

有限要素法による 3 次元トラス解析 (Ver.1.05)

2025.08

1. プログラムの概要

- 1) 本プログラム tr3dg1.exe は、有限要素法 (FEM) により 3 次元トラスを解析するものであり、バンドマトリックス法を用いて VB2022 により作成されている。本プログラムは Windows11 で動作する。
- 2) ユーザーはテキストエディター (たとえばワードパッドなど) を用いて、後に示す入力データを作成し、本プログラムはそのファイルのデータを読み込んで FEM を実行する。あるいは、別に作成した Tr3DEditor.exe を用いて、データを作成することも可能であり、このソフトを用いれば GUI に基づいてデータ作成が可能であり、こちらを推奨する。
- 3) 本プログラムは、最大 3000 節点まで解析可能であり、3000 節点の問題であってもほぼ瞬時に解を得ることができる。
- 4) 解析結果は、テキストファイルで出力されるとともに、画面には 3 次元トラスの変位の様子や色づけされた応力が表示される。
- 5) 画面に表示された変形図や応力図は、マウスの操作によって、Google Map 風に自由に回転、拡大縮小可能である。これにより、細部の変位や応力を調べることができる。
- 6) 最大変位や最大、最小応力はただちに読み取れるように画面に表示される。
- 7) マウスを要素の中心に移動すると、その要素の応力が自動的にポップアップ表示される。同様に、マウスを節点近傍に移動すると、その節点の変位成分が自動的にポップアップ表示される。

2. ユーザーが準備するデータ

1) 例 1 (たとえば、ファイル名を tr3d.da4 とする)

以下の図 1 のような立体トラスの例を挙げてその準備手順を示す。

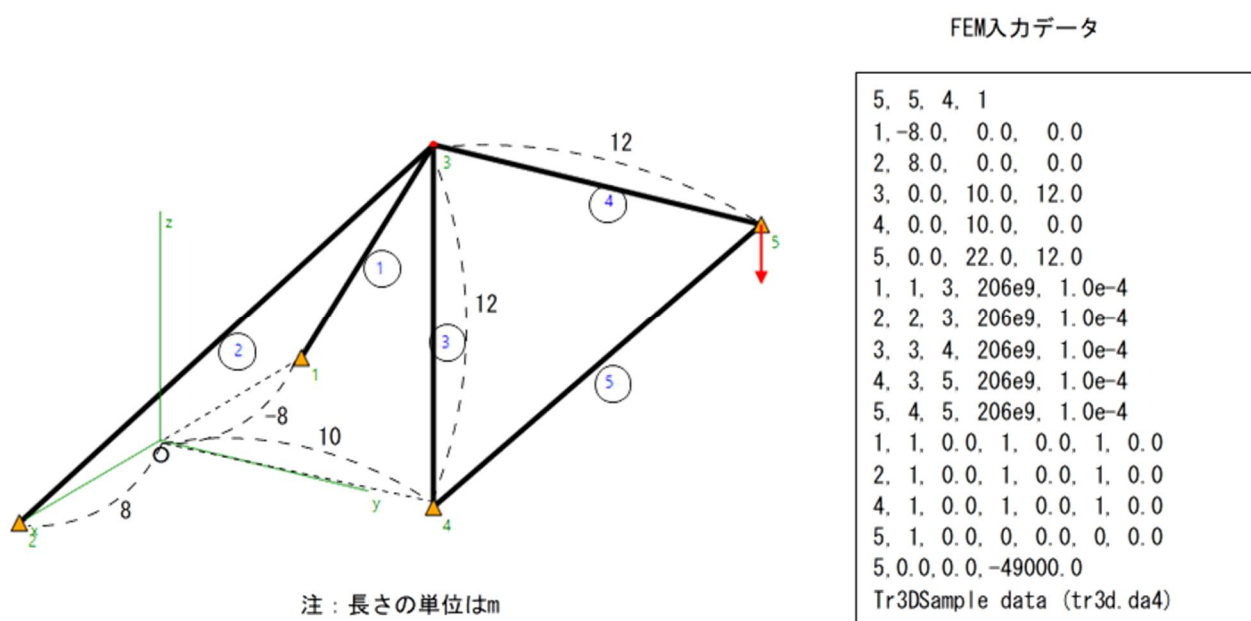


図 1 立体トラスの例 (簡単なクレーン構造)

はじめに、原点と3次元の座標を設定し、その座標に基づいて、トラス要素の端点（一般に**節点**という）位置を (x, y, z) 座標で求める。ここでは、節点に1から始まる番号を設定し、図1では5個の節点があるから1から5までの番号づけをする。したがって、節点の位置を[m]を単位とすると、**節点データ**は番号順に

```
1, -8.0, 0.0, 0.0
2, 8.0, 0.0, 0.0
3, 0.0, 10.0, 12.0
4, 0.0, 10.0, 0.0
5, 0.0, 22.0, 12.0
```

となる。このとき、データを区切るためにデータの間にはコンマを入れる。また、節点番号は整数、 x, y, z 座標は実数（小数点つきの数値）で記述し、数字、コンマおよび空白などはすべて半角とする。

つぎに、**要素データ**を作成する。図1では、節点番号と区別するために要素番号には○で囲んでいる。図1では全要素数は5個なので、各要素に番号を1から5まで付し（番号のつけ方は任意）、その両端の節点番号をメモする。また、各要素の縦弾性係数 E （ヤング率）と断面積 A （節点座標にメートル m の単位を用いたのであれば断面積は m^2 で表す）を設定する。たとえば、図1の要素番号1の要素は、両端点の節点番号は1と3である。 $E=206 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ 、 $A=1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ とし、すべての要素が同一材料であるものと考え、要素データは

```
1, 1, 3, 206.0e9, 1.0e-4
2, 2, 3, 206.0e9, 1.0e-4
3, 3, 4, 206.0e9, 1.0e-4
4, 3, 5, 206.0e9, 1.0e-4
5, 4, 5, 206.0e9, 1.0e-4
```

と表される。

次に、**拘束データ**を考える。節点に拘束を与えないと、トラスには剛体変位や剛体回転が生じて問題そのものが解析できない。本問題では、節点1, 2, 4を完全固定（ x, y, z 方向への移動を0.0に拘束する）する。また、節点5には、一見変位の拘束がないように見えるが、変位方向が yz 面内に限られていることに注意する。すなわち、節点5の x 方向の変位が拘束されているものとする。

トラス問題の場合には、考えている問題の剛体変位や剛体回転を防ぐために、変形の対称性などから変位の拘束状態を付与することが必要な場合があることに留意する。節点の x, y, z 方向別の拘束ありを1、拘束なしを0で表し、すべての拘束節点を

```
1, 1, 0.0, 1, 0.0, 1, 0.0
2, 1, 0.0, 1, 0.0, 1, 0.0
4, 1, 0.0, 1, 0.0, 1, 0.0
5, 1, 0.0, 0, 0.0, 0, 0.0
```

と表すことができる。拘束の有無を表す0,1は整数、拘束量は実数とする。

最後は**荷重データ**である。図 1 では、節点 5 の z 軸の負の方向に 49000 N が作用するものとする。ヤング率を与えた際の力の単位は N であったから、荷重は当然 N 単位で与える必要がある。この荷重データを

5, 0.0, 0.0, -49000.0

と与える。荷重節点番号は整数、荷重値は実数とする。

以上では、総節点数が 5、総要素数が 5、拘束節点数が 4、荷重節点数が 1 であり、これらを**基本データ**と名付ける。

以上の説明に基づいて、図 1 の問題に関して、ユーザーが用意すべきデータは

```
5, 5, 4, 1
1, -8.0, 0.0, 0.0
2, 8.0, 0.0, 0.0
3, 0.0, 10.0, 12.0
4, 0.0, 10.0, 0.0
5, 0.0, 22.0, 12.0
1, 1, 3, 206e9, 1.0e-4
2, 2, 3, 206e9, 1.0e-4
3, 3, 4, 206e9, 1.0e-4
4, 3, 5, 206e9, 1.0e-4
5, 4, 5, 206e9, 1.0e-4
1, 1, 0.0, 1, 0.0, 1, 0.0
2, 1, 0.0, 1, 0.0, 1, 0.0
4, 1, 0.0, 1, 0.0, 1, 0.0
5, 1, 0.0, 0, 0.0, 0, 0.0
5, 0.0, 0.0, -49000.0
Tr3DSample data (tr3d.da4)
```

である。最後の行の Tr3DSample data (tr3d.da4) は、問題へのコメントであり、任意のメモを書き添えるようにしている。

2) 例 2

次に、図 2 のように壁に取り付けられた 3 本のトラスの例を考える。この場合にも、先と同じようにデータを作成すると、図中に示したデータとなる。

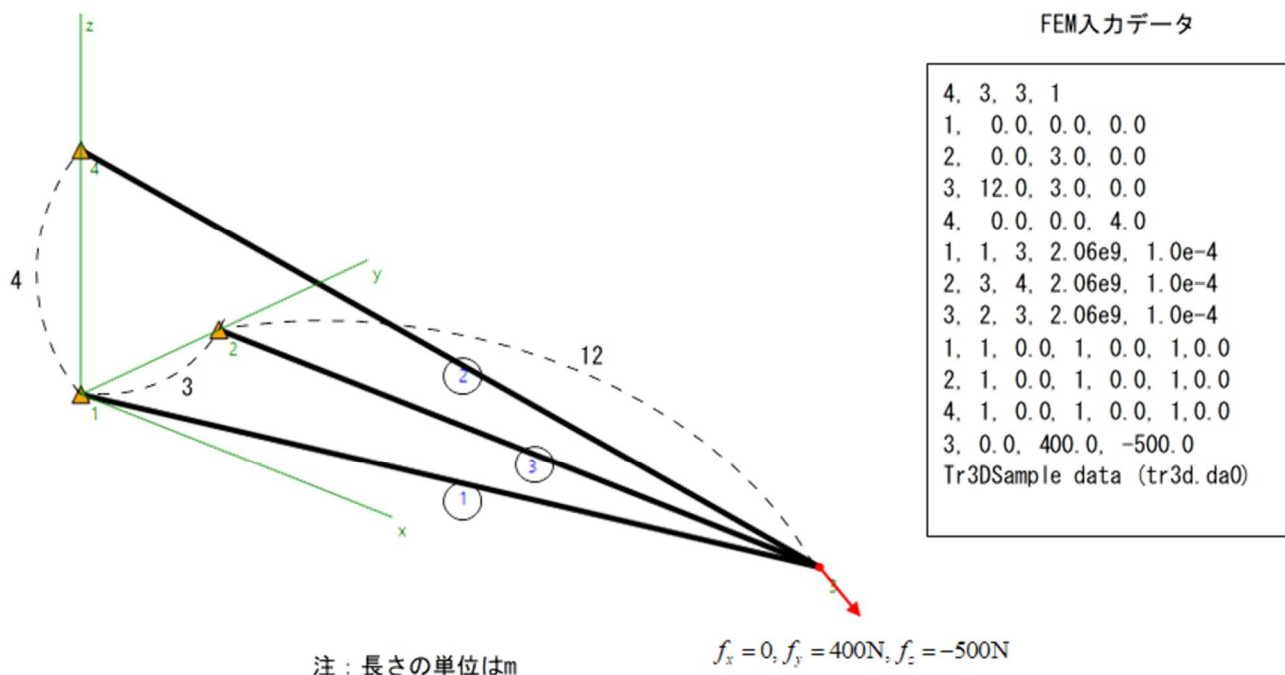


図 2 壁に取り付けられた 3 本トラス

3) 例 3 (タワー状構造物)

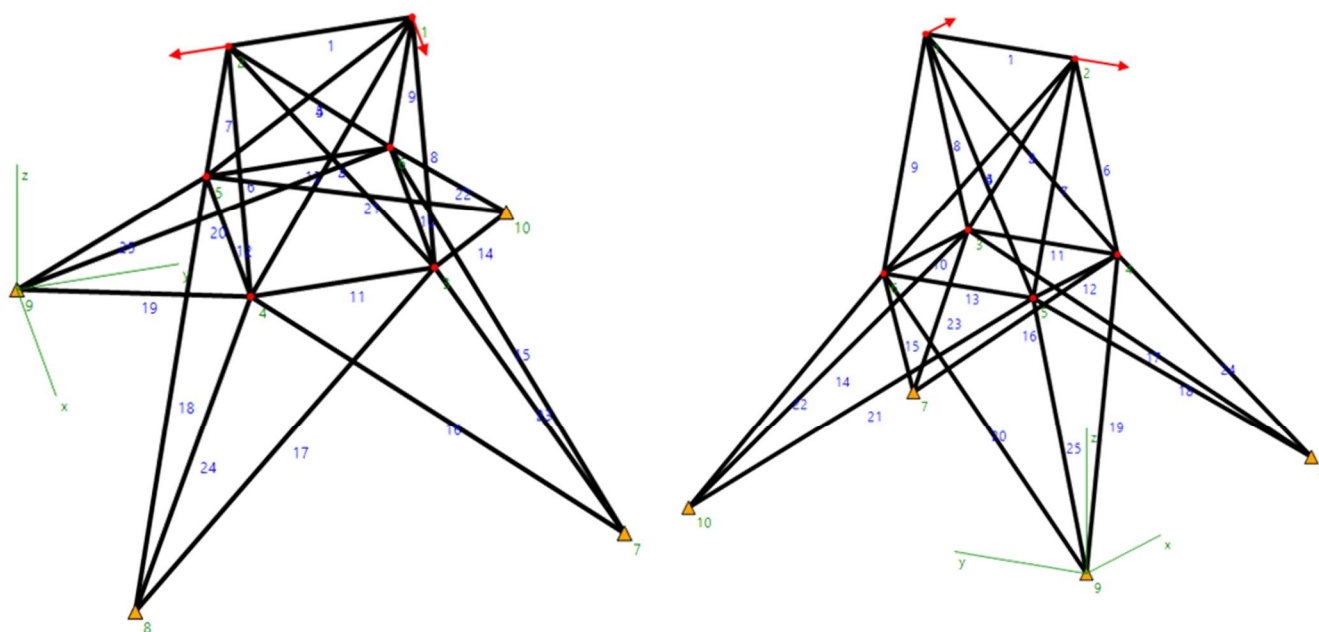


図 3 タワー状構造物の例

この場合は、10 節点、25 要素から成る複雑な形状となるので、2 方向からの投影図を示した。
この問題に準備したデータは以下の通りである。

10, 25, 4, 2	13, 5, 6, 206.0e9, 1.0e-4
1, 2.54, 3.49, 5.08	14, 3, 10, 206.0e9, 1.0e-4
2, 2.54, 1.58, 5.08	15, 6, 7, 206.0e9, 1.0e-4
3, 3.50, 3.49, 2.54	16, 4, 7, 206.0e9, 1.0e-4
4, 3.50, 1.58, 2.54	17, 3, 8, 206.0e9, 1.0e-4
5, 1.59, 1.58, 2.54	18, 5, 8, 206.0e9, 1.0e-4
6, 1.59, 3.49, 2.54	19, 4, 9, 206.0e9, 1.0e-4
7, 5.08, 5.08, 0.00	20, 6, 9, 206.0e9, 1.0e-4
8, 5.08, 0.00, 0.00	21, 5, 10, 206.0e9, 1.0e-4
9, 0.00, 0.00, 0.00	22, 6, 10, 206.0e9, 1.0e-4
10, 0.00, 5.08, 0.00	23, 3, 7, 206.0e9, 1.0e-4
1, 1, 2, 206.0e9, 1.0e-4	24, 4, 8, 206.0e9, 1.0e-4
2, 1, 4, 206.0e9, 1.0e-4	25, 5, 9, 206.0e9, 1.0e-4
3, 2, 3, 206.0e9, 1.0e-4	7, 1, 0.0, 1, 0.0, 1, 0.0
4, 1, 5, 206.0e9, 1.0e-4	8, 1, 0.0, 1, 0.0, 1, 0.0
5, 2, 6, 206.0e9, 1.0e-4	9, 1, 0.0, 1, 0.0, 1, 0.0
6, 2, 4, 206.0e9, 1.0e-4	10, 1, 0.0, 1, 0.0, 1, 0.0
7, 2, 5, 206.0e9, 1.0e-4	1, 1.0e4, 0.0, 0.0
8, 1, 3, 206.0e9, 1.0e-4	2, 0.0, -1.0e4, 0.0
9, 1, 6, 206.0e9, 1.0e-4	Tr3D Sample Problem (tower.dal)
10, 3, 6, 206.0e9, 1.0e-4	
11, 3, 4, 206.0e9, 1.0e-4	
12, 4, 5, 206.0e9, 1.0e-4	

以上をまとめると、解析に必要な入力データは以下のようになっている。

入力データの構成 (() 内の記号はプログラムで用いている変数名)

1. 基本データ (1 行)

総節点数 (np), 総要素数(ne), 拘束節点数(nb), 荷重節点数(nf)

2. 節点データ (np 行)

節点番号 (1 から), x 座標, y 座標, z 座標

3. 要素データ (ne 行)

要素番号 (1 から), 要素端点の節点番号, もう一方の要素端点の節点番号, 縦弾性係数, 断面積

4. 拘束データ (nb 行)

拘束節点番号, x 方向の拘束の有無 (0(拘束なし)か 1 (拘束あり)), x 方向の拘束量, y 方向の拘

- 束の有無 (0 か 1), y 方向の拘束量, z 方向の拘束の有無 (0 か 1), z 方向の拘束量
5. 荷重データ (nf 行)
- 荷重節点番号, x 方向荷重, y 方向荷重, z 方向荷重
6. コメント (1 行)
- 3Dtruss Problem (Tower.da1)

4. FEM の実行手順

3. で準備したデータ (tower.da1) をもとに, 3 次元トラスの有限要素解析の手順を以下に述べる.

本プログラム tr3dg1 を起動すると図 4 のような起動画面が示される.

ここで, ツールメニューの「ファイル」→「開く」をクリックすると, ファイル選択のダイアログボックスが表示されるので, 3. のデータ tower.da1 を選択する.

図 5 は, そのファイルを選択後の画面である. これは, 与えられた節点データ, 要素データに基づいてトラス構造を等測投影したもので, 荷重節点や拘束節点にもそれに応じた記号が描かれる. このとき, 番号表示メニューから, 節点番号や要素番号を表示することもできる (これらのメニューは, 表示の ON/OFF をトグルスイッチのように設定されている).

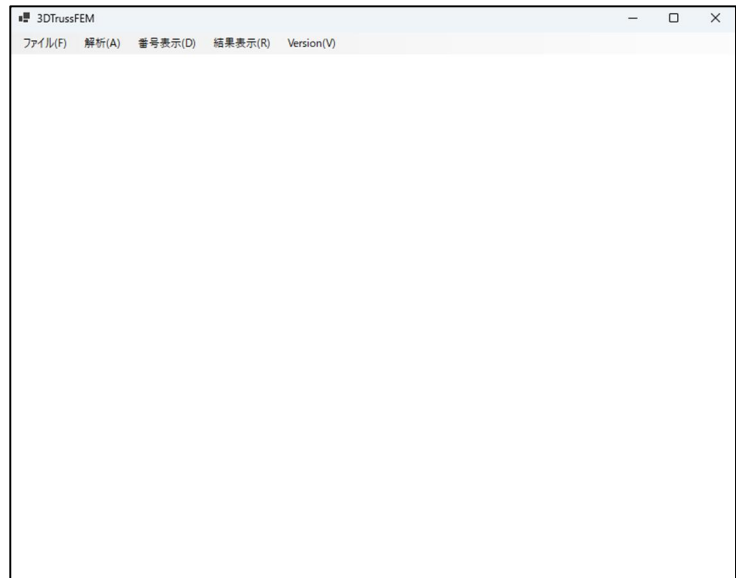


図 5 実行ファイル tr3dg1 の起動直後の画面

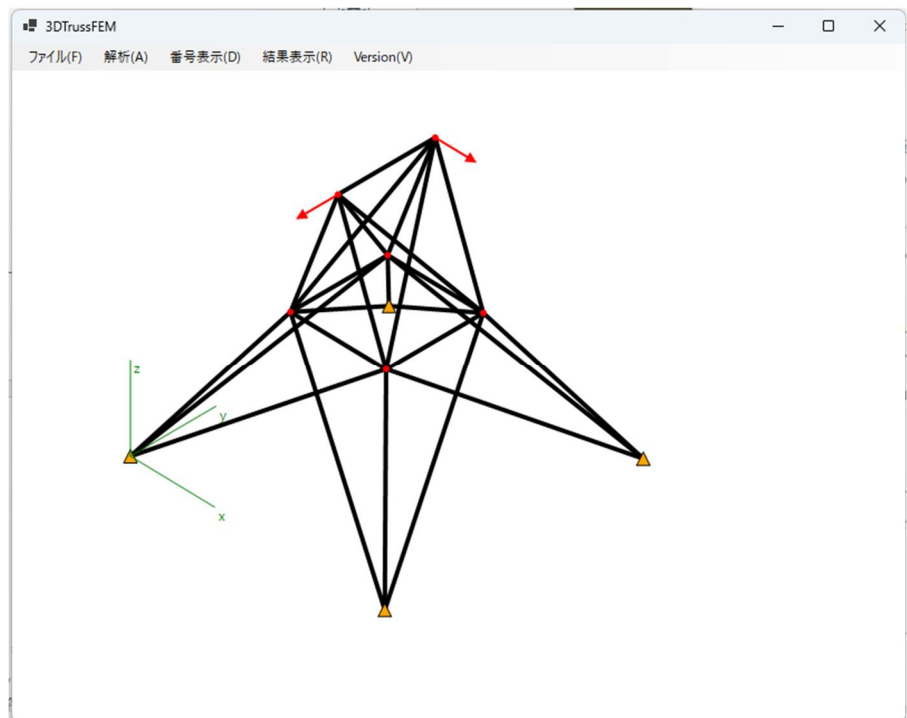


図 5 データファイル tower.da0 読み取り後の画面

次に、図 6 のように

「解析」 ->
「実行」

とメニューを選択すれば、有限要素解析が実行される。

なお、著者の経験では、3000 節点程度であってもほとんど瞬時に解析が終了する。

解析が終わったあとに

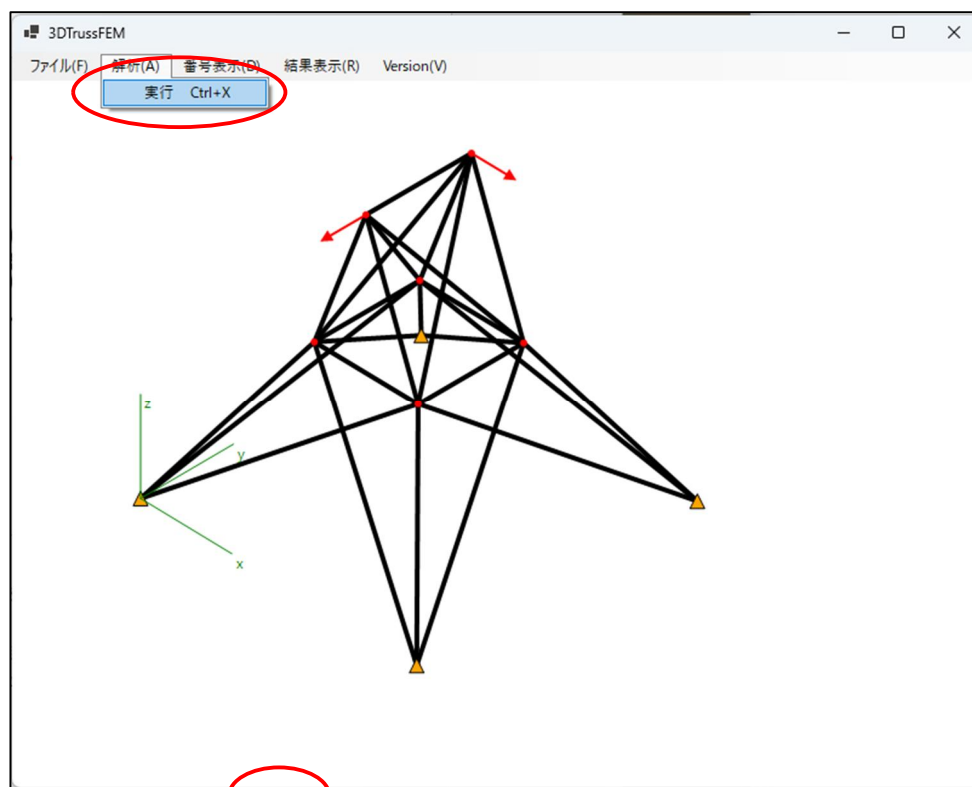


図 7 有限要素解析の実行時の画面

「結果表示」

->

「変位」

とすると、図 7 のような変形図が表示される。そこでは、変形後の様子が赤い破線で示され、最大変位の生じる節点近傍に「Max」という文字が表示される。わかりやすさのために、変位の大きさは実際の変位をすこし大きめに拡大して

(最大変位の大きさが画面の大きさの 10%としている) 表示している。

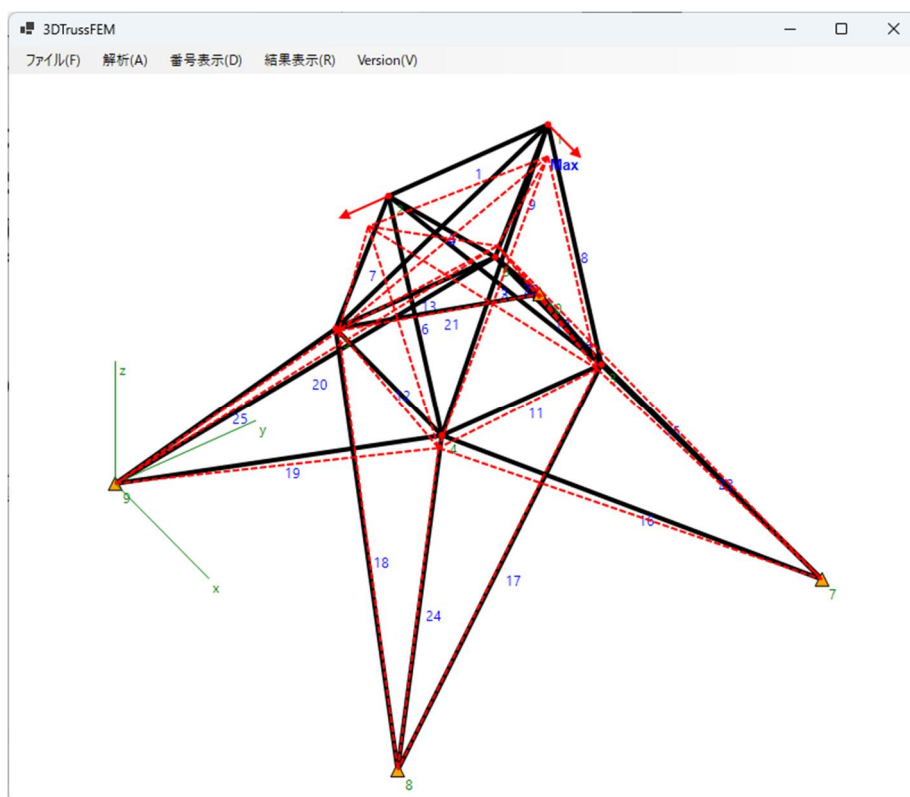


図 7 変形図の表示

さらに、マウスを節点近くに移動させると（マウスホバーという）、その節点の変位の大きさが、 x , y , z 成分ごとにポップアップされる。

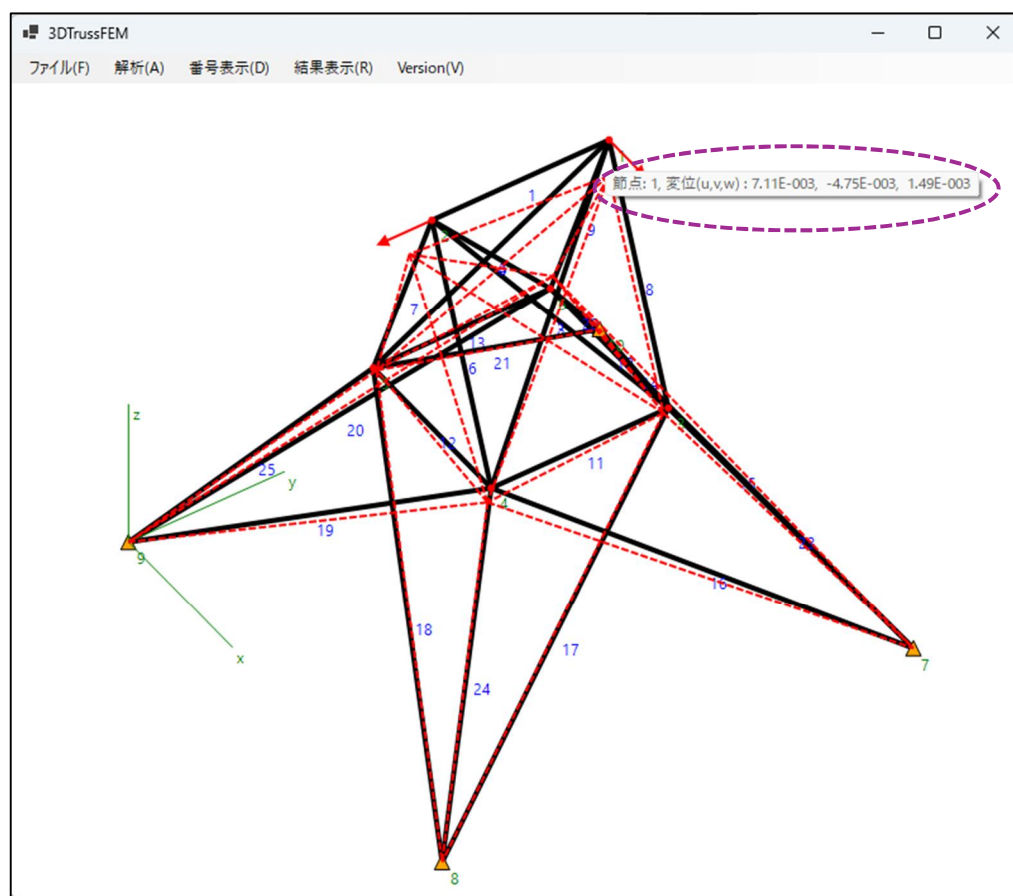


図 8 変位量のポップアップ表示

最後に応力について説明する。

トラス要素は、要素内で一定の応力（引張りまたは圧縮）を生じる。この応力を表示するには、メニューの

「結果表示」→「軸応力」

とすればよい。

図 9 は、この実行結果を示したもので、応力の最小値から最大値までを 10 等分した色づけによって要素の応力が表示される。画面の右上には、色の対応した凡例を表示している。

また、変位と同様、要素の中心にマウスホバーすると、その要素の応力値がポップアップ表示される。さらに、応力値の最大要素と最小要素には、「Max」、「-Max」と表される。

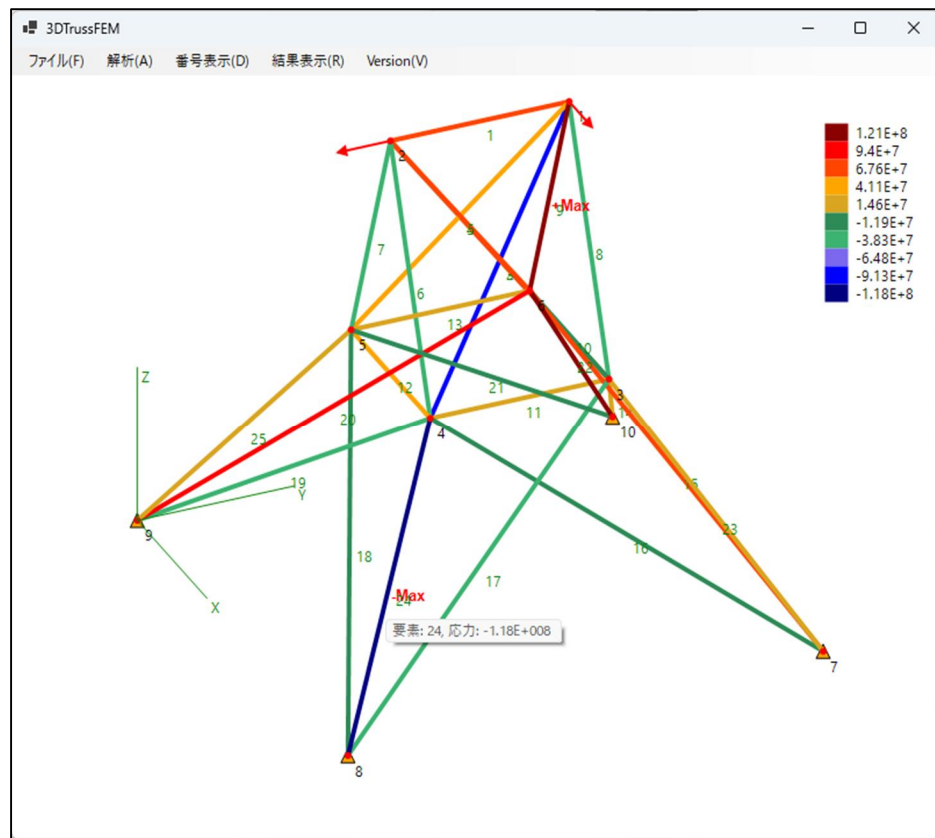


図 9 トラス要素の応力と応力値のポップアップ表示

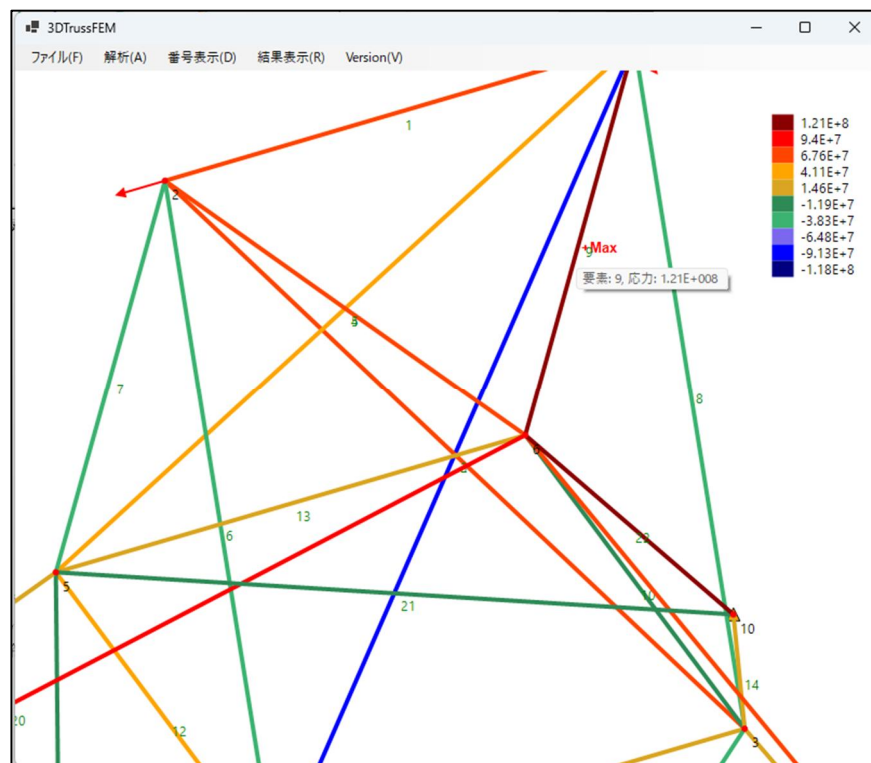


図 10 マウスホイールによる画面の拡大縮小

本プログラムでは、マウスホイールの回転で図形の拡大縮小、マウスの左ボタンのドラッグで回転が自由に行えるようになっている。トラスを拡大表示して、その近傍の要素応力をポップアップ表示すれば、応力を詳細に把握できる。

図 10 は、図 9 を拡大表示して要素番号 9 の要素応力をポップアップ表示した図である。このマウス操作によって、トラス構造を自由な位置から眺めることができ、変位や応力を詳しく読み取ることの必要な箇所に近づくことが可能である。図 11 は、図形回転の操作例である。

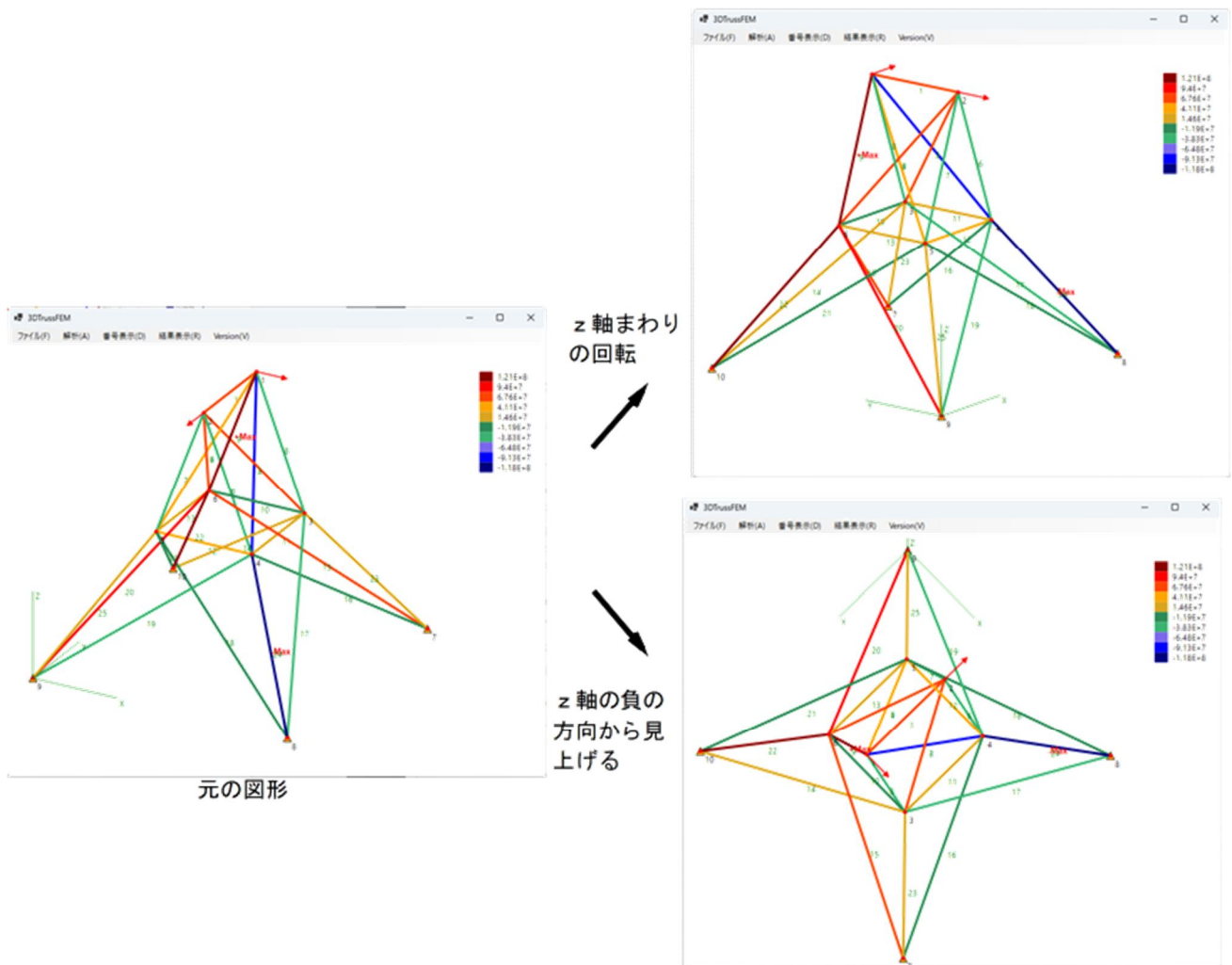


図 11 マウスの左ボタンによる図形の回転

5. 解析結果のテキスト出力

本プログラムでは、実行ファイル tr3dgl の置かれたフォルダーに、解析結果が Tr3D-Results.txt というファイル名で書き込まれる。

本例のそのファイルの内容は以下のようなものである。

```
*      === 立体トラスの有限要素解析 ===      *
*      Ver.1.05 (2025/04)                      *
*      ==  DATE & TIME 2025/04/29 6:56:50 ==    *
*      *                                          *
*      == Copyright(C) 2025 Tadashi HORIBE ==    *
*      tadashihoribe@gmail.com                  *
```

荷重節点数=2

要素番号	Node1	Node2	ヤング率	断面積
1	1	2	2.0600e+11	1.0000e-4
2	1	4	2.0600e+11	1.0000e-4
3	2	3	2.0600e+11	1.0000e-4
4	1	5	2.0600e+11	1.0000e-4
5	2	6	2.0600e+11	1.0000e-4
6	2	4	2.0600e+11	1.0000e-4
7	2	5	2.0600e+11	1.0000e-4
8	1	3	2.0600e+11	1.0000e-4

9	1	6	2.0600e+11	1.0000e-4
10	3	6	2.0600e+11	1.0000e-4
11	3	4	2.0600e+11	1.0000e-4
12	4	5	2.0600e+11	1.0000e-4
13	5	6	2.0600e+11	1.0000e-4
14	3	10	2.0600e+11	1.0000e-4
15	6	7	2.0600e+11	1.0000e-4
16	4	7	2.0600e+11	1.0000e-4
17	3	8	2.0600e+11	1.0000e-4
18	5	8	2.0600e+11	1.0000e-4
19	4	9	2.0600e+11	1.0000e-4
20	6	9	2.0600e+11	1.0000e-4
21	5	10	2.0600e+11	1.0000e-4
22	6	10	2.0600e+11	1.0000e-4
23	3	7	2.0600e+11	1.0000e-4
24	4	8	2.0600e+11	1.0000e-4
25	5	9	2.0600e+11	1.0000e-4

===== 拘 束 条 件 =====

節点番号	x 拘束	y 拘束	z 拘束
7	1	1	1
8	1	1	1
9	1	1	1
10	1	1	1

===== 荷 重 条 件 =====

節点番号	x 荷重	y 荷重	z 荷重
1	1.0000e+4	0.0000e+0	0.0000e+0
2	0.0000e+0	-1.0000e+4	0.0000e+0

===== 変 位 =====

節点	u	v	w
1	7.1090e-03	-4.7545e-03	1.4948e-03
2	2.4318e-03	-5.1695e-03	-1.5852e-03
3	1.4493e-04	-8.6124e-04	-3.3351e-04
4	4.8785e-04	-9.1170e-04	-1.7051e-03

5	3.5643e-04	2.8240e-04	-3.1920e-04
6	2.7543e-04	1.9218e-04	2.3568e-03
7	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00
8	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00
9	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00
10	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00

要素番号	伸 び	軸 力	応 力
1	4.1503e-04	4.4762e+03	4.4762e+07
2	-1.6773e-03	-1.0408e+04	-1.0408e+08
3	8.5973e-04	5.3347e+03	5.3347e+07
4	4.2271e-04	2.6253e+03	2.6253e+07
5	6.8635e-04	4.2626e+03	4.2626e+07
6	-5.7516e-04	-4.3634e+03	-4.3634e+07
7	-4.5877e-04	-3.4850e+03	-3.4850e+07
8	-7.5184e-04	-5.7038e+03	-5.7038e+07
9	1.5865e-03	1.2052e+04	1.2052e+08
10	-1.3050e-04	-1.4075e+03	-1.4075e+07
11	5.0466e-05	5.4430e+02	5.4430e+06
12	1.3142e-04	1.4174e+03	1.4174e+07
13	-9.0226e-05	-9.7312e+02	-9.7312e+06
14	2.2344e-04	9.9898e+02	9.9898e+06
15	1.0260e-03	4.5947e+03	4.5947e+07
16	-4.1499e-04	-1.8568e+03	-1.8568e+07
17	-8.8802e-04	-3.9798e+03	-3.9798e+07
18	-3.4994e-04	-1.5683e+03	-1.5683e+07
19	-8.8265e-04	-3.9492e+03	-3.9492e+07
20	1.5424e-03	6.9073e+03	6.9073e+07
21	-2.6748e-04	-1.1959e+03	-1.1959e+07
22	1.8037e-03	1.0953e+04	1.0953e+08
23	8.6566e-05	5.2640e+02	5.2640e+06
24	-1.9338e-03	-1.1776e+04	-1.1776e+08
25	5.9677e-05	3.6289e+02	3.6289e+06

-----最大変位、最大応力-----

節点番号	最大変位
1	8.6820e-03

要素番号	最大応力
9	1.2052e+08

Tr3D Sample Problem (tower.da1) 2025/04/29 6:56:50	

出力内容の荷重条件までは、入力データ内容の出力であり、それ以降は、FEM 解析によって得られたすべての節点変位や要素応力の出力である。また、最後の方には、最大変位や最大応力の値なども出力されている。

出力結果のなかで、たとえば

=====	変	位	=====
節点	u	v	w
1	7.1090e-03	-4.7545e-03	1.4948e-03
.....			

と出力されている部分について解説する。これは、節点 1 の x, y, z 方向の変位の大きさを表しており、入力時での長さの単位は【m】であったので、これらの変位の単位は【m】である。

同様に、要素番号ごとの出力

要素番号	伸	び	軸	力	応	力
1	4.1503e-04		4.4762e+03		4.4762e+07	
.....						

についても、伸び=>【m】、軸力=>【N】、応力=>【N/m²】の単位となっていることに留意する。すなわち、要素 1 の伸び λ_1 は 0.41503 mm、要素 1 に作用している軸力 F_1 は 4476.2 N で引張り、さらに、要素 1 に生じている応力 σ_1 は $44.762 \times 10^6 \text{ N/m}^2 \doteq 44.8 \text{ MPa}$ と読み取ればよい。

ファイル Tr3D-Results.txt は、FEM 解析の実行のたびに同名で書き込まれる。したがって、このファイルを保存したい場合には、別名でコピーしておくといい。

6. 利用上の注意、著作権ほか

本プログラムは、基本的には、FEM の教育用に開発したものであり、一般的な実務での利用は意図していない。このため、演習の目的以外の利用での結果については保証できない。

また、本プログラムの著作権は著者にあり、無断複製や第三者への無断配布などは控えていただきたい。

7. 参考文献

- 1) 堀辺忠志, Visual Basic でわかるやさしい有限要素法の基礎, 森北出版 (2008).
- 2) 戸川隼人, マイコンによる有限要素解析 (続), 培風館 (1983).