - \text{arg}(s + p_0)\}$$

$$\text{arg\_adjust}(\text{double } A)\{$$

$$\text{if}(A > \pi) A- = 2\pi;$$

$$\text{if}(A < -\pi) A+ = 2\pi;$$

$$\text{return}(A);$$

}

2 次式については、 $p_0 = \text{Sec}[v][0] \quad p_1 = \text{Sec}[v][1] \quad p_2 = \text{Sec}[v][2]$  として  
 $p_3 = \text{Sec}[v][3] \quad p_4 = \text{Sec}[v][4]$

2 次式の個数を  $lp+1$  とすると、

```
for(v = 0; v <= lp; v++){
    A = arg_adjust{A + arg(p2 * s^2 + p3 * s + p4)};
    A = arg_adjust{A - arg(s^2 + p0 * s + p1)};
}
```

(5) デジタルフィルタの角周波数  $w$  におけるゲインの計算

$$z^{-1} = \exp(-j\omega * t_s) \quad j = \sqrt{-1} \text{ として、 } A = 0$$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0] \quad p_1 = \text{Pr}[1] \quad p_2 = \text{Pr}[2]$  として

$$A+ = 20\log_{10}\left\{abs\left(p_1 + p_2 * z^{-1}\right)\right\}$$

$$A- = 20\log_{10}\left\{abs\left(1 + p_0 * z^{-1}\right)\right\}$$

2 次式については、 $p_0 = Sc[v][0] \quad p_1 = Sc[v][1] \quad p_2 = Sc[v][2]$  として  
 $p_3 = Sc[v][3] \quad p_4 = Sc[v][4]$

2 次式の個数を  $lp+1$  とすると、

$$\begin{aligned} &for(v=0; v \leq lp; v++)\{ \\ &\quad A+ = 20\log_{10}\left\{abs\left(p_2 + p_3 * z^{-1} + p_4 * z^{-2}\right)\right\}; \\ &\quad A- = 20\log_{10}\left\{abs\left(1 + p_0 * z^{-1} + p_1 * z^{-2}\right)\right\}; \\ &\} \end{aligned}$$

(6) デジタルフィルタの角周波数  $w$  における位相の計算

$$z^{-1} = \exp(-j\omega * t_s) \quad j = \sqrt{-1} \text{ として、 } A = 0$$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0] \quad p_1 = \text{Pr}[1] \quad p_2 = \text{Pr}[2]$  として

$$A = \text{arg\_adjust}\left\{A + \text{arg}\left(p_1 + p_2 * z^{-1}\right)\right\}$$

$$A = \text{arg\_adjust}\left\{A - \text{arg}\left(1 + p_0 * z^{-1}\right)\right\}$$

$$\text{arg\_adjust}(\text{double } A)\{$$

$$\quad \text{if}(A > \pi) A- = 2\pi;$$

$$\quad \text{if}(A < -\pi) A+ = 2\pi;$$

$$\quad \text{return}(A);$$

}

2 次式については、 $p_0 = Sc[v][0] \quad p_1 = Sc[v][1] \quad p_2 = Sc[v][2]$  として  
 $p_3 = Sc[v][3] \quad p_4 = Sc[v][4]$

2 次式の個数を  $lp+1$  とすると、

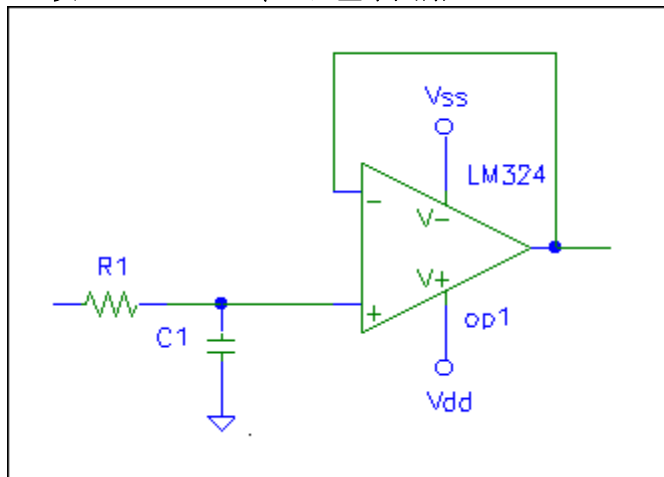
$$\begin{aligned} &for(v=0; v \leq lp; v++)\{ \\ &\quad A = \text{arg\_adjust}\left\{A + \text{arg}\left(p_2 + p_3 * z^{-1} + p_4 * z^{-2}\right)\right\}; \\ &\quad A = \text{arg\_adjust}\left\{A - \text{arg}\left(1 + p_0 * z^{-1} + p_1 * z^{-2}\right)\right\}; \\ &\} \end{aligned}$$



# アナログフィルタの合成 (素子値を E 2 4 シリーズに合わせる)

## 第 1 1 章 ローパスフィルタの合成

### 1 次のローパスフィルタ基本回路



l p 1 \_ 1 . c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)}$$

### バターワース ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$$

上の 2 つの式から、

$$\omega_c = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1} \quad (11-1)$$

### 素子値を E 2 4 シリーズに合わせる手順

### 「手順 1」

1  $C_1 = 0.01 \mu F$  から、スタートする。

2  $i_e = 1$

$C_m = C_1$  の仮数部、 $C_y = C_1$  の指数部とする。

$C_m = E 2 4 [i_0]$  に最も近い  $i_0$  を求める。

$i = 0$ 、 $C_m = E 2 4 [i_0 + i]$

3 (11-1) により、 $R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1}$  を計算する。  $er = 0.002 * i_e$

4  $R_m = R_1$  の仮数部、 $R_y = R_1$  の指数部として、 $R_m$  が E 2 4  $[i_1]$  に最も近い  $i_1$  を求める。その時の誤差  $fabs(er) < er$  なら 7 にいく。

5 そうでなければ、 $i++$  ;  $i < 24$  なら、 $C_m = E_{24}[i0+1]$ 、 $C_1 = C_m * C_y$  として、3に戻る。

6  $i = 24$  ならば、 $i = 0$ 、 $C_m = E_{24}[i0+i]$ 、 $C_1 = C_m * C_y$  として、3に戻る。

7  $C_1$ 、 $R_1$  および誤差を表示して、確認を求める。

$C_1$  を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。

$R_1$  を変更するなら、入力してもらい  $C_1 = \frac{1}{\omega_c R_1}$  として 2 に戻る。

次の候補を確認するならば、5 に戻る。

変更がなければ完了。

#### チェビシェフ及び逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d}$$

従って、

$$\omega_d = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{\omega_d C_1} \quad (11-2)$$

#### 素子値をE24シリーズに合わせる手順

「手順1」において、 $\omega_c$ の代わりに $\omega_d$ を使用します。

#### 楕円関数 ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma}$$

従って、

$$\sigma = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{C_1 \sigma} \quad (11-3)$$

#### 素子値をE24シリーズに合わせる手順

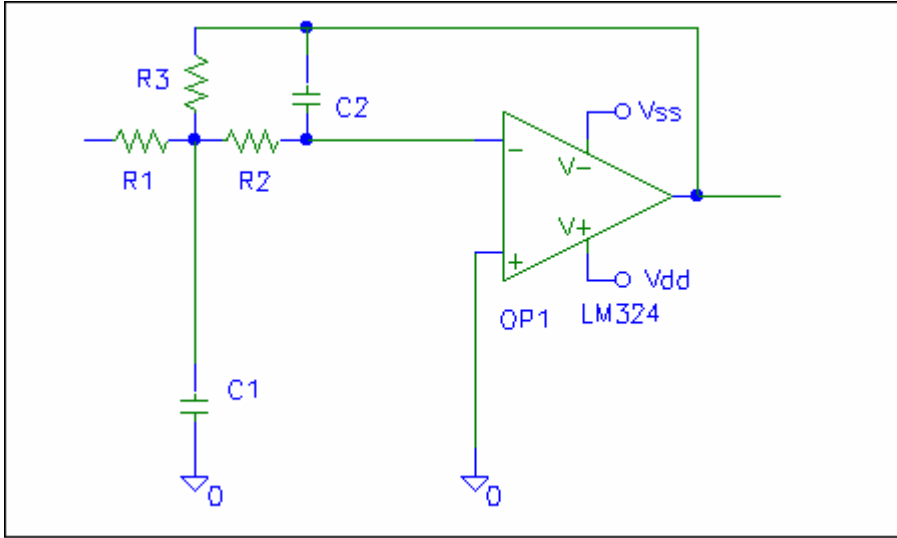
「手順1」において、 $\omega_c$ の代わりに $\sigma$ を使用します。

```

/*      「手順1」の2 の処理プログラムの例
      g e t c l ( C 1 , & C y , & i 0 )
      関数値として誤差を返す                                */
double  getcl(double    d, double*yd, int *i)
{
double  md, ld, mc, err1, err2;
int      nd, i0;
      ld = log10(d);
      nd = (int)floor(ld);
      md = pow(10.0, ld - nd);
      i0 = (int)((ld - nd) * 24.0);
      err1 = fabs((md-e24[i0])/md);
      err2 = fabs((md-e24[i0+1])/md);
      if(err1>err2)    {
          i0++;
          err1 = err2;
      }
      if(i0 >= 24) {
          nd++;
          i0 -= 24;
      }
      *i = i0;
      *yd = pow(10.0, nd);
      return err1;
}

```

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 1 \_ 2 . c i r



l p a t 1 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}$$

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

従って、 $R_1 = R_3$

$$C_2 = C \quad C_1 = mC$$

$$R_1 = R \quad R_2 = kR$$

とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (11-4)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{1+2k}{mkCR} \quad (11-5)$$

(11-4) と (11-5) から、

$$4Q_k^2 k^2 + (4Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0 \quad (11-6)$$

$$k > 0 \text{ より、} m \geq 8Q_k^2 \quad (11-7)$$

このとき、

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2} \quad (11-8)$$

素子値をE 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 2」

2 次のローパスフィルタ回路形式 1 1 p a t 1 \_ 2 . c i r 用

- 1 与えられた、 $\omega_{ck}, Q_k$  から  $Q_{k2} = 8Q_k^2$  を計算する。

$C_2 = 0.01\mu F$  から、スタートする。e r 0 = 0. 0 0 2 5

- 2  $C_2 m = C_2$  の仮数部、 $C_2 y = C_2$  の指数部とする。

$C_2 m = E 2 4 [i 0]$  に最も近い  $i 0$  を求める。

$i e = 1$  ;  $i 0 2 = 0$  ; e r = e r 0

- 3  $C_2 = E 2 4 [i 0 + i 0 2] * C_2 y$

$m = Q_{k2}$  ;  $C_1 = m * C_2$

$C_1$  より小さくない、最小の E 2 4 シリーズの値を求める。

$C_1 m = E 2 4 [i 1]$  ;

$i 1 2 = 0$

- 4  $m = E 2 4 [i 1 + i 1 2] * C_1 y / C_2$

もしも、 $m > 1 0 0 * Q_{k2}$  なら

もしも、 $++ i 0 2 < 2 4$  なら 3 に戻る。

e r = e r 0 \* ( ++ i e ) ;  $i 0 2 = 0$  ; 3 に戻る。

(誤差の許容範囲を拡大している)

$$k = \frac{m - 4Q_k + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2}, R_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}C_2}$$

$R_1 m = E 2 4 [i 2]$  に最も近い  $i 2$  と誤差を求める。

誤差が e r より小さければ、6 に行く。

- 5 そうでなければ、 $++ i 1 2 < 2 4$  なら、4 に戻る。

$i 1 2 = 2 4$  になったら、 $i 1 2 = 0$  ;  $C_1 y * = 1 0. 0$  ; 4 に戻る。

- 6  $R_2 = k * R_1$  ;

$R_2 m = E 2 4 [i 2]$  に最も近い、 $i 2$  と誤差を求める。

誤差が e r より大きければ、5 の戻る。

- 7  $C_1 = E 2 4 [i 1 + i 1 2] * C_1 y$

- 8  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $R_1$ 、 $R_2$  および誤差を表示して、確認を求める。

$C_2$  を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。

$R_1$  を変更するなら、入力してもらい  $C_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}R_1}$  として 2 に戻る。

次の候補を確認するならば、5 に戻る。

変更がなければ完了。

／＊ 「手順２」の３の処理のプログラム例

関数値として、与えられた数値より小さくなくて、

E 2 4 シリーズに該当する数値を返す。

与えられた数値の指数部を表わす変数を書き換える ＊／

```
double getg(double d, double*yd, int *i)
{
double mc, yc;
int i0;
mc = d;
getc1(mc, &yc, &i0); mc = e24[i0] * yc;
if(mc < d) i0++;
mc = e24[i0] * yc;
*yd = yc;
*i = i0;
return mc;
}
```

／＊ 「手順２」全体の処理のプログラム例

２次ローパスフィルタの回路形式１用 lpat1\_2.cir

$$\frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)} = \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad * /$$

```
void cal_rc_b1(int j)
{
int x, y, i0, i1, i2, i02, i12, kp, ie;
long int count=0L;
double Qk, wck, Qk2, R1, R2, R3, C1, C2, R1y, R2y, C1y, C2y, mm, kk;
double er, er0, rcin, ert1, ert2;
er0 = 0.0025;
y=wherey();
kp = j + 1;
wck = pow(co[j][1], 0.5);
Qk = wck/co[j][0];
Qk2 = 8.0*Qk*Qk;
```

```

        C2 = pow(10.0, -8.0);
loop_b1_0:
        getc1(C2, &C2y, &i0);      count++;
        if(j == 8)      y = 7;
        i02 = 0; ie = 1; er = er0;
loop_b1_1:
        C2 = e24[i0+i02] * C2y;
        mm = Qk2;
        C1 = mm * C2;
        C1 = getg(C1, &C1y, &i1); count++;
        i12 = 0;
loop_b1_2:
        mm = e24[i1+i12] * C1y/C2;
        if(mm > 100.0 * Qk2) {
                if((++i02) < 24) goto    loop_b1_1;
                er = er0 * (double)(++ie);      i02 = 0;
                goto    loop_b1_1;
        }
        kk = (mm-Qk2/2+sqrt(mm*(mm-Qk2)))/Qk2;
        R1 = 1.0/C2/wck/sqrt(mm*kk);      count += 2;
        if(getc1(R1, &R1y, &i2) < er)      goto    loop_b1_3;
loop_b1_21:
        if((++i12) >= 24) {
                i12 = 0; C1y *= 10.0;
        }
        goto    loop_b1_2;
loop_b1_3:
        R2 = kk * R1;      count += 2;
        if(getc1(R2, &R2y, &i2) < er)      goto    loop_b1_4;
        goto    loop_b1_21;
loop_b1_4:
        C1 = e24[i1+i12] * C1y;
loop_b1_41:
        locate(1, y);      clrblw();
        ert2 = getc1(R1, &R1y, &i2);
        ert1 = ert2 * ert2;

```

```

ert2 = getc1(R2, &R1y, &i2);
ert1 += ert2 * ert2;
ert2 = getc1(C1, &C1y, &i2);
ert1 += ert2 * ert2;
ert2 = getc1(C2, &C2y, &i2);
ert1 += ert2 * ert2;
ert1 = sqrt(ert1) * 100.0;
ert2 = sqrt(1.0/C1/C2/R2/R1);
ert2 = (wck-ert2)/wck*100.0;    count += 5;
printf("R1_d=%-9s R2_d=%-9s R3_d=%-9s¥n",
        kp, i_unit(su[0], R1), kp, i_unit(su[1], R2), kp, i_unit(su[2], R1));
printf("C1_d=%-9s C2_d=%-9s Err= %lf erwc %lf count %ld¥n",
        kp, i_unit(su[0], C1), kp, i_unit(su[1], C2), ert1, ert2, count);
locate(1, 23);    clrblw();
printf("R1_d を変更するなら R, C2_d なら C, 係数 なら k, OK なら G ",
        kp, kp);
x = wherex();
if((j == 7) && (m != 8)) {
    locate(1, 24);
    printf("G なら、計算値の表示を初期化します");
}
locate(x, 23);
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]) {
    case 'r':    goto    loop_rc_r;
    case 'c':    goto    loop_rc_c;
    case 'k':    goto    loop_b1_21;
    case 'g':
        if(ert1 > 1e-10) {
            locate(1, 23);    clrblw();
            printf("E24 シリーズの値で近似しますか Y/N ");
            get_lower_string(buf);
            if(buf[0] == 'y')    {
                getc1(R1, &R1y, &i2);    R1 = e24[i2]*R1y;
                getc1(R2, &R2y, &i2);    R2 = e24[i2]*R2y;
                getc1(C1, &C1y, &i2);    C1 = e24[i2]*C1y;
            }
        }
    }
}

```

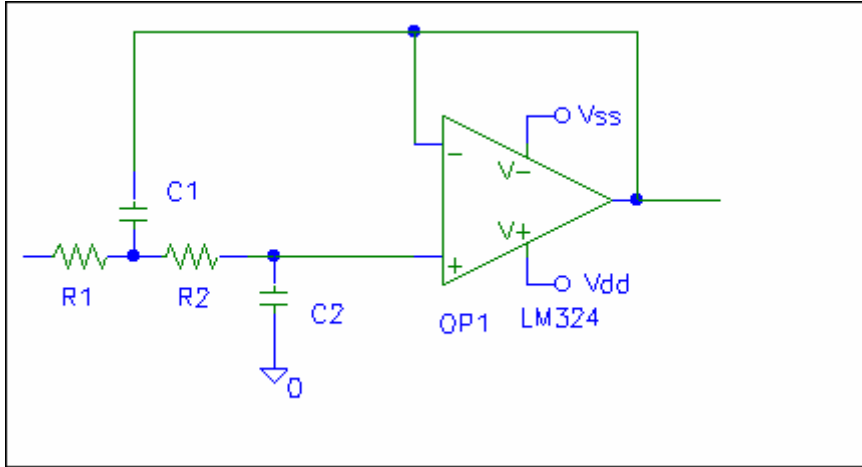


```

                                getc1(C2,&C2y,&i2);      C2 = e24[i2]*C2y;
                                count    += 4;
                                goto      loop_b1_41;
                                }
                                }
                                locate(1,y+2);  clrblw();
                                wrt_ckt_fl(kp,R1,R2,R1,C1,C2);
                                return;
                                default:goto     loop_b1_4;
                                }
loop_rc_r:
    locate(1,23);  clrblw();
    printf("R1_%d=%-9s  ",kp,i_unit(su[0],R1));
    rcin = r_num(get_lower_string(buf));
    if(buf[0] == '¥0')      goto      loop_b1_0;
    if(rcin<=0)      goto      loop_rc_r;
    R1 = rcin;      C2 = 1.0/R1/wck/sqrt(mm*kk);
    count    += 2;
    locate(1,23);  clrblw();
    goto      loop_b1_0;
loop_rc_c:
    locate(1,23);  clrblw();
    printf("C2_%d=%-9s  ",kp,i_unit(su[0],C2));
    rcin = r_num(get_lower_string(buf));
    if(buf[0] == '¥0')      goto      loop_b1_0;
    if(rcin<=0)      goto      loop_rc_c;
    C2 = rcin;
    R1 = 1.0/C2/wck/sqrt(mm*kk);
    count    += 2;
    locate(1,23);  clrblw();
    goto      loop_b1_0;
}

```

## 2次のローパスフィルタ基本回路 1 p a t 2 \_\_ 2 . c i r



1 p a t 2 \_\_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{1}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

従って、 $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$  とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2}$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} = \frac{1+k}{mkCR}$$

よって、与えられた正の実数 $m$ に対して、 $k$ は

$Q_k^2 k^2 + (2Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0$  を満足するはずです。判別式から、

$$D = (2Q_k^2 - m)^2 - 4Q_k^4 = m(m - 4Q_k^2) \geq 0$$

$$\therefore m \geq 4Q_k^2$$

$$\text{上記の } m \text{ に対して、 } k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{2Q_k^2}$$

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF$$

素子値をE 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 3」

2 次のローパスフィルタ回路形式 1 1 p a t 2 \_ 2 . c i r 用

- 1 与えられた、 $\omega_{ck}, Q_k$  から  $Q_{k2} = 4Q_k^2$  を計算する。

$C_2 = 0.01\mu F$  から、スタートする。e r 0 = 0. 0 0 2 5

- 2  $C_{2m} = C_2$  の仮数部、 $C_{2y} = C_2$  の指数部とする。

$C_{2m} = E 2 4 [i 0]$  に最も近い  $i 0$  を求める。

$i e = 1$  ;  $i 0 2 = 0$  ; e r = e r 0

- 3  $C_2 = E 2 4 [i 0 + i 0 2] * C_{2y}$

$m = Q_{k2}$  ;  $C_1 = m * C_2$

$C_1$  より小さくない、最小の E 2 4 シリーズの値を求める。

$C_{1m} = E 2 4 [i 1]$  ;

$i 1 2 = 0$

- 4  $m = E 2 4 [i 1 + i 1 2] * C_{1y} / C_2$

もしも、 $m > 1 0 0 * Q_{k2}$  なら

もしも、 $++ i 0 2 < 2 4$  なら 3 に戻る。

e r = e r 0 \* ( ++ i e ) ;  $i 0 2 = 0$  ; 3 に戻る。

(誤差の許容範囲を拡大している)

$$k = \frac{m - 2Q_k + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{4Q_k^2}, R_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}C_2}$$

$R_{1m} = E 2 4 [i 2]$  に最も近い  $i 2$  と誤差を求める。

誤差が e r より小さければ、6 に行く。

- 5 そうでなければ、 $++ i 1 2 < 2 4$  なら、4 に戻る。

$i 1 2 = 2 4$  になったら、 $i 1 2 = 0$  ;  $C_{1y} *= 1 0. 0$  ; 4 に戻る。

- 6  $R_2 = k k * R_1$  ;

$R_{2m} = E 2 4 [i 2]$  に最も近い、 $i 2$  と誤差を求める。

誤差が e r より大きければ、5 の戻る。

- 7  $C_1 = E 2 4 [i 1 + i 1 2] * C_{1y}$

- 8  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $R_1$ 、 $R_2$  および誤差を表示して、確認を求める。

$C_2$  を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。

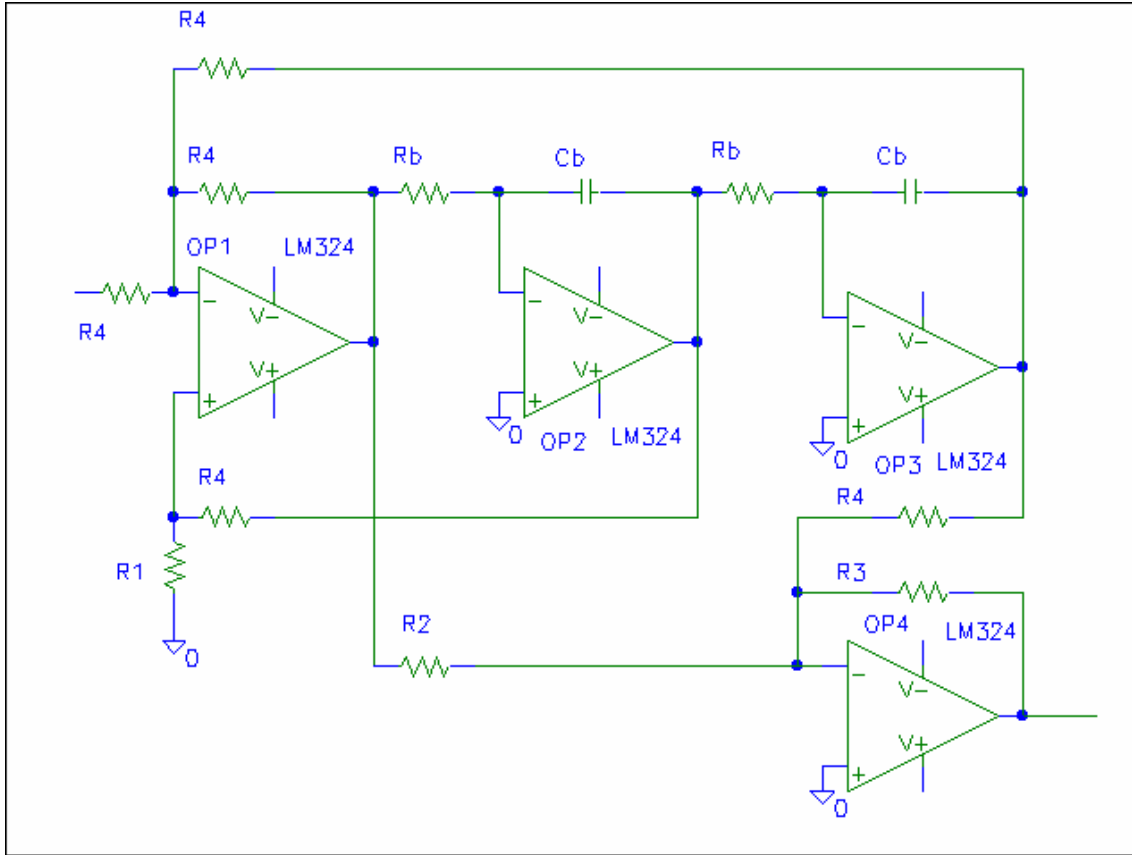
$R_1$  を変更するなら、入力してもらい  $C_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}R_1}$  として 2 に戻る。

次の候補を確認するならば、5 に戻る。

変更がなければ完了。

\*\*\* 「手順 2」とは、1 の  $Q_{k2}$ 、4 の  $k$  の式が異なるだけ。

2次のローパスフィルタ基本回路 lpet1\_2.cir



l p e t 1 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}}$$

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 r_k^2 (s^2 + 1/r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

2つの式の係数を比較して、

$$\frac{R_3}{R_2} = \omega_{ck}^2 r_k^2, \quad \omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2}, \quad 1/r_k^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ck}^2, \quad \frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)}$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_k - 1} \quad \left( Q_k > \frac{1}{3} \right), \quad R_2 = \frac{R_4}{r_k^2 \omega_{ck}^2}$$

$$FSF = \omega_{ck}, R_b = Z, C_b = 1/Z / FSF, R_3 = R_4$$

素子値を E 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 4」

2 次のローパスフィルタ回路形式 1 1 p e t 1 \_ 2 . c i r 用

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$  の形で与えられるものとします。

$$\text{各係数を } \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)}s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \text{ と合わせます。}$$

1 与えられた係数から、

$\omega_{ck2} = co[j][1], G = co[j][2], \omega_{b2} = co[j][3]$  を代入する。次に、

$\omega_{ck} = \sqrt{\omega_{ck2}}, Q_k = \omega_{ck} / co[j][0]$  を計算する。

2 C b = 0 . 0 1 u F ; R 3 = 1 0 K ; e r 0 = 0 . 0 0 2 5

3 C b m = C b の仮数部、C b y = C b の指数部とする。

C b m = E 2 4 [ i 0 ] に最も近い i 0 を求める。

i 0 2 = 0 ; i e = 1 ; e r = e r 0

4 C b = E 2 4 [ i 0 + i 0 2 ] \* C b y ; R b = 1 . 0 / w c k / C b

R b m = R b の仮数部、R b y = R b の指数部とする。

R b m = E 2 4 [ i 1 ] に最も近い i 1 を求め、

R b m の E 2 4 シリーズからの誤差が e r 以下ならば 6 に行く。

5 誤差が e r より大きい時

++ i 0 2 ; i 0 2 < 2 4 なら、4 に戻る。

i 0 2 = 2 4 なら、i 0 2 = 0 ; e r = e r 0 \* ( ++ i e ) 4 に戻る

6 C b , R b 及び w c k からの誤差を表示して確認を求める。

R b を変更するなら、入力して C b = 1 . 0 / w c k / R b ; 3 に戻る

C b を変更するなら、入力して 3 に戻る

次の候補を確認するなら、5 に戻る

これで良ければ、7 に行く

7 E 2 4 シリーズの値で近似するなら

R b = E 2 4 [ i 1 ] \* R b y ; 6 に戻る

E 2 4 シリーズに近似しなければ、8 に行く

8 R 4 m = R 4 の仮数部、R 4 y = R 4 の指数部とする。同様に、R 1 、R 2 、R 3 の仮数部、指数部を R 1 m 、R 2 m 、R 3 m 、R 1 y 、R 2 y 、R 3 y とする。

$R_{4m} = E_{24} [i_0]$  に最も近い  $i_0$  を求める。

$i_{02} = 0 ; i_e = 1 ; e_r = e_{r0}$

9  $R_4 = E_{24} [i_0 + i_{02}] * R_{4y}$ ;  $R_1 = R_4 / (3 * Q_k - 1.0)$ ;  
 $R_{1m} = E_{24} [i_1]$  に最も近い  $i_1$  を求める  
 $E_{24}$  シリーズからの誤差が  $e_r$  より小さければ、11 に行く  
 10 誤差が  $e_r$  より大きければ、 $++i_{02}$ ;  $i_{02} < 24$  なら 9 に戻る  
 $i_{02} = 24$  なら、 $i_{02} = 0$ ;  $e_r = e_{r0} * (++ie)$ ; 9 に戻る  
 11  $R_2 = R_4 * w_{b2} / w_{ck2}$ ;  $ie_2 = 1$ ;  $e_r = e_{r0} * ie_2$ ;  
 12  $R_{2m} = E_{24} [i_2]$  に最も近い  $i_2$  を求める  
 $E_{24}$  シリーズからの誤差が  $e_r$  より小さければ、15 に行く  
 13 誤差が  $e_r$  より大きければ、  
 $++ie_2$ ;  $ie_2 < 19$  なら、 $e_r = e_{r0} * ie_2$ ; 12 に戻る  
 14  $ie_2 = 19$  ならば、 $e_r = e_{r0} * ie$ ; 10 に戻る。  
 15  $R_3 = G * R_4 * w_{b2} / w_{ck2}$ ;  $ie_3 = 1$ ;  $e_r = e_{r0} * ie_3$   
 16  $R_{3m} = E_{24} [i_3]$  に最も近い  $i_3$  を求める。  
 $E_{24}$  シリーズからの誤差が  $e_r$  より小さければ、19 に行く  
 17 誤差が  $e_r$  より大きければ、  
 $++ie_3$ ;  $ie_3 < 20$  なら、 $e_r = e_{r0} * ie_3$ ; 16 に戻る  
 18  $ie_3 = 20$  ならば、 $e_r = e_{r0} * ie$ ; 10 に戻る  
 19  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $R_4$  を表示して、確認を求める。  
 $R_1$  を変更するなら、入力して、 $R_4 = (3 * Q_k - 1.0) * R_1$   
 8 に戻る。  
 $R_2$  を変更するなら、入力して、 $R_4 = R_2 * w_{ck2} / w_{b2}$   
 8 に戻る。  
 $R_3$  を変更するなら、入力して、 $R_4 = R_3 * w_{ck2} / w_{b2} / G$   
 8 に戻る。  
 $R_4$  を変更するなら、入力して、8 に戻る。  
 次の候補を確認するなら、10 に戻る  
 これで良ければ、20 に行く  
 20  $E_{24}$  シリーズの値に近似するなら  
 $R_1 = E_{24} [i_1] * R_{1y}$ ;  $R_2 = E_{24} [i_2] * R_{2y}$ ;  
 $R_3 = E_{24} [i_3] * R_{3y}$ ; 15 に戻る  
 21  $E_{24}$  シリーズの値に近似しなければ、完了

楕円関数ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{m/2} \sqrt[m/2]{C_H} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{even})$$

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \sqrt[(m-1)/2]{C_H \sigma} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{odd})$$

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$  の形で与えられるものとします。

各係数を  $\frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}}$  と合わせます。

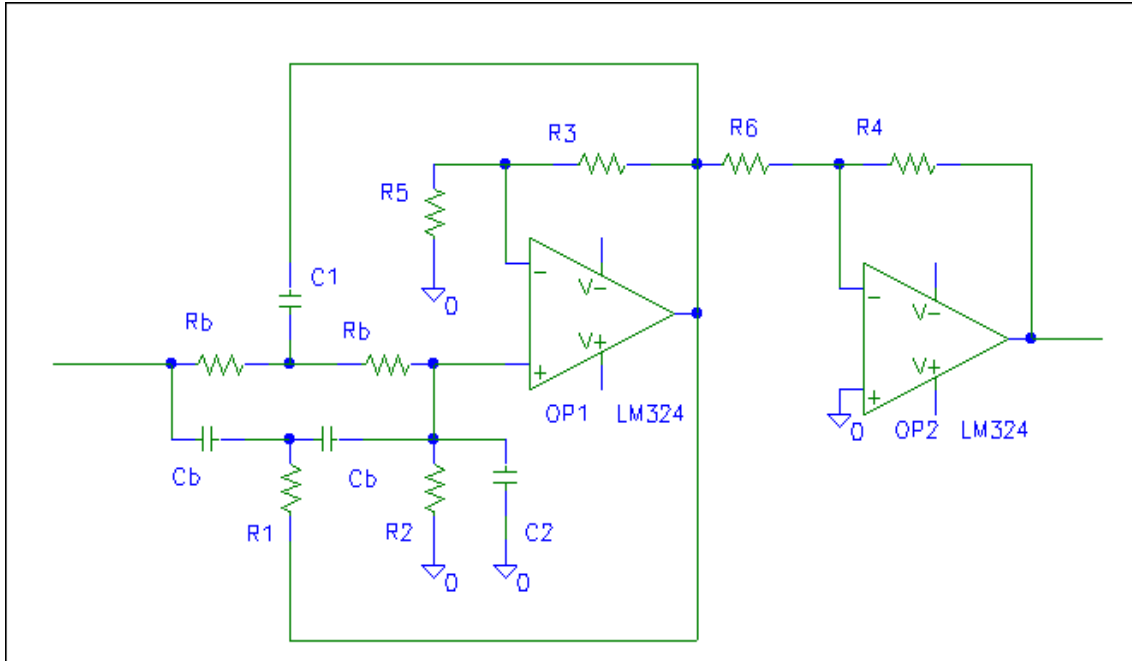
「手順4」がそのまま使用可能です。co[j][2] をフィルタの次数が偶数か奇数かによって正しく計算しておきます。

$$co[j][2] = \frac{1}{\sqrt[m/2]{C_H}} (m = \text{even}), \quad co[j][2] = \frac{1}{\sqrt[(m-1)/2]{C_H \sigma}} (m = \text{odd})$$

$$co[j][0] = p_v, \quad co[j][1] = q_v, \quad co[j][3] = (x_v \omega_p)^2$$



2 次のローパスフィルタ基本回路 lpet2\_2. cir



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

l p e t 2 \_ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}}$$

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 r_k^2 (s^2 + 1/r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

楕円関数ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{m/2} \sqrt[2]{C_H} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{even})$$

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \sqrt[2]{C_H} \sigma [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{odd})$$

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$  の形で与えられるものとします。

各係数を  $\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)}}$  と合わせます。

MC A C T 2 で使用している基本フィルタ回路

### 1 次のローパスフィルタ基本回路

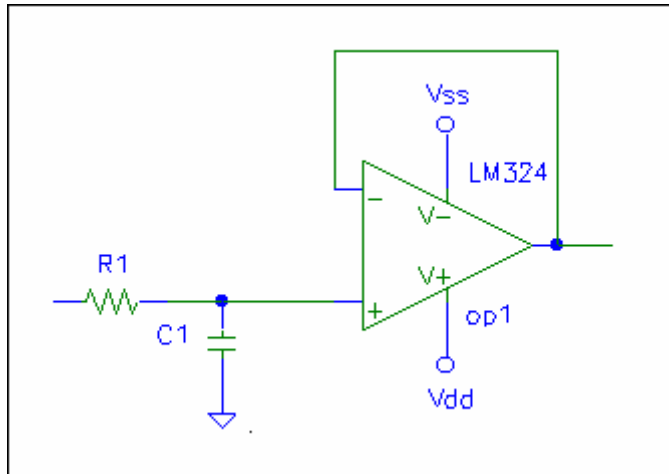


図 2 - 1 1 次のローパスフィルタ基本回路 1 lp1\_1.cir

lp1\_1.cir の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (2 - 1)$$

### 2 次のローパスフィルタ基本回路

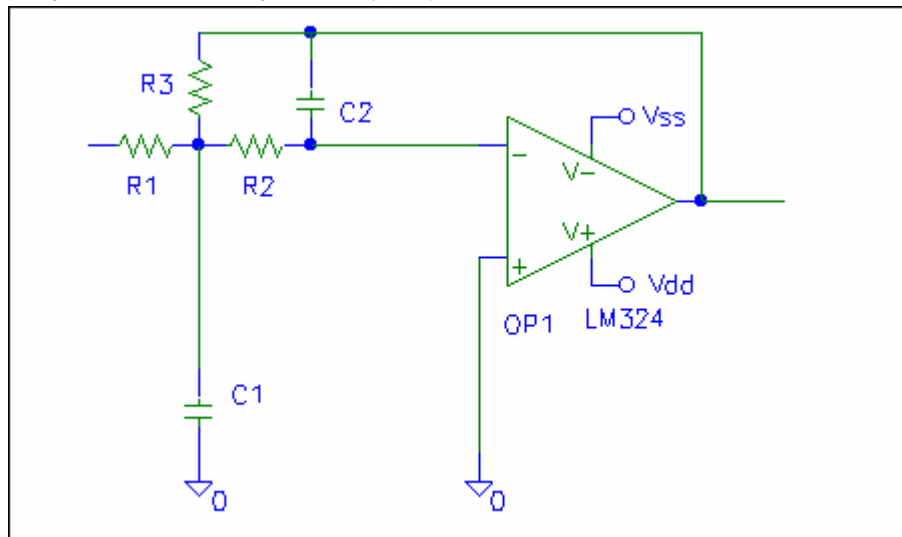


図 2 - 3 2 次のローパスフィルタ基本回路 L P 1

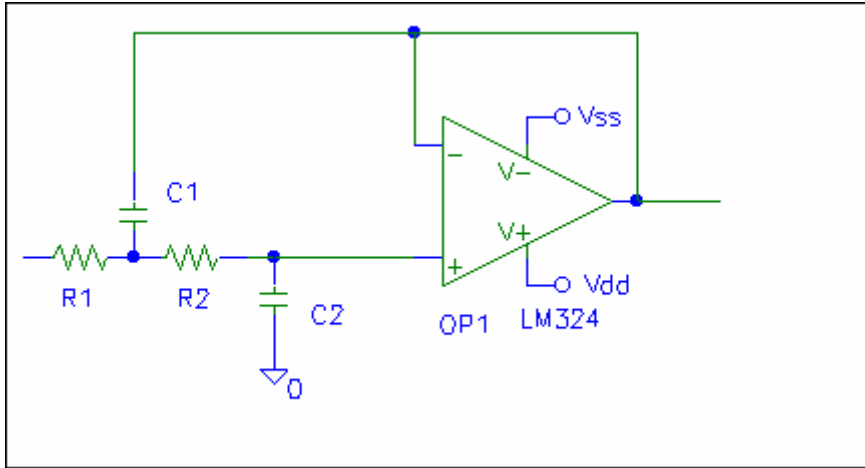


図 2－4 2次のローパスフィルタ基本回路 LP 2

LP 1 の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)} \quad (2-3)$$

LP 2 の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{\frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (2-4)$$

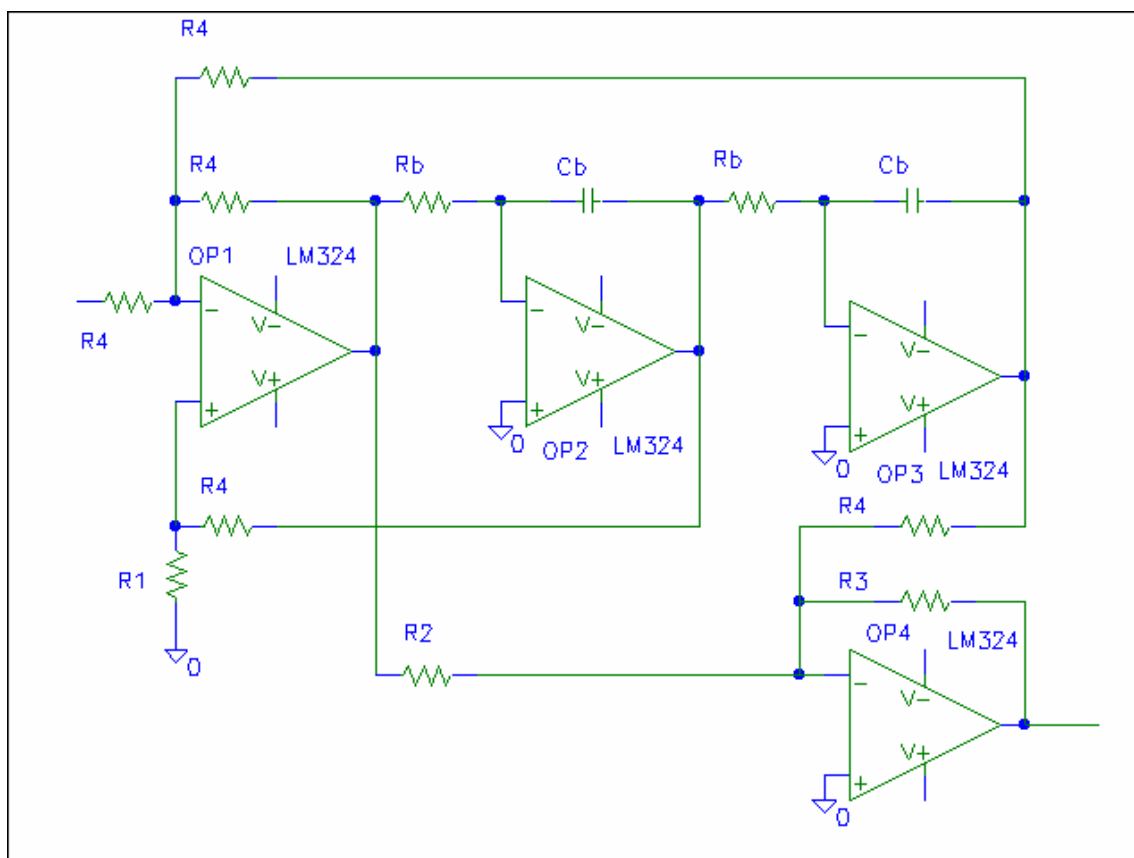
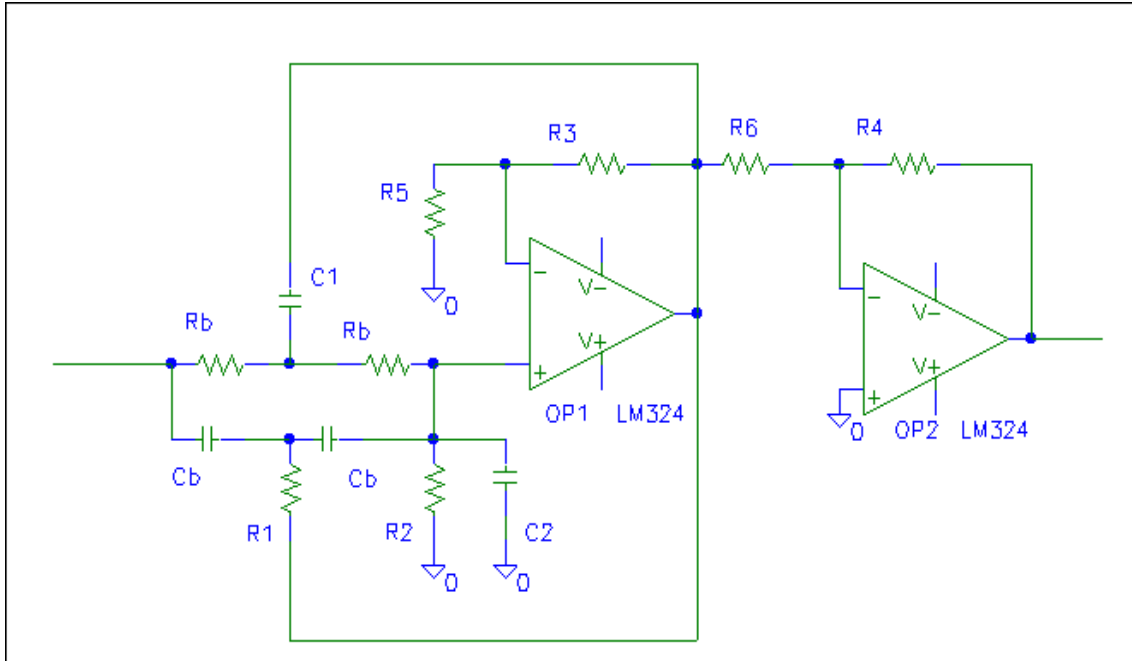


図 2-5 2次のローパスフィルタ基本回路 LP3, HP3, BP3, BE1  
ハイパス、バンドパス、BEフィルタでも同じ回路を使用する

LP3, HP3, BP3, BE1の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (2-5)$$



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

図 2-6 2 次のローパスフィルタ基本回路 LP4, HP4, BP4, BE2  
ハイパス、バンドパス、BEフィルタでも同じ回路を使用する

LP4, HP4, BP4, BE2 の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (2-6)$$

1 次のハイパスフィルタ基本回路

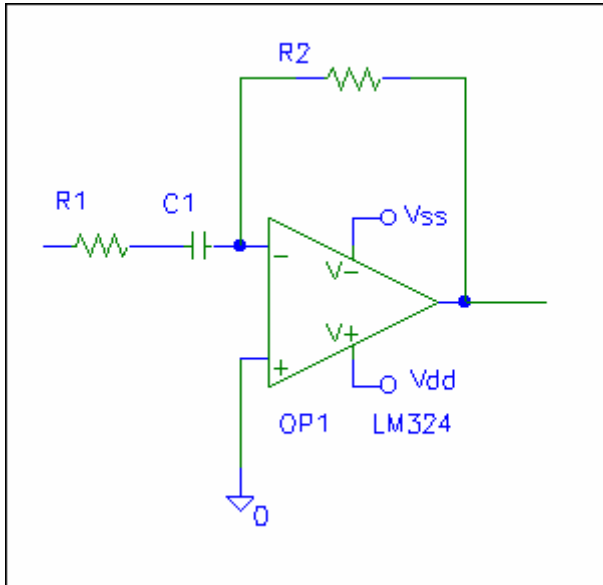


図 4 - 1 1 次のハイパスフィルタ基本回路 1 hpl\_1.cir

h p l \_ 1 . c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{s}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (4 - 1)$$

2 次のハイパスフィルタ基本回路

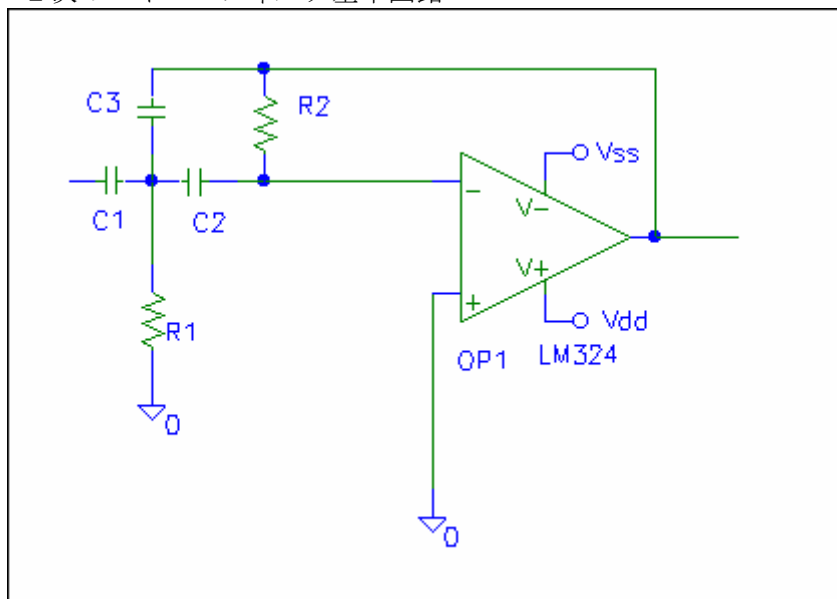


図 4 - 2 2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP 1

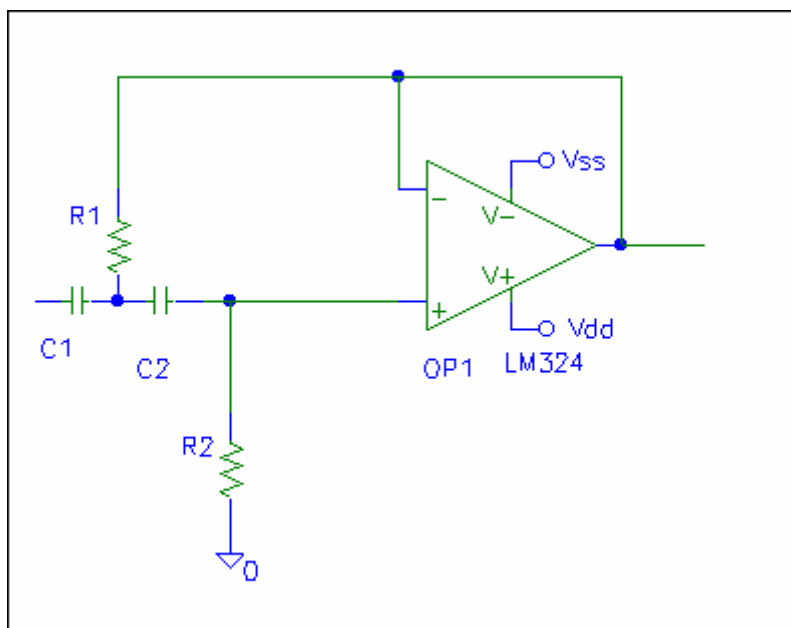


図 4 - 3 2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP 2



HP 1 の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{C_1}{C_3} \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} s + \frac{1}{C_2 C_3 R_1 R_2}} \quad (4-2)$$

HP 2 の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (4-3)$$

1 次のバンドパスフィルタ基本回路

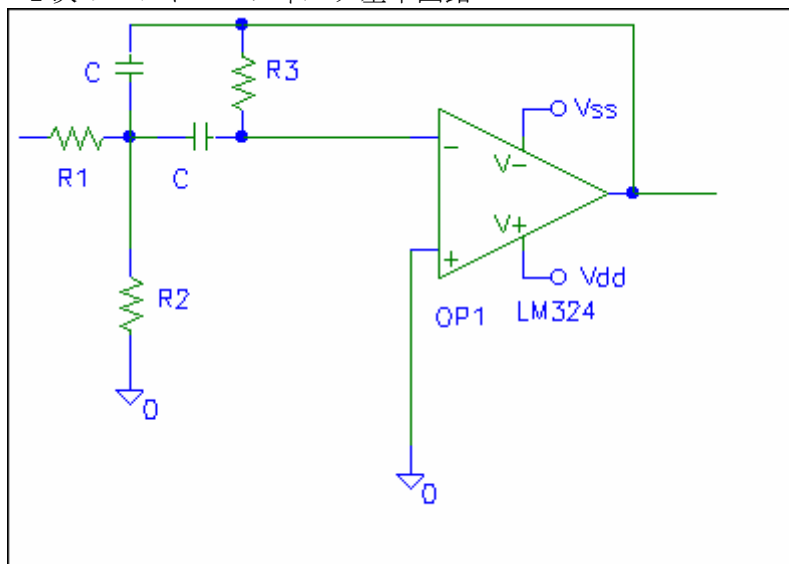


図 6-1 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 1 BP 1

BP 1 の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_3}{2R_1} \frac{\frac{2}{CR_3} s}{s^2 + \frac{2}{CR_3} s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}} \quad (6-1)$$

[illegible]

BP2の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_4 + R_3}{R_4} \frac{\frac{2}{CR_1} s}{s^2 + \frac{2}{CR_1} s + \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2} \quad (6-2)$$

## MCAC T 2におけるE 2 4近似ルーチンの例

```

/*      ****
関数名：lp_hp_1(Filt_param      &px, Trans      &tx)
機能：w で与えられる周波数に対応する1次のローパス又はハイパス
      フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
      最も近い値に近似する
      得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
      fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
      ****

*/
void  Cir::lp_hp_1(Filt_param &px, Trans      &tx)
{
double  w;
        w = tx.Pr[0];
        C1 = 1e-8;
lp_hp_1_ag:
        getcl(C1, C1y, i0);
        ie0 = 1;i2 = 0;
lp_hp_1_loop_e:
        err = 0.002 * (double)ie0;
lp_hp_1_loop:
        C1 = e24[i0 + i2] * C1y;
        R1 = 1.0 / C1 / w;
        if((err1 = getcl(R1, R1y, i1)) <= err) goto lp_hp_1_exit;
lp_hp_1_next:
        if((++i2) < 24) goto lp_hp_1_loop;
        ie0++; i2 = 0; goto lp_hp_1_loop_e;
lp_hp_1_exit:
        switch(lphp1_disp(w, px, tx)){
                case 1:goto lp_hp_1_ag;
                case 2:goto lp_hp_1_next;
                case 3:goto lp_hp_1_exit;
                default:break;
        }
}

```

```

/* *****
関数名：lphp1_disp(double      &w, Filt_param  &px, Trans      &tx)
機能：lp_hp_1() で計算された定数の値を表示して、R1または C1 を変更するか
他の候補を探すか、E24 シリーズに近似するか、現在の値で完了とするかを
選択し、それぞれの処理を行い、それを mode の値として返す
完了の場合には、得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****

*/
int  Cir::lphp1_disp(double  &w, Filt_param  &px, Trans      &tx)
{
int  mode, y, y1;
y = wherey();  locate(1,y);  clrblw();
printf(" 1次のフィルタ回路¥n");
if(px.fil_type == 1)
    printf("%2d  R1_1 = %-9s  C1_1 = %-9s   誤差 = %.4lf  %%¥n",
           1, i_unit(su[0],R1), i_unit(su[1],C1), err1 * 100.0);
else
    printf("%2d  R1_1 = R1_2 = %-9s  C1_1 = %-9s   誤差 = %.4lf  %%¥n",
           1, i_unit(su[0],R1), i_unit(su[1],C1), err1 * 100.0);
y1 = wherey();
printf("R1_1 を変更するなら R, C1_1 なら C, 他の候補を見るなら N¥n");
printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい  ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]) {
    case  'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
            C1 = 1.0 / R1 / w;      mode = 1;      break;
    case  'c':px.inp_para(&C1,27,1,0.0);
            mode = 1;      break;
    case  'n':mode = 2;      break;
    case  'e':R1 = e24[i1] * R1y; mode = 3;      break;
    case  'g':
    default:mode = 4;      break;
}
}

```

```

if(mode != 4) {locate(1,y); clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1); clrblw();
if(px.fil_type == 1){tx.Pr[0] = tx.Pr[2] = 1./C1/R1;}
else {tx.Pr[0] = 1./C1/R1; tx.Pr[1] = 1.;}
printf("%n");
fprintf(fdat, "1 次のフィルタ回路\n");
if(px.fil_type == 1)
    fprintf(fdat, "%2d R1_1 = %-9s C1_1 = %-9s 誤差 = %.4lf %%\n",
        1, i_unit(su[0], R1), i_unit(su[1], C1), err1 * 100.0);
else
    fprintf(fdat, "%2d R1_1=R1_2=%-9s C1_1=%-9s 誤差 = %.4lf %%\n",
        1, i_unit(su[0], R1), i_unit(su[1], C1), err1 * 100.0);
if(out_mode == 2){
    search_wrt(1, "R1_%-d", R1); search_wrt(1, "C1_%-d", C1);
    if(px.fil_type == 2) search_wrt(1, "R2_%-d", R1);
}
return(mode);
}
/*
*****
関数名 : cal_lpat_k(int i, double &Qk2, double m, double &k)
機能 : 2 次のローパスフィルタ回路 lpat1_2, lpat2_2 において
      m, Qk2 における, 2 つの抵抗の比  $k = R2/R1$  を求める

      2 次のハイパスフィルタ回路 hpat1_2, hpat2_2 において
      K, Qk2 における, 2 つのキャパシタの比  $m = C1 / C2$  を求めるには
      引き数を与える時に, m と k の順番を入れ替えればよい
*****
*/
void Cir::cal_lpat_k(int i, double &Qk2, double m, double &k)
{
    if(i == 1) k = ( m - Qk2/2. + sqrt(m*(m - Qk2)) ) / Qk2;
    else k = ( m - Qk2/2. + sqrt(m*(m - Qk2)) ) * 2. / Qk2;
}

```

```

/* *****
関数名 : cal_lpat_Qk2(int i, double &Q, double &Qk2)
機能 : 2 次のローパスフィルタ回路 lpat1_2, lpat2_2 において
        2 つのキャパシタの比  $m = C1/C2$  の最小値 Qk2 を求める

        2 次のハイパスフィルタ回路 hpat1_2, hpat2_2 において
        2 つのキャパシタの比  $m = C1 / C2$  の最小値 Qk2 を求める時も
        このまま使用出来る
*****

*/
void Cir::cal_lpat_Qk2(int i, double &Q, double &Qk2)
{
    if(i == 1) Qk2 = 8. * pow(Q, 2.);
    else Qk2 = 4. * pow(Q, 2.);
}

/* *****
関数名 : Cir::lpat(int i, int j, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : 2 次のローパスフィルタ回路 lpat1_2, lpat2_2 において
        フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
        最も近い値に近似する
        i = 1 なら LP1, i = 2 なら LP2
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****

*/
void Cir::lpat(int i, int j, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    double w, Q, Qk2, m, k;
    w = sqrt(tx.Sc[j][1]); Q = w / tx.Sc[j][0];
    cal_lpat_Qk2(i, Q, Qk2);
    C1 = 1e-8;

lpat_ag:
    getcl(C1, C1y, i0); ie0 = 1; i2 = 0;

lpat_loop_e:
    err = 0.002 * (double)ie0;

lpat_loop1:

```

```

    C1 = e24[i0 + i2] * C1y;
    m = Qk2; C2 = C1 / m;
    getcl(C2, C2y, i1);      i1 += 24; i3 = 0;      C2y /= 10.;
lpat_loop2:
    C2 = e24[i1 - i3] * C2y;
    m = C1 / C2;
    if(m < Qk2){
        if((++i3) == 24){C2y /= 10.;      i3 = 0;}
        goto    lpat_loop2;
    }
    if(m > 100. * Qk2){
        if((++i2) < 24) goto    lpat_loop1;
        ie0++; i2 = 0; goto    lpat_loop_e;
    }
    cal_lpat_k(i, Qk2, m, k);
    R1 = 1. / C2 / w / sqrt(m * k);
    if((err1 = getcl(R1, R1y, i4)) <= err)    goto    lpat_loop4;
lpat_loop3:
    if((++i3) == 24){i3 = 0; C2y /= 10.0;}
    goto    lpat_loop2;
lpat_loop4:
    R2 = k * R1;
    if((err2 = getcl(R2, R2y, i5)) > err)    goto    lpat_loop3;
lpat_exit:
    switch(lpat_disp(i, j, w, m, k, px, tx)){
        case    1: goto    lpat_ag;
        case    2: goto    lpat_loop3;
        case    3: goto    lpat_exit;
        default: break;
    }
}

```

```

/* *****
関数名：lpat_disp(int    i, int    j, double    &w, double    &m,
                  double &k, Filt_param &px, Trans    &tx)
機能：lpat() で計算された定数の値を表示して，R1 または C2 を変更するか
他の候補を探すか，E24 シリーズに近似するか，現在の値で完了とするかを
選択し，それぞれの処理を行い，それを mode の値として返す
完了の場合には，得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
i = 1 なら LP1, i = 2 なら LP2
*****

*/
int  Cir::lpat_disp(int    i, int    j, double    &w, double    &m,
                    double &k, Filt_param &px, Trans    &tx)
{
int  ord;
int  mode, y, y1;
ord = j + 1 + tx.odd;
y = wherey();  if(y > 20)      {clr(); y = wherey();}
locate(1,y);   clrblw();
printf("%2d  C1_-d = %-9s  C2_-d = %-9s¥n",
        ord,ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2));
if(i == 1){
    printf("  R1_-d=R3_-d=%-9s  R2_-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
            ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
            sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
} else {
    printf("    R1_-d = %-9s  R2_-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
            ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
            sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
}
y1 = wherey();
printf("R1_-d を変更するなら R, C1_-d なら C, 他の候補を見るなら NYn",
        ord,ord);
printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);

```



```

switch(buf[0]) {
    case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
                C1 = m / R1 / w / sqrt(m * k);
                mode = 1;          break;
    case 'c':px.inp_para(&C1,27,1,0.0);  mode = 1;
                break;
    case 'n':mode = 2;  break;
    case 'e':R1 = e24[i4] * R1y;
                R2 = e24[i5] * R2y;
                mode = 3;          break;
    case 'g':
    default:mode = 4;          break;
}
if(mode != 4)  {locate(1,y);  clrblw();          return(mode);}
locate(1,y1);  clrblw();
if(i == 1){
    tx.Sc[j][0] = (R1 + 2.*R2)/R1/R2/C1;
    tx.Sc[j][1] = tx.Sc[j][4] = 1./R1/R2/C1/C2;
}
else {
    tx.Sc[j][0] = (R1 + R2)/R1/R2/C1;
    tx.Sc[j][1] = tx.Sc[j][4] = 1./R1/R2/C1/C2;
}
printf("Yn");
fprintf(fdat,"%2d  C1_-d = %-9s  C2_-d = %-9sYn",
        ord,ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2));
if(i == 1){
    fprintf(fdat,
        "  R1_-d=R3_-d=%-9s  R2_-d=%-9s  誤差 = %.4lf %%Yn",
        ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
        sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
}
else {
    fprintf(fdat,"  R1_-d=%-9s  R2_-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%Yn",
        ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
        sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
}
}

```

```

        if(out_mode == 2){
            search_wrt(ord, "R1_-d", R1);    search_wrt(ord, "R2_-d", R2);
            if(i == 1)        search_wrt(ord, "R3_-d", R1);
            search_wrt(ord, "C1_-d", C1);    search_wrt(ord, "C2_-d", C2);
        }
        return(mode);
    }
}

/* *****
関数名 : Cir::hpat(int i, int j, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : 2次のハイパスフィルタ回路 hpat1_2, hpat2_2 において
        フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
        最も近い値に近似する
        i = 1 なら HP1, i = 2 なら HP2
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */

void Cir::hpat(int i, int j, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    double w, Q, Qk2, m, k;
    w = sqrt(tx.Sc[j][1]); Q = w / tx.Sc[j][0];
    cal_lpat_Qk2(i, Q, Qk2);
    R1 = 1e3;
hpat_ag:
    getcl(R1, R1y, i0);    ie0 = 1; i2 = 0;
hpat_loop_e:
    err = 0.002 * (double)ie0;
hpat_loop1:
    R1 = e24[i0 + i2] * R1y;
    k = Qk2; R2 = k * R1;
    R2 = getg(R2, R2y, i1); i3 = 0;
hpat_loop2:
    R2 = e24[i1 + i3] * R2y;
    k = R2 / R1;
    if(k > 100. * Qk2){
        if(++i2 < 24) goto hpat_loop1;
    }
}

```

```

        ie0++; i2 = 0; goto hpat_loop_e;
    }
    cal_lpat_k(i, Qk2, k, m);
    C2 = 1. / R1 / w / sqrt(m * k);
    if((err1 = getcl(C2, C2y, i4)) <= err) goto hpat_loop4;
hpat_loop3:
    if((++i3) >= 24) {i3 = 0; R2y *= 10.0;}
    goto hpat_loop2;
hpat_loop4:
    C1 = m * C2;
    if((err2 = getcl(C1, C1y, i5)) > err) goto hpat_loop3;
hpat_exit:
    switch(hpat_disp(i, j, w, m, k, px, tx)) {
        case 1: goto hpat_ag;
        case 2: goto hpat_loop3;
        case 3: goto hpat_exit;
        default: break;
    }
}
/*
*****
関数名 : hpat_disp(int i, int j, double &w, double &m,
                  double &k, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : hpat() で計算された定数の値を表示して, R1 または C2 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
完了の場合には, 得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
i = 1 なら HP1, i = 2 なら HP2
*****
*/
int Cir::hpat_disp(int i, int j, double &w, double &m,
                  double &k, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    ord = j + 1 + tx.odd;

```

```

y = wherey();   if(y > 20)           {clr(); y = wherey();}
locate(1,y);    clrblw();
printf("%2d  R1_%d = %-9s  R2_%d = %-9s¥n",
        ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2));
if(i == 1){
    printf("  C1_%d=C3_%d=%-9s  C2_%d=%-9s   誤差 = %.4lf %%¥n",
            ord,ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2),
            sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
}
    else    {
        printf("  C1_%d = %-9s  C2_%d = %-9s   誤差 = %.4lf %%¥n",
                ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2),
                sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
    }
}

y1 = wherey();
printf("R1_%d を変更するなら R, C1_%d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
        ord,ord);
printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい  ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
    case    'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
                mode = 1;          break;
    case    'c':px.inp_para(&C1,28,1,0.0);
                R1 = m / C1 / w / sqrt(m * k);
                mode = 1;          break;
    case    'n':mode = 2;   break;
    case    'e':C1 = e24[i5] * C1y;
                C2 = e24[i4] * C2y;
                mode = 3;          break;
    case    'g':
    default:mode = 4;          break;
}

if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw();          return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw();
if(i == 1){
    tx.Sc[j][0] = (C2 + 2.*C1)/C1/C2/R2;    tx.Sc[j][3] = 1.0;
    tx.Sc[j][1] = 1./R1/R2/C1/C2;

```

```

    } else {
        tx.Sc[j][0] = (C2 + C1)/C1/C2/R2;          tx.Sc[j][3] = 1.0;
        tx.Sc[j][1] = 1./R1/R2/C1/C2;
    }
    printf("\n");
    fprintf(fdat, "%2d  R1_-d = %-9s  R2_-d = %-9s\n",
            ord, ord, i_unit(su[0], R1), ord, i_unit(su[1], R2));
    if(i == 1){
        fprintf(fdat,
            "  C1_-d=C3_-d=%-9s  C2_-d=%-9s  誤差 = %.4lf %%\n",
            ord, ord, i_unit(su[0], C1), ord, i_unit(su[1], C2),
            sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
    } else {
        fprintf(fdat, "  C1_-d=%-9s  C2_-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%\n",
            ord, i_unit(su[0], C1), ord, i_unit(su[1], C2),
            sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
    }
    if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord, "R1_-d", R1);      search_wrt(ord, "R2_-d", R2);
        search_wrt(ord, "C1_-d", C1);      search_wrt(ord, "C2_-d", C2);
        if(i == 1)      search_wrt(ord, "C3_-d", C1);
    }
    return(mode);
}

/* *****
関数名 : lpet1_RbCb(int j, double w, Filt_param &px)
機能 : lpet1
w で与えられる周波数に対応する極零型の 2 次のローパス又はハイパス
フィルタ回路の Rb と Cb の定数を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
最も近い値に近似する
*****

*/
void Cir::lpet1_RbCb(int j, double w, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    Cb = 1e-8;
lpet1_RbCb_ag:

```

```

        getcl(Cb, Cby, i0);
        ie0 = 1; i2 = 0;
lpet1_RbCb_loop_e:
        err = 0.002 * (double)ie0;
lpet1_RbCb_loop:
        Cb = e24[i0 + i2] * Cby;
        Rb = 1.0 / Cb / w;
        if((err1 = getcl(Rb, Rby, i1)) <= err) goto lpet1_RbCb_exit;
lpet1_RbCb_next:
        if(++i2 < 24) goto lpet1_RbCb_loop;
        ie0++; i2 = 0; goto lpet1_RbCb_loop_e;
lpet1_RbCb_exit:
        switch(lpet1_RbCb_disp(j, w, px, tx)) {
                case 1: goto lpet1_RbCb_ag;
                case 2: goto lpet1_RbCb_next;
                case 3: goto lpet1_RbCb_exit;
                default: break;
        }
}
/*
*****
関数名: lpet1_RbCb_disp(int j, double &w, Filt_param &px, Trans &tx)
機能: lpet1_RbCb() で計算された定数の値を表示して, Rb または Cb を変更
      するか他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了
      とするかを選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として
      返す
*****
*/
int Cir::lpet1_RbCb_disp(int j, double &w, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
    else ord = j + 1;
    y = wherey(); if(y > 20) {clr(); y = wherey();}
    locate(1, y); clrblw();
    printf("%2d Rb_%-d = %-9s Cb_%-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%\n",

```

```

        ord, ord, i_unit(su[0], Rb), ord, i_unit(su[1], Cb), err1 * 100.0);
y1 = wherey();
printf("Rb%-d を変更するなら R, Cb%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
        ord, ord);
printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]) {
    case 'r': px.inp_para(&Rb, 29, 1, 0.0);
                Cb = 1.0 / Rb / w;        mode = 1;        break;
    case 'c': px.inp_para(&Cb, 30, 1, 0.0);
                mode = 1;        break;
    case 'n': mode = 2;        break;
    case 'e': Rb = e24[i1] * Rby; mode = 3;        break;
    case 'g':
    default: mode = 4;        break;
}
if(mode != 4) {locate(1, y); clrblw(); return(mode);}
locate(1, y1); clrblw();
fprintf(fdat, "%2d Rb%-d = %-9s Cb%-d = %-9s 誤差 = %.4lf %¥n",
        ord, ord, i_unit(su[0], Rb), ord, i_unit(su[1], Cb), err1 * 100.0);
if(out_mode == 2) {
    search_wrt(ord, "Rb%-d", Rb); search_wrt(ord, "Cb%-d", Cb);
}
return(mode);
}
/*
*****
関数名: Cir::lpet1(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
機能: 2 次のローパスまたはハイパスフィルタ回路 lpet1_2 において
      フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
      最も近い値に近似する
      得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
      fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****
*/
int Cir::lpet1(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
{

```

```

double  w, Q, k1, k2, k3;
int      l;
        w = sqrt(tx.Sc[j][1]);  Q = w / tx.Sc[j][0];
        if(Q <= 1./3.)  {
                fprintf(fdat, "lpet1 で 変換不能, j = %d¥n", j);
                return(1);
        }
        lpet1_RbCb(j, w, px, tx);
        k1 = 1. / (3.*Q - 1.);  k2 = tx.Sc[j][4] / tx.Sc[j][1] / tx.Sc[j][2];
        k3 = tx.Sc[j][4] / tx.Sc[j][1];
        R1 = 1e3;
lpet1_ag:
        getcl(R1, R1y, i0);      ie0 = 1; i2 = 0;
lpet1_loop_e:
        err = 0.002 * (double)ie0;
lpet1_loop1:
        R1 = e24[i0 + i2] * R1y;
        R4 = R1 / k1;
        if((err1 = getcl(R4, R4y, i1)) > err)  goto  lpet1_loop2;
        R2 = k2 * R4;
        if((err2 = getcl(R2, R2y, i3)) > err)  goto  lpet1_loop2;
        R3 = k3 * R4;
        if((err3 = getcl(R3, R3y, i4)) <= err)  goto  lpet1_exit;
lpet1_loop2:
        if(++i2 >= 24) {ie0++; i2 = 0; goto  lpet1_loop_e;}
        goto  lpet1_loop1;
lpet1_exit:
        switch(lpet1_disp(j, px, tx)) {
                case  1:goto  lpet1_ag;
                case  2:goto  lpet1_loop2;
                case  3:goto  lpet1_exit;
                default:break;
        }
        return(0);
}

```



```

/* *****
関数名：lpet1_disp(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
機能：lpet1() で計算された定数の値を表示して、R4 を変更するか
他の候補を探すか、E24 シリーズに近似するか、現在の値で完了とするかを
選択し、それぞれの処理を行い、それを mode の値として返す
完了の場合には、得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****

*/
int Cir::lpet1_disp(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
{
int ord;
int mode, y, y1;
if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
else ord = j + 1;
y = wherey(); if(y > 20) {clr(); y = wherey();}
locate(1,y); clrblw();
printf("%2d R1_%-d = %-9s R2_%-d = %-9s R3_%-d = %-9s R4_%-d = %-9s 誤
差 = %.4lf %%\n",ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
ord,i_unit(su[2],R3),ord,i_unit(su[3],R4),
sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.);
y1 = wherey();
printf("R1_%-d を変更するなら R, 他の候補を見るなら N\n",ord);
printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]) {
case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
mode = 1; break;
case 'n':mode = 2; break;
case 'e':R4 = e24[i1] * R4y;
R2 = e24[i3] * R2y;
R3 = e24[i4] * R3y;
mode = 3; break;
case 'g':
default:mode = 4; break;
}
}

```

```

        if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw();        return(mode);}
        locate(1,y1);    clrblw();
        tx.Sc[j][0] = 3.*R1/(R1 + R4)/Cb/Rb;
        tx.Sc[j][1] = pow(Cb * Rb, -2.);
        tx.Sc[j][2] = R3 / R2;    tx.Sc[j][4] = R3 / R4 * tx.Sc[j][1];
        printf("%n");
        fprintf(fdat,"%2d  R1_-d = %-9s R2_-d = %-9s R3_-d = %-9s R4_-d = %-
9s  誤差 = %.4lf %%\n",ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
        ord,i_unit(su[2],R3),ord,i_unit(su[3],R4),
                sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.);
        if(out_mode == 2){
                search_wrt(ord,"R1_-d",R1);    search_wrt(ord,"R2_-d",R2);
                search_wrt(ord,"R3_-d",R3);    search_wrt(ord,"R4_-d",R4);
        }
        return(mode);
}

/* *****
関数名 : Cir::lpet2(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : 2 次のローパスまたはハイパスフィルタ回路 lpet2_2 において
        フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
        最も近い値に近似する
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */

*/
int Cir::lpet2(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
{
double lpG, wz2, wp2, wz, wp, lpQ, kk, kd, kr;
        lpG = tx.Sc[j][2];
        wz2 = tx.Sc[j][4] / lpG;
        wp2 = tx.Sc[j][1];
        lpQ = sqrt(wp2) / tx.Sc[j][0];
        if(lpQ <= 0.5) {
                fprintf(fdat,"lpet2 で 変換不能, j = %d\n",j);
                return(1);
        }
}

```

```

    lpet2_c1(j, sqrt(wz2), px, tx);
    if(wz2 >= wp2) lpet2_L(j, wp2, wz2, lpQ, kk, kd, px, tx);
    else lpet2_H(j, wp2, wz2, lpQ, kk, kd, px, tx);
    lpet2_c2(j, kk, kd, lpG, px, tx);
    kk = R3 / R5 + 1.;      kd = 2.* C2 / Cb;      kr = 2.* Rb / R2;
    wz = 1. / Cb / Rb;      wz2 = wz * wz;
    tx.Sc[j][0] = (kd + kr + 4. - 4.* kk) * wz / (1. + kd);
    tx.Sc[j][1] = (1. + kr) / (1. + kd) * wz2;
    tx.Sc[j][2] = kk * R4 / (1. + kd) / R6;
    tx.Sc[j][4] = tx.Sc[j][2] * wz2;
    return(0);
}
/* *****
関数名 : lpet2_c1(int j, double w, Filt_param &px)
機能 : w で与えられる周波数に対応する極零型の2次のローパス又はハイパス
      フィルタ回路の Rb と Cb , R1, C1 の定数を求めて,
      必要に応じて E24 シリーズに最も近い値に近似する
***** */
void Cir::lpet2_c1(int j, double w, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int y, y1;
    Cb = 1e-8;
    lpet2_c1_ag:
        getc1(Cb, Cby, i0);
        ie0 = 1; i2 = 0;
    lpet2_c1_loop1:
        Cb = e24[i0 + i2] * Cby;
        Rb = 1. / Cb / w;
        err1 = getc1(Rb, Rby, i1);
        if(err1 <= 0.002 * (double)ie0) goto lpet2_c1_loop2;
    lpet2_c1_loop4:
        if((i2++) >= 24) {ie0++; i2 = 0;}
        goto lpet2_c1_loop1;
    lpet2_c1_loop2:
        C1 = 2.* Cb;      ie1 = 10;

```

```

        err2 = getc1(C1, C1y, i3);
lpet2_c1_loop3:
        if(err2 <= 0.002 * (double)ie1) goto    lpet2_c1_loop5;
        ie1 += 5;
        if(ie1 < 21)    goto    lpet2_c1_loop3;
        goto    lpet2_c1_loop4;
lpet2_c1_loop5:
        R1 = Rb / 2.;    ie2 = 10;
        err3 = getc1(R1, R1y, i4);
lpet2_c1_loop6:
        if(err3 <= 0.002 * (double)ie2) goto    lpet2_c1_exit;
        ie2 += 5;
        if(ie2 < 21)    goto    lpet2_c1_loop6;
        goto    lpet2_c1_loop4;
lpet2_c1_exit:
        switch(lpet2_c1_disp(j, w, px, tx)){
                case    1:goto    lpet2_c1_ag;
                case    2:goto    lpet2_c1_loop4;
                case    3:goto    lpet2_c1_exit;
                default:break;
        }
}
/* *****
関数名 : lpet2_c1_disp(int j, double &w, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_c1() で計算された定数の値を表示して, Rb または Cb を変更
        するか他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で
        完了とするかを選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値
        として返す
***** */
*/
int    Cir::lpet2_c1_disp(int j, double &w, Filt_param &px, Trans &tx)
{
int    ord;
int    mode, y, y1;
        if(px.fil_type < 3)    ord = j + 1 + tx.odd;
        else    ord = j + 1;

```

```

y = wherey(); if(y > 20){clr(); y = wherey();}
locate(1,y); clrblw();
printf("%2d Rb_%-d = %-9s Cb_%-d = %-9s R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-9s 誤
差 = %.4lf %%\n",ord,ord, i_unit(su[0],Rb),ord,i_unit(su[1],Cb),
ord,i_unit(su[2],R1),ord,i_unit(su[3],C1),
sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
y1 = wherey();
printf("Rb_%-d を変更するなら R, Cb_%-d なら C, 他の候補を見るなら N\n",
ord,ord);
printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
case 'r':px.inp_para(&Rb,29,1,0.0);
Cb = 1.0 / Rb / w; mode = 1; break;
case 'c':px.inp_para(&Cb,30,1,0.0);
mode = 1; break;
case 'n':mode = 2; break;
case 'e':Rb = e24[i1] * Rby; mode = 3;
C1 = e24[i3] * C1y; R1 = e24[i4] * R1y;
break;
case 'g':
default:mode = 4; break;
}
if(mode != 4) {locate(1,y); clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1); clrblw();
fprintf(fdat,"%2d Rb_%-d = %-9s Cb_%-d = %-9s R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-
9s 誤差 = %.4lf %%\n",ord,ord, i_unit(su[0],Rb),ord,i_unit(su[1],Cb),
ord,i_unit(su[2],R1),ord,i_unit(su[3],C1),
sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
if(out_mode == 2){
search_wrt(ord,"Rb_%-d",Rb); search_wrt(ord,"Cb_%-d",Cb);
search_wrt(ord,"R1_%-d",R1); search_wrt(ord,"C1_%-d",C1);
}
return(mode);
}

```

```

/* *****
関数名 : Cir::lpet2_L(int j, double wp2, double wz2, double Q,
                      double &kk, double &kd, Filt_param &px)
機能 : lpet2_2 において、フィルタが 2 次のローパス回路の場合
      フィルタ回路の定数 R2, C2 を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
      最も近い値に近似する
***** */
void Cir::lpet2_L(int j, double wp2, double wz2, double Q,
                  double &kk, double &kd, Filt_param &px, Trans &tx)
{
double wp, wz, kda, kdb, kr, C2yorg;
wp = sqrt(wp2); wz = sqrt(wz2);
kda = wz2 / wp2 - 1.;
kdb = (Q*(wz2 - wp2) + wz*wp) / (Q*(wz2 + wp2) - wz*wp);
if(wz2 == wp2) kadmin = 1./(2.*Q - 1.);
else kadmin = ((kda > kdb) ? kda:kdb);
C2 = kadmin * Cb / 2.;
lpet2_L_ag:
getcl(C2, C2y, i0); ie0 = 1; i2 = 0; C2yorg = C2y;
lpet2_L_loope:
err = 0.002 * (double)ie0;
lpet2_L_loop1:
C2 = e24[i0 + i2] * C2y;
if((kd = 2.*C2 / Cb) > kadmin) goto lpet2_L_loop2;
lpet2_L_loop3:
if(++i2 >= 24) {
C2y *= 10.; i2 = 0;
if(C2y > 100.*C2yorg) {C2y = C2yorg; ie0++; goto
lpet2_L_loope;}
}
goto lpet2_L_loop1;
lpet2_L_loop2:
kr = wp2 * (1. + kd) / wz2 - 1.;
R2 = 2.*Rb / kr;
if((err1 = getcl(R2, R2y, i1)) > err) goto lpet2_L_loop3;

```

```

lpet2_L_exit:
    switch(lpet2_L_disp(j, wp2, wz2, px, tx)) {
        case 1: goto lpet2_L_ag;
        case 2: goto lpet2_L_loop3;
        case 3: goto lpet2_L_exit;
        default: break;
    }
    kk = (kd + kr + 4 - wp * (1 + kd) / wz / Q) / 4.;
}
/*
*****
関数名: lpet2_L_disp(int j, double wp2, double wz2,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
機能: lpet2_L() で計算された定数の値を表示して, R2 を変更するか, C2 か
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
*****
*/
int Cir::lpet2_L_disp(int j, double wp2, double wz2,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
    else ord = j + 1;
    y = wherey(); if(y > 20) {clr(); y = wherey();}
    locate(1, y); clrblw();
    printf("%2d R2_%-d = %-9s C2_%-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%\n",
           ord, ord, i_unit(su[0], R2), ord, i_unit(su[1], C2), err1 * 100.0);
    y1 = wherey();
    printf("R2_%-d を変更するなら R, C2_%-d なら C, 他の候補を見るなら N\n",
           ord, ord);
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]) {
        case 'r': px.inp_para(&R2, 32, 1, 0.0);
                C2 = Cb * (wz2*(1+2.*Rb/R2)/wp2 - 1.0) / 2.;

```

```

        mode = 1;          break;
case    'c':printf("C2 は %-9s 以上の値になります\n",
        i_unit(su[0],kdmin * Cb / 2.));
        px.inp_para(&C2,28,1,0.0);
        mode = 1;          break;
case    'n':mode = 2;      break;
case    'e':R2 = e24[i1] * R2y; mode = 3;          break;
case    'g':
default:mode = 4;          break;
}
if(mode != 4)  {locate(1,y);  clrblw();          return(mode);}
locate(1,y1);  clrblw();
fprintf(fdat,"%2d  R2_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%\n",
        ord,ord, i_unit(su[0],R2),ord,i_unit(su[1],C2),err1 * 100.0);
if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);          search_wrt(ord,"C2_%-d",C2);
}
return(mode);
}
/*
*****
関数名 : Cir::lpet2_H(int j, double wp2, double wz2, double Q,
        double &kk, double &kd, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_2 において、フィルタが2次のハイパス回路の場合
        フィルタ回路の定数 R2, C2 を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
        最も近い値に近似する
*****
*/
void  Cir::lpet2_H(int j, double wp2, double wz2, double Q,
        double &kk, double &kd, Filt_param &px, Trans &tx)
{
double  wp, wz, kra, krb, kr, R2yorg;
wp = sqrt(wp2); wz = sqrt(wz2);
kra = wp2 / wz2 - 1.;
krb = (Q*(wp2 - wz2) + wz*wp) / (Q*(wz2 + wp2) - wz*wp);
krmin = ((kra > krb) ? kra:krb);
R2 = 2.* Rb / krmin;

```



```

lpet2_H_ag:
    getc1(R2 / 10., R2y, i0);
    i2 = 24; ie0 = 1; R2yorg = R2y;
lpet2_H_loope:
    err = 0.002 * (double)ie0;
lpet2_H_loop1:
    R2 = e24[i0 + i2] * R2y;
    if((kr = 2.* Rb / R2) > krmin)    goto    lpet2_H_loop2;
lpet2_H_loop3:
    if((--i2) == 0) {
        R2y /= 10.;    i2 = 24;
        if(R2y < R2yorg/100.)    {ie0++; R2y = R2yorg;    goto
lpet2_H_loope;}
    }
    goto    lpet2_H_loop1;
lpet2_H_loop2:
    kd = wz2 * (1. + kr) / wp2 - 1.;
    C2 = kd * Cb / 2.;
    if((err1 = getc1(C2, C2y, i1)) > err)    goto    lpet2_H_loop3;
lpet2_H_exit:
    switch(lpet2_H_disp(j, wp2, wz2, px, tx)){
        case    1:goto    lpet2_H_ag;
        case    2:goto    lpet2_H_loop3;
        case    3:goto    lpet2_H_exit;
        default:break;
    }
    kk = (kd + kr + 4 - wp * (1 + kd) / wz / Q) / 4.;
}

```

```

/* *****
関数名 : lpet2_H_disp(int j, double wp2, double wz2,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_H() で計算された定数の値を表示して, R2 を変更するか, C2 か
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
*****

*/
int Cir::lpet2_H_disp(int j, double wp2, double wz2,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
{
int ord;
int mode, y, y1;
if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
else ord = j + 1;
y = wherey(); if(y > 20) {clr(); y = wherey();}
locate(1, y); clrblw();
printf("%2d R2_%-d = %-9s C2_%-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%\n",
        ord, ord, i_unit(su[0], R2), ord, i_unit(su[1], C2), err1 * 100.0);
y1 = wherey();
printf("R2_%-d を変更するなら R, C2_%-d なら C, 他の候補を見るなら N\n",
        ord, ord);
printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]) {
case 'r': printf("R2 は %-9s 以下になります\n",
                i_unit(su[0], 2. * Rb / krmin));
px.inp_para(&R2, 32, 1, 0.0);
mode = 1; break;
case 'c': px.inp_para(&C2, 28, 1, 0.0);
R2 = 2. * Rb / (wp2*(1+2. * C2/Cb)/wz2 - 1.0);
mode = 1; break;
case 'n': mode = 2; break;
case 'e': C2 = e24[i1] * C2y; mode = 3; break;
case 'g':
default: mode = 4; break;
}
}

```

```

    }
    if(mode != 4) {locate(1,y); clrblw(); return(mode);}
    locate(1,y1); clrblw();
    fprintf(fdat,"%2d R2_-d = %-9s C2_-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%\n",
            ord,ord, i_unit(su[0],R2),ord,i_unit(su[1],C2),err1 * 100.0);
    if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord,"R2_-d",R2); search_wrt(ord,"C2_-d",C2);
    }
    return(mode);
}
/* *****
関数名：lpet2_c2(int j, double kk, double kd,
                double G, Filt_param &px, Trans &tx)
機能：w で与えられる周波数に対応する極零型の2次のローパス又はハイパス
フィルタ回路の R3 と R4 , R5, R6 の定数を求めて,
必要に応じて E24 シリーズに最も近い値に近似する
***** */
void Cir::lpet2_c2(int j, double kk, double kd,
                double G, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    R5 = 1e4;
lpet2_c2_ag:
    getcl(R5, R5y, i0);
    ie0 = 1;i2 = 0;
lpet2_c2_loop1:
    R5 = e24[i0 + i2] * R5y;
    R3 = (kk - 1) * R5;
    err1 = getcl(R3, R3y, i1);
    if(err1 <= 0.002 * (double)ie0) goto lpet2_c2_loop2;
lpet2_c2_loop3:
    if(++i2 == 24){ie0++; i2 = 0;}
    goto lpet2_c2_loop1;
lpet2_c2_loop2:
    switch(lpet2_c2_disp1(j, kk, px, tx)){
        case 1:goto lpet2_c2_ag;

```

```

        case    2:goto  lpet2_c2_loop3;
        case    3:goto  lpet2_c2_loop2;
        default:break;
    }
    R6 = 1e4;
lpet2_c2_ag2:
    getc1(R6, R6y, i0);
    ie0 = 1;i2 = 0;
lpet2_c2_loop4:
    R6 = e24[i0 + i2] * R6y;
    R4 = (1. + kd) * G * R6 / kk;
    err1 = getc1(R4, R4y, i1);
    if(err1 <= 0.002 * (double)ie0) goto    lpet2_c2_exit;
lpet2_c2_loop5:
    if((++i2) == 24) {ie0++; i2 = 0;}
    goto    lpet2_c2_loop4;
lpet2_c2_exit:
    switch(lpet2_c2_disp2(j, kk, kd, G, px, tx)){
        case    1:goto  lpet2_c2_ag2;
        case    2:goto  lpet2_c2_loop5;
        case    3:goto  lpet2_c2_exit;
        default:break;
    }
}
/* *****
関数名 : lpet2_c2_disp1(int j, double kk, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_c2() で計算された定数の値を表示して, R3 または R5 を変更
するか他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とする
かを選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
***** */
*/
int    Cir::lpet2_c2_disp1(int j, double kk, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int    ord;
    int    mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3)        ord = j + 1 + tx.odd;

```

```

else    ord = j + 1;
y = wherey();    if(y > 20) {clr();        y = wherey();}
locate(1,y);    clrblw();
printf("%2d  R3_%-d = %-9s  R5_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%\n",
        ord,ord, i_unit(su[0],R3),ord,i_unit(su[1],R5),err1 * 100.0);
y1 = wherey();
printf("R3_%-d を変更するなら 3, R5_%-d なら 5, 他の候補を見るなら N\n",
        ord,ord);
printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]) {
    case    '3':px.inp_para(&R3,33,1,0.0);
                R5 = R3 / (kk -1.);
                mode = 1;        break;
    case    '5':px.inp_para(&R5,34,1,0.0);
                mode = 1;        break;
    case    'n':mode = 2;    break;
    case    'e':R3 = e24[i1] * R3y; mode = 3;        break;
    case    'g':
    default:mode = 4;        break;
}
if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw();        return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw();
fprintf(fdat,"%2d  R3_%-d = %-9s  R5_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%\n",
        ord,ord, i_unit(su[0],R3),ord,i_unit(su[1],R5),err1 * 100.0);
if(out_mode == 2) {
    search_wrt(ord,"R3_%-d",R3);    search_wrt(ord,"R5_%-d",R5);
}
return(mode);
}

```

```

/* *****
関数名 : lpet2_c2_disp2(int j, double kk, double kd, double G,
                        Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_c2() で計算された定数の値を表示して, R4 または R6 を変更
するか他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とする
かを選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
***** */
int Cir::lpet2_c2_disp2(int j, double kk, double kd, double G,
                        Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3)      ord = j + 1 + tx.odd;
    else      ord = j + 1;
    y = wherey();  if(y > 20) {clr();      y = wherey();}
    locate(1, y);  clrblw();
    printf("%2d  R4_%-d = %-9s  R6_%-d = %-9s   誤差 = %.4lf  %%\n",
           ord, ord, i_unit(su[0], R4), ord, i_unit(su[1], R6), err1 * 100.0);
    y1 = wherey();
    printf("R4_%-d を変更するなら 4, R6_%-d なら 6, 他の候補を見るなら N\n",
           ord, ord);
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]) {
        case '4': px.inp_para(&R4, 35, 1, 0.0);
                    R6 = kk * R4 / G / (1. + kd);
                    mode = 1;      break;
        case '6': px.inp_para(&R6, 36, 1, 0.0);
                    mode = 1;      break;
        case 'n': mode = 2;      break;
        case 'e': R4 = e24[i1] * R4y; mode = 3;      break;
        case 'g':
        default: mode = 4;      break;
    }
    if(mode != 4)  {locate(1, y);  clrblw();      return(mode);}
}

```

```

locate(1, y1); clrblw();
printf("%n");
fprintf(fdat, "%2d R4_-d = %-9s R6_-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%n",
        ord, ord, i_unit(su[0], R4), ord, i_unit(su[1], R6), err1 * 100.0);
if(out_mode == 2) {
    search_wrt(ord, "R4_-d", R4); search_wrt(ord, "R6_-d", R6);
}
return(mode);
}
/*
*****
関数名: bpat1(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
機能: 1 次のバンドパスフィルタ回路の定数を求めて、
      必要に応じて E24 シリーズに最も近い値に近似する
      得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
      fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****
*/
int Cir::bpat1(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
{
double wp2, wp, lpG, lpQ, kc2, kr2;
wp2 = tx.Sc[j][1]; wp = sqrt(wp2);
lpQ = wp / tx.Sc[j][0]; lpG = tx.Sc[j][3] / tx.Sc[j][0];
if(lpQ <= sqrt(lpG / 2.)) {
    fprintf(fdat, "bpat1 で 変換不能, j = %d\n", j);
    return(1);
}

R1 = 1e4; kc2 = lpQ / lpG / wp;
kr2 = lpG / (2.* lpQ * lpQ - lpG);
bpat1_ag:
    getc1(R1, R1y, i0);
    i2 = 0; ie0 = 1;
bpat1_loope:
    err = 0.002 * (double)ie0;
bpat1_loop1:
    R1 = e24[i0 + i2] * R1y;
    C1 = kc2 / R1;

```

```

        err1 = getc1(C1, C1y, i1);
        if(err1 <= err) goto    bpat1_loop2;
bpat1_loop3:
        if((++i2) == 24){ie0++; i2 = 0; goto    bpat1_loope;}
        goto    bpat1_loop1;
bpat1_loop2:
        R2 = kr2 * R1;
        err2 = getc1(R2, R2y, i3);
        if(err2 > err) goto    bpat1_loop3;
        R3 = 2.* lpG * R1;
        err3 = getc1(R3, R3y, i4);
        if(err3 > err) goto    bpat1_loop3;
bpat1_exit:
        switch(bpat1_disp(j, kc2, px, tx)){
                case    1:goto    bpat1_ag;
                case    2:goto    bpat1_loop3;
                case    3:goto    bpat1_exit;
                default:break;
        }
        return(0);
}
/*
*****
関数名 : lpat1_disp(int j,double kc2, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpat1() で計算された定数の値を表示して, R1 または C1 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
*****
*/
int    Cir::bpat1_disp(int j,double kc2, Filt_param &px, Trans &tx)
{
int    ord;
int    mode, y, y1;
ord = j + 1;
y = wherey();    if(y > 20){clr();        y = wherey();}
locate(1,y);    clrblw();

```



```

printf("%2d R1_-d = %-9s C1_-d = %-9s R2_-d = %-9s R3_-d = %-9s 誤
差 = %.4lf %%\n",ord,ord, i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],C1),
ord,i_unit(su[2],R2),ord,i_unit(su[3],R3),
sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
y1 = wherey();
printf("R1_-d を変更するなら R, C1_-d なら C, 他の候補を見るなら N\n",
ord,ord);
printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]) {
case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
mode = 1; break;
case 'c':px.inp_para(&C1,27,1,0.0);
R1 = kc2 / C1;
mode = 1; break;
case 'n':mode = 2; break;
case 'e':C1 = e24[i1] * C1y;
R2 = e24[i3] * R2y; R3 = e24[i4] * R3y;
mode = 3; break;
case 'g':
default:mode = 4; break;
}
if(mode != 4) {locate(1,y); clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1); clrblw();
printf("\n");
tx.Sc[j][0] = 2./C1 / R3;
tx.Sc[j][1] = (R1 + R2) / R1 / R2 / R3 / C1 / C1;
tx.Sc[j][3] = R3 / 2./R1 * tx.Sc[j][0];
fprintf(fdat,"%2d R1_-d = %-9s C1_-d = %-9s R2_-d = %-9s R3_-d = %-
9s 誤差 = %.4lf %%\n",ord,ord, i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],C1),
ord,i_unit(su[2],R2),ord,i_unit(su[3],R3),
sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
if(out_mode == 2) {
search_wrt(ord,"R1_-d",R1); search_wrt(ord,"C1_-d",C1);
search_wrt(ord,"R2_-d",R2); search_wrt(ord,"R3_-d",R3);
}
}

```

```

        return(mode);
    }
/* *****
関数名 : bpat2(int      j, Filt_param  &px, Trans      &tx)
機能 : 1 次のバンドパスフィルタ回路の定数を求めて、
        必要に応じて E24 シリーズに最も近い値に近似する
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****
*/
int  Cir::bpat2(int  j, Filt_param  &px, Trans      &tx)
{
double  wp2, wp, lpG, lpQ, kc2, kr2;
    wp2 = tx.Sc[j][1];      wp = sqrt(wp2);
    lpQ = wp / tx.Sc[j][0]; lpG = tx.Sc[j][3] / tx.Sc[j][0];
    if(lpG < 1)      {
        fprintf(fdat, "bpat2 で 変換不能, j = %d\n", j);
        return(1);
    }
    R1 = 1e4;
bpat2_ag:
    getc1(R1, R1y, i0);
    i2 = 0; ie0 = 1;
bpat2_loope:
    err = 0.002 * (double)ie0;
bpat2_loop1:
    R1 = e24[i0 + i2] * R1y;
    C1 = 2.* lpQ / R1 / wp;
    err1 = getc1(C1, C1y, i1);
    if(err1 <= err) goto  bpat2_loop2;
bpat2_loop3:
    if((++i2) == 24) {ie0++; i2 = 0; goto  bpat2_loope;}
    goto  bpat2_loop1;
bpat2_loop2:
    R2 = R1 / (2.* lpQ);
    err2 = getc1(R2, R2y, i3);

```

```

        if(err2 > err) goto bpat2_loop3;
bpat2_loop4:
        switch(bpat2_disp1(j, lpQ, wp, px)){
            case 1:goto bpat2_ag;
            case 2:goto bpat2_loop3;
            case 3:goto bpat2_loop4;
            default:break;
        }
        R4 = 1e4;
bpat2_ag2:
        getc1(R4, R4y, i0);
        i2 = 0; ie0 = 1;
bpat2_loope2:
        err = 0.002 * (double)ie0;
bpat2_loop5:
        R4 = e24[i0 + i2] * R4y;
        R3 = (lpG - 1.) * R4;
        if(R3 == 0) err1 = 0;
        else err1 = getc1(R3, R3y, i1);
        if(err1 <= err) goto bpat2_exit;
bpat2_loop6:
        if((++i2) == 24){ie0++; i2 = 0; goto bpat2_loope2;}
        goto bpat2_loop5;
bpat2_exit:
        switch(bpat2_disp2(j, px, tx)){
            case 1:goto bpat2_ag2;
            case 2:goto bpat2_loop6;
            case 3:goto bpat2_exit;
            default:break;
        }
        return(0);
    }
/* *****
関数名 : bpat2_disp1(int j,double lpQ, double wp,Filt_param &px)
機能 : lpat2() で計算された定数の値を表示して, R1 または C1 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを

```

選択し、それぞれの処理を行い、それを mode の値として返す

\*\*\*\*\*

```
*/
int Cir::bpat2_displ(int j, double lpQ, double wp, Filt_param &px)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    ord = j + 1;
    y = wherey(); if(y > 20) {clr(); y = wherey();}
    locate(1, y); clrblw();
    printf("%2d R1_-d = %-9s C1_-d = %-9s R2_-d = %-9s 誤差
= %.4lf %%\n", ord, ord, i_unit(su[0], R1), ord, i_unit(su[1], C1),
ord, i_unit(su[2], R2), sqrt(err1*err1 + err2*err2) * 100.0);
    y1 = wherey();
    printf("R1_-d を変更するなら R, C1_-d なら C, 他の候補を見るなら N\n",
ord, ord);
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]) {
        case 'r': px.inp_para(&R1, 26, 1, 0.0);
                    mode = 1; break;
        case 'c': px.inp_para(&C1, 27, 1, 0.0);
                    R1 = 2. * lpQ / wp / C1;
                    mode = 1; break;
        case 'n': mode = 2; break;
        case 'e': C1 = e24[i1] * C1y;
                    R2 = e24[i3] * R2y;
                    mode = 3; break;
        case 'g':
        default: mode = 4; break;
    }
    if(mode != 4) {locate(1, y); clrblw(); return(mode);}
    locate(1, y1); clrblw();
    fprintf(fdat, "%2d R1_-d = %-9s C1_-d = %-9s R2_-d = %-9s 誤差
= %.4lf %%\n", ord, ord, i_unit(su[0], R1), ord, i_unit(su[1], C1),
ord, i_unit(su[2], R2), sqrt(err1*err1 + err2*err2) * 100.0);
```

```

        if(out_mode == 2){
            search_wrt(ord, "R1_-d", R1);      search_wrt(ord, "R2_-d", R2);
            search_wrt(ord, "C1_-d", C1);
        }
        return(mode);
    }
}
/* *****
関数名：lpat2_disp2(int j, Filt_param  &px, Trans      &tx)
機能：lpat2() で計算された定数の値を表示して、R1 または C1 を変更するか
他の候補を探すか、E24 シリーズに近似するか、現在の値で完了とするかを
選択し、それぞれの処理を行い、それを mode の値として返す
***** */
*/
int  Cir::bpat2_disp2(int    j, Filt_param  &px, Trans      &tx)
{
    int  ord;
    int  mode, y, y1;
    ord = j + 1;
    y = wherey();  if(y > 20){clr();      y = wherey();}
    locate(1,y);   clrblw();
    printf("%2d  R3_-d = %-9s  R4_-d = %-9s   誤差 = %.4lf  %%¥n",
           ord, ord, i_unit(su[0], R3), ord, i_unit(su[1], R4), err1 * 100.);
    y1 = wherey();
    printf("R4_-d を変更するなら R, 他の候補を見るなら N¥n", ord);
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい  ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case   'r':px.inp_para(&R4, 35, 1, 0.0);
                    mode = 1;      break;
        case   'n':mode = 2;      break;
        case   'e':if(R3 != 0) R3 = e24[i1] * R3y;
                    mode = 3;      break;
        case   'g':
        default:mode = 4;      break;
    }
    if(mode != 4)  {locate(1,y);   clrblw();      return(mode);}
}

```

```

locate(1, y1); clrblw();
printf("%n");
tx.Sc[j][0] = 2./C1 / R1;
tx.Sc[j][1] = pow(C1 * R2, -2.);
tx.Sc[j][3] = (R3 + R4) / R4 * tx.Sc[j][0];
fprintf(fdat, "%2d R3_-d = %-9s R4_-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%\n",
        ord, ord, i_unit(su[0], R3), ord, i_unit(su[1], R4), err1 * 100.);
if(out_mode == 2) {
    search_wrt(ord, "R3_-d", R3);    search_wrt(ord, "R4_-d", R4);
}
return(mode);
}
/* *****
関数名 : getcl(double d, double &yd, int&i)
機能 : 与えられた d の仮数部の値が、E24 シリーズのどれと
最も近いかを計算して、i にその番号を、yd に指数部の
値 10^nd をいれて、誤差を関数値として返す
*****
*/
double Cir::getcl(double d, double &yd, int&i)
{
double md, ld, nd, err1, err2;
int i0;
ld = modf(log10(d), &nd);
if(ld < 0) {nd -= 1.0; ld += 1.0;}
md = pow(10.0, ld);
i0 = (int)(ld * 24.0 + 0.5);
if(md < e24[i0]) i0--;
err1 = (md - e24[i0]) / md;
err2 = (e24[i0+1] - md) / md;
if(err1 > err2) {i0++; err1 = err2;}
if(i0 >= 24) {nd++; i0 -= 24;}
i = i0; yd = pow(10.0, nd);
return (err1);
}

```

```

/* *****
関数名 : getg(double d, double    &yd, int &i)
機能 : 与えられた d の仮数部の値に対して、E24 シリーズ
       でそれよりも小さくない値の番号を計算し、
       i にその番号、yd に指数部の値を入れ、
       関数値として、d より小さくない E24 シリーズの
       値を返す
*****

*/
double  Cir::getg(doubled, double&yd, int &i)
{
double  mc, yc;
int      i0;
    getcl(d, yc, i0);          mc = e24[i0] * yc;
    if(mc < d)                i0++;
    if(i0 >= 24) { yc *= 10.0;    i0 -= 24;}
    mc = e24[i0] * yc;
    yd = yc;
    i = i0;
    return mc;
}

/* *****
関数名 : search_def(void)
機能 : forg で示されるファイルから、1行読み込んで
       .define の文字列があれば、ckt_prt を .define の
       次まで進めて戻り、なければ
       fckt で示されるファイルにその1行を書き出す
*****

*/
int  Cir::search_def(void)
{
    while(!feof(forg)) {
        fgets(ckt_str, 250, forg);
        if((ckt_ptr=strstr(ckt_str, ckt_def)) != NULL) {
            ckt_ptr += ckt_len;
            return(1);
        }
    }
}

```

```

    }
    fputs(ckt_str, fckt);
}
return(0);
}
/*
*****
関数名 : search_wrt(int i, char *s1, double d)
機能 : i が負なら, s1 を文字列として使い,
       零または正なら書式として i を適用させ
       d を単位付きの文字列に変換したものと結合して
       forg で示されるファイルから読み込んだ 1 行の文字列の
       .define の後ろに追加してから, fckt で示されるファイルに書き出す
*****
*/
void Cir::search_wrt(int i, char *s1, double d)
{
    if(search_def() == 0) return;
    if(d <= 1e-9) sprintf(ckt_buf1, "%.4lfp", d * 1e12);
    else if(d < 1e-3) sprintf(ckt_buf1, "%.4lfu", d * 1e6);
    else if(d < 0.1) sprintf(ckt_buf1, "%.4lfm", d * 1e3);
    else if(d >= 1e9) sprintf(ckt_buf1, "%.4lfG", d / 1e9);
    else if(d >= 1e6) sprintf(ckt_buf1, "%.4lfMEG", d / 1e6);
    else if(d >= 1e3) sprintf(ckt_buf1, "%.4lfK", d / 1e3);
    else sprintf(ckt_buf1, "%.4lf", d);
    if(i < 0) sprintf(ckt_buf2, "%s %s¥n", s1, ckt_buf1);
    else {
        sprintf(ckt_buf3, s1, i);
        sprintf(ckt_buf2, "%s %s¥n", ckt_buf3, ckt_buf1);
    }
    strcpy(ckt_ptr, ckt_buf2);
    fputs(ckt_str, fckt);
}

```