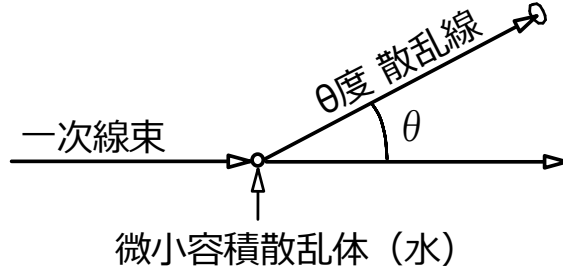


ある連続エネルギースペクトルを持ったX線束が空中で微小容積散乱体に衝突した時の一次線束に対して θ 方向の単位立体角に放出される散乱X線のスペクトルを計算する。



まず、単一エネルギー E_0 のX線束 $\phi(E_0)$ の場合を考える。

干渉性散乱 (Rayleigh scattering) による散乱線

一個の入射光子 (E_0) が微小容積散乱体で干渉性散乱を起こし θ 方向の単位立体角に散乱される確率 (微分断面積) は次式で計算することができる。

$$\frac{d\sigma_{coh}}{d\theta}(E_0) = \sigma_{coh}(E_0) \cdot \frac{d\sigma_{TM}}{d\theta} \cdot F_m^2(x) = \frac{1}{2} r_0^2 \cdot \sigma_{coh}(E_0) \cdot (1 + \cos^2 \theta) \cdot F_m^2(x) \quad \text{--- (1)}$$

ここで

$\sigma_{coh}(E_0)$: エネルギー E_0 の光子に対する散乱体物質の干渉性散乱断面積

$\frac{d\sigma_{TM}}{d\theta}$: Thomson による微分断面積

r_0 : 古典電子半径 = 2.818×10^{-13} [cm]

$F_m(x)$: 物質 m の form factor (形状因子)

x : momentum transfer = $\frac{\sin(\theta/2)}{\lambda}$

λ : 光子の波長 [Å] = $\frac{12.4}{E_0 [keV]}$

非干渉性散乱 (Compton scattering) による散乱線

一個の入射光子 (E_0) が微小容積散乱体で非干渉性散乱を起こし θ 方向の単位立体角に散乱される確率 (微分断面積) は、次式で計算することができる。

$$\frac{d\sigma_{incoh}}{d\theta}(E_0) = \sigma_{incoh}(E_0) \cdot \frac{d\sigma_{KN}}{d\theta} \cdot S_m(x) = \frac{1}{2} r_0^2 \cdot \sigma_{incoh}(E_0) \cdot \left(\frac{E_1}{E_0}\right)^2 \left(\frac{E_0}{E_1} + \frac{E_1}{E_0} - \sin^2 \theta\right) \cdot S_m(x) \quad \text{--- (2)}$$

ここで

$\sigma_{incoh}(E_0)$: E_0 のエネルギー光子に対する散乱体物質の非干渉性散乱断面積

$\frac{d\sigma_{KN}}{d\theta}$: Klein-Nishina による微分断面積

$S_m(x)$: 物質 m の incoherent scattering function (非干渉性散乱関数)

E_0 ; 入射光子エネルギー

E_1 : 散乱光子エネルギー

$$E_1 = \frac{E_0}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} \quad \alpha = \frac{E_0}{m_0 c^2} \quad m_0 c^2 = 511 \text{ [keV]}$$

r_0, x は、干渉性散乱の場合と同じである。

単一エネルギー X 線束ではなく

連続エネルギー (最小エネルギー $E_{\min}$ 、最大エネルギー $E_{\max}$) を持った X 線束の場合、上記の(1)式、(2)式を、 $E_{\min}$ から $E_{\max}$ まで積分すればよい。

干渉性散乱

$$\frac{d\sigma_{coh}}{d\theta} = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \phi(E) \cdot \frac{d\sigma_{coh}}{d\theta}(E) \cdot dE$$

非干渉性散乱

$$\frac{d\sigma_{incoh}}{d\theta} = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \phi(E) \cdot \frac{d\sigma_{incoh}}{d\theta}(E) \cdot dE$$

ただし、散乱線スペクトルをグラフに表す際、散乱光子エネルギー E_1 は

干渉性散乱では、散乱角度に依存せず一次線エネルギー E_0 に等しい

非干渉性散乱では、 E_0 および散乱角度 θ に依存して変化する

ことを考慮する必要がある。